

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：3.26 作业时长：30 分钟

1. 设抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F , 过点 $(-2, 0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M, N 两点, 则 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} = (\quad)$
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = f(x) + x + a$. 若 $g(x)$ 存在 2 个零点, 则 a 的取值范围是 $(\quad)$
A. $[-1, 0)$ B. $[0, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
3. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) = (\quad)$
A. -50 B. 0 C. 2 D. 50
4. 已知正方体的棱长为 1, 每条棱所在直线与平面 α 所成的角都相等, 则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为 $(\quad)$
A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. 设 A, B, C, D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点, $\triangle ABC$ 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$, 则三棱锥 $D-ABC$ 体积的可能值为 $(\quad)$
A. $12\sqrt{3}$ B. $18\sqrt{3}$ C. $24\sqrt{3}$ D. $54\sqrt{3}$
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且有 $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)a_n = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})a_{n+1} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$, $a_1 = a_2 = 1$. 数列 $\left\{ \frac{1}{\log_2 S_{n+1} \cdot \log_2 S_{n+2}} \right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则以下结论正确的是 $(\quad)$
A. $a_n = 1$ B. $S_n = 2^{n-1}$ C. $T_n = \frac{n+1}{n+3}$ D. $\{T_n\}$ 为递增数列
7. 已知点 $M(-1, 1)$ 和抛物线 $C: y^2 = 4x$, 过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A, B 两点. 若 $\angle AMB = 90^\circ$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 甲、乙两队进行篮球决赛, 采取七场四胜制 (当一队赢得四场胜利时, 该队获胜, 决赛结束). 根据前期比赛成绩, 甲队的主客场安排依次为“主主客客主客主”. 设甲队主场取胜的概率为 0.6, 客场取胜的概率为 0.5, 且各场比赛结果相互独立, 则甲队以 4:1 获胜的概率是_____.

9. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < a - 2$.