

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：3.30 作业时长：30 分钟

1. 已知 A 在直线 $l: x - y + 1 = 0$ 上, 点 B 是圆 $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 上的点, 则 $\angle BAC$ 的最大值为()

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

2. 已知双曲线 $T: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 直线 $y = -b$ 与 T 交于 A, B 两点, 直线 $y = 7b$ 与 T 交于 C, D 两点, 四边形 $ABCD$ 的两条对角线交于点 E , $\angle AEB = 60^\circ$, 则双曲线 T 的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{70}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. 2 D. 4

3. 已知函数 $f(x) = ae^{ax} - 2x \ln x$ (e 是自然对数的底数), 若 $f(x) \geq 0$ 对任意的 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的最小值为()

- A. e B. $\frac{2}{e}$ C. $e - 1$ D. $\frac{1}{e}$

4. (多选) 已知函数 $f(x) = \cos 2x + a \cos x$, 则()

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π
B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \pi$ 对称
C. 当 $a = -2$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{3}, \pi)$ 上单调递增
D. 若函数 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上存在零点, 则 a 的取值范围是 $(-1, +\infty)$

5. (多选) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n + a_{n+1} = 2 \times (-1)^n, n \in \mathbf{N}^*$, 且 $a_5 = 1$, 则()

- A. $a_1 = -7$ B. 数列 $\{a_{2n-1}\}$ 是等差数列
C. 数列 $\{|a_n|\}$ 是等差数列 D. 数列 $\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\}$ 的前 n 项和为 $\frac{n}{14n-49}$

6. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, C 的准线与 x 轴交于点 T , P, Q 是 C 上的两点, 直线 TP 与 C 相切, $\vec{TP} = \lambda \vec{FQ} (\lambda > 0)$, 则 $\lambda =$ _____.

7. 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC, AB = BC = AA_1 = 4$, M 为棱 AB 的中点, N 是棱 BC 的中点, O 是三棱柱外接球的球心, 则平面 MNB_1 截球 O 所得截面的面积为_____.

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2^n + k, a_1 = 1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n} + \ln \frac{1}{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

9.大力开展体育运动,增强学生体质,是学校教育的重要目标之一.某校开展体能测试, A, B, C 三名男生准备在跳高测试中挑战1.80米的高度,已知每名男生有两次挑战机会,若第一跳成功,则等级为“优秀”,挑战结束;若第一跳失败,则再跳一次,若第二跳成功,则等级为“优秀”,若第二跳失败,则等级为“良好”,挑战结束.已知 A, B, C 三名男生成功跳过1.80米的概率分别是 $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$,且每名男生每跳相互独立.

(1)求 A, B, C 三名男生在这次跳高挑战中共跳5次的概率;

(2)记这次体能测试中 A, B, C 三名男生跳高的等级为“优秀”的人数为 X ,求 X 的分布列和数学期望.

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：4.2 作业时长：30 分钟

1. 已知函数 $g(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{2}\right)$ ($\omega > 0$)，把函数 $g(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2\omega}$ 得到函数 $f(x)$ 的图象，

函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{2\pi}{9}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上单调递减，在 $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{10\pi}{9}\right]$ 上单调递增，则 $\omega =$ ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

2. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $\triangle ABC$ 顶点 $A(-5, 0)$ 和 $B(5, 0)$ ，点 C 在双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的

右支上，则 $\frac{\sin A - \sin B}{\sin C} =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

3. 若存在两个不相等的正实数 x, y ，使得 $m(y - x) + e^y - e^x = 0$ 成立，则实数 m 的取值范围是

()

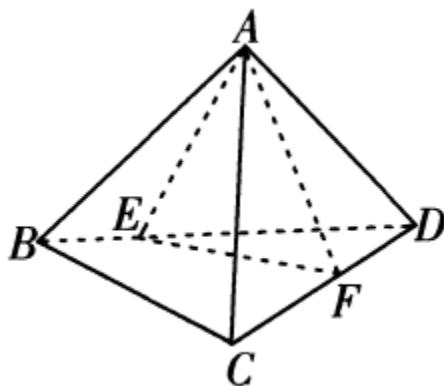
- A. $m < -1$ B. $m > -1$ C. $m < 1$ D. $m > 1$

4. (多选) 若定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(2 - x)$ ，且当 $x \in [-1, 0)$ 时， $f(x) = -2x$ ，则()

- A. $f(x)$ 的最小正周期 $T = 4$ B. $y = f(x + 1)$ 为偶函数
C. $f(x)$ 在 $(3, 5)$ 上单调递增 D. $f(x)$ 所有零点的集合为 $\{x | x = 2n, n \in Z\}$

5. (多选) 如图,正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1, E, F 分别是棱 BD, CD 上的点,且 $BE = DF = t, t \in (0, 1)$, 则()

- A. 直线 AC 与直线 EF 异面
B. 存在 t , 使得 $BC \parallel$ 平面 AEF
C. 存在 t , 使得平面 $AEF \perp$ 平面 BCD
D. 三棱锥 $A - DEF$ 体积的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{24}$



6. 已知平面向量 a, b, c 满足 $|a| = 1, |c| = 2, a + b + c = 0, a \cdot b = -1$, 则 $|b| =$ _____.

7. 已知 $(x + m)(x - 2)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_5x^5$, 若 $a_0 = 16$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ _____.

8. 已知 F_1 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点, 直线 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}b$ 与 C 交于 A, B 两点, 且 $\triangle ABF_1$ 的周长为 $4 + 4\sqrt{2}$, 面积为2.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 若 $P(2, 1)$ 关于原点的对称点为 Q , 不经过点 P 且斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 与 C 交于点 D, E , 直线 PD 与 QE 交于点 M , 证明: 点 M 在定直线上.