



高三数学变式

训练的具体策略

◇ 湖南 肖国华

到了高三,高耗低效的题海战术随之而来,学生苦不堪言.如何打破这种困境?笔者认为,当务之急就是要解决“如何少做题,又能提高解题能力”的问题.结合多年高三的教学经验,发现“变式训练”不失为一良策,下面总结了变式训练的几个角度,现与大家一起分享.

1 从同一知识的认知层次视角进行变式

同一知识可以从不同的认知层次进行考查,在高三复习中,我们可以就同一知识在不同思维层次上进行变式,深化学生对概念本质的理解.

 **例 1** 已知 $a \neq 0$, 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+a, & x < 1, \\ -x-2a, & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(1-a) = f(1+a)$, 则 a 的值是_____.

变式 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \geq 0, \\ 1, & x < 0, \end{cases}$ 则满足不等式 $f(1-x^2) > f(2x)$ 的 x 的取值范围是_____.

 **点评** 例 1 以“分段函数”作为载体,考查学生对函数 3 要素的理解与掌握.变式增加了学生认知的难度,在实数集上,变式中的函数 $f(x)$ 并非单调递增,在问题解决上需要学生对函数单调性有深刻的理解,然后由 $\begin{cases} 1-x^2 > 2x, \\ 1-x^2 > 0, \end{cases}$ 解得 $x \in (-1, \sqrt{2}-1)$.

2 从问题条件的设计视角进行变式

一个具体的问题,如果改变问题条件往往可以促进学生对多个角度对重点知识或问题的本质进行思考,深化对结论的认识.

 **例 2** 若函数 $f(x) = x + \frac{1}{x-2} (x > 2)$ 在 $x=a$ 处取最小值,则 $a = (\quad)$.

A $1+\sqrt{2}$; B $1+\sqrt{3}$; C 3; D 4

变式 1 当 $x \neq 2$ 时,函数 $f(x) = x + \frac{1}{x-2}$ 是否存在最小值?请说出理由.

变式 2 当 $x > 3$ 时,试分析函数 $f(x) = x + \frac{1}{x-2}$ 能否取到最小值 4.

 **点评** 例 2 难度不大,难以深化学生对“均值不等式”的使用条件的认识与理解,通过问题条件的变化,帮助学生有效回顾、思考多个结论及其原因:“为什么均值不等式中 2 项要是正数?”“为什么 2 项的和或积要是定值?”“为什么等号可以取到?”,从而深化认知.

3 借学生的错误进行变式

在高三复习教学过程中,不难发现学生在初学时容易出错的内容,到了高三更容易错.笔者认为,为了有效减少学生出错的频率,我们应该在平时的复习中从学生的错误出发,进行变式训练,引导学生重新对问题进行思考,自主发现在解决问题过程中存在的错误.

 **例 3** 若不等式 $4^x - (m+1)2^x + 1 > 0$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

变式 1 若不等式 $4^x - (m+1)2^x + 1 > 0$ 有解,求实数 m 的取值范围.

变式 2 若方程 $4^x - (m+1)2^x + 1 = 0$ 有解,求实数 m 的取值范围.

 **点评** 例 3 这类问题学生在新授课时就容易错,到了复习时也是如此,典型的错误是:“令 $2^x = t$, 则原命题等价于 $t^2 - (m+1)t + 1 > 0$ 恒成立,由二次函数知识可得 $\Delta = (m+1)^2 - 4 < 0 \Rightarrow -3 < m < 1$.”如何处理学生的错误?如果直接抛出正确的答案,效果不佳,怎么办?在进行变式训练前,以学生的错解为生长点,笔者要求学生从如下几个角度进行思考、讨论与交流:1)为什么会出现上面的错解?即思考出错的原因;2)这个错解是否可以走向正解?即在思考原有错解的基础上能否弥补;3)除了这种方法外,还有没有其他的方法?即思考一题多解.通过上述几个问题的引导,学生不仅可以找到出错原因,在讨论中还能总结出如分离参数法、导数法等解题方法,然后,再给出变式 1、2 进行训练,巩固学生的认知.

总之,要想更好地将高中数学复习的实效性发挥出来,离不开高三复习方法的优化,具体是教师要选择科学、合理、有效并有针对性的教学手段,能够将高中数学复习课各类教学方法的特点熟练掌握,还能对各种教学方法的各种要素做到综合考虑,尽量使高中数学复习课的教学方法趋于合理.

(作者单位:湖南省邵阳市第一中学)