

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：4.21 作业时长：30 分钟

一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

1. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{m+5} + \frac{y^2}{m-4} = 1$ 的右焦点重合，则抛物线的准线方程为 ()
- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = -3$ D. $x = 3$

2. 已知 $\left(\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中含 $x^{\frac{3}{2}}$ 的项的系数为 30，则 a 等于 ()
- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. 6 D. -6

3. 一名法官在审理一起珍宝盗窃案时，四名嫌疑人甲、乙、丙、丁的供词如下，甲说：“罪犯在乙、丙、丁三人之中”；乙说：“我没有作案，是丙偷的”；丙说：“甲、乙两人中有一人是小偷”；丁说：“乙说的是事实”. 经过调查核实，四人中有两人说的是真话，另外两人说的是假话，且这四人中只有一人是罪犯，由此可判断罪犯是 ()
- A. 乙 B. 甲 C. 丁 D. 丙

4. 已知 AB 是半圆 O 的直径， $AB=2$ ，等腰三角形 OCD 的顶点 C, D 在半圆弧 AB 上运动，且 $OC=OD$ ， $\angle COD=120^\circ$ ，点 P 是半圆弧 AB 上的动点，则 $PC \cdot PD$ 的取值范围 ()
- A. $[-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}]$ B. $[-\frac{3}{4}, 1]$ C. $[-\frac{1}{2}, 1]$ D. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分.

5. 已知向量 $\vec{a} + \vec{b} = (1, 1)$ ， $\vec{a} - \vec{b} = (-3, 1)$ ， $\vec{c} = (1, 1)$ ，设 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 θ ，则 ()
- A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ B. $\vec{a} \perp \vec{c}$ C. $\vec{b} \parallel \vec{c}$ D. $\theta = 135^\circ$
6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则下列判断错误的是 ()
- A. 若 $S_3 > 0$ ，则 $a_{2020} > 0$ B. 若 $S_3 < 0$ ，则 $a_{2020} < 0$
- C. 若 $a_2 > a_1$ ，则 $a_{2021} > a_{2020}$ D. 若 $\frac{1}{a_2} > \frac{1}{a_1}$ ，则 $a_{2021} < a_{2020}$

三、填空题：本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.

7. 若动直线 $x = a$ ($a \in \mathbb{R}$) 与函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 与 $g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象分别交于 M, N 两点，则 $|MN|$ 的最大值为_____.
8. 设直线 l 与曲线 $y = x^3 - x + 1$ 有三个不同的交点 A, B, C ，且 $AB = BC = 2\sqrt{10}$ ，则直线 l 的方程为_____.

四、解答题：本大题共 1 小题，共 12 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

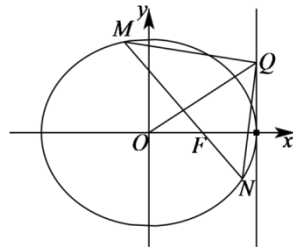
9.如图，椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点为 F ，过焦点 F ，斜率为 k 的直线 l 交椭圆于 M 、 N

两点（异于长轴端点）， $Q(2, t)$ 是直线 $x = 2$ 上的动点．

(1) 若直线 OQ 平分线段 MN ，求证： $4k_{OQ} \cdot k = -3$ ．

(2) 若直线 l 的斜率 $k \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right]$ ，直线 MQ 、 OQ 、 NQ 的斜率成等差数列，

求实数 t 的取值范围．



江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：4.24 作业时长：30 分钟
一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

1. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} = 2$ ， $a_2 = 2$ ，则 $S_3 =$ ()

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 4

2. 随机变量 ξ 的分布列如右，且满足 $E(\xi) = 2$ ，则 $E(a\xi + b)$ 的值 ()

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 无法确定，与 a, b 有关

ξ	1	2	3
P	a	b	c

3. 我国现代著名数学家徐利治教授曾指出，圆的对称性是数学美的一种体现。已知圆 $C: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$ ，直线 $l: a^2x + b^2y - 1 = 0$ ，若圆 C 上任一点关于直线 l 的对称点仍在圆 C 上，则点 (a, b) 必在 ()

- A. 一个离心率为 $\frac{1}{2}$ 的椭圆上 B. 一个离心率为 2 的双曲线上
C. 一个离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆上 D. 一个离心率为 $\sqrt{2}$ 的双曲线上

4. 从 0, 2, 4, 6, 8 和 1, 3, 5, 7, 9 两组数中各取两个数，组成无重复数字的四位偶数的个数是 ()

- A. 720 B. 1120 C. 1200 D. 1680

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。

5. 已知函数 $y = 2 \sin x$ 的定义域为 $[a, b]$ ，值域为 $[-2, 1]$ ，则 $b - a$ 的值可能是 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. π D. $\frac{7\pi}{6}$

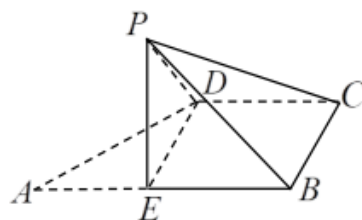
6. 如图直角梯形 $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AB \perp BC$ ，

$BC = CD = \frac{1}{2}AB = 2$ ， E 为 AB 中点，以 DE

为折痕把 $\triangle ADE$ 折起，使点 A 到达点 P 的位置，

且 $PC = 2\sqrt{3}$ 。则 ()

- A. 平面 $PED \perp$ 平面 $EBCD$ B. $PC \perp ED$
C. 二面角 $P-DC-B$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$ D. PC 与平面 PED 所成角的正切值为 $\sqrt{2}$



三、填空题：本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 P 到焦点 F 的距离是它到 y 轴距离的 3 倍，则点 P 的横坐标为_____。

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线, 且 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$,
若 $AB=2$, 则 $BC=$ _____.

四、解答题: 本大题共 1 小题, 共 12 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

9. 疫情期间, 为支持学校隔离用餐的安排, 保证同学们的用餐安全, 食堂为同学们提供了 A 餐、B 餐两种餐盒. 经过前期调研, 食堂每天备餐时 A、B 两种餐盒的配餐比例为 3: 1. 为保证配餐的分量足, 后勤会对每天的餐盒的重量进行抽查. 若每天抽查 5 个餐盒, 假定每个餐盒的包装没有区分, 被抽查的可能性相同,
- (1) 求抽取的 5 个餐盒中有三个 B 餐的概率;
- (2) 某天配餐后, 食堂管理人员怀疑 B 餐配菜有误, 需要从所有的餐盒中挑出一个 B 餐盒查看. 如果抽出一个 A 餐盒, 则放回备餐区, 继续抽取下一个; 如果抽到的是 B 餐盒, 则抽样结束. 规定抽取次数不超过 $n (n \in \mathbb{N}^*)$ 次. 假定食堂备餐总数很大, 抽样不影响备餐总量中 A、B 餐盒的比例. 若抽样结束时抽到的 A 餐盒数以随机变量 X 表示, 求 X 的分布列与数学期望.