

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：4.5 作业时长：30 分钟

一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

1. 已知双曲线 $y^2 - 2x^2 = \frac{1}{2}$ ，则其渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm \sqrt{2}x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm 2x$

2. 一个箱子中装有形状完全相同的 5 个白球和 $n (n \in \mathbb{N}^*)$ 个黑球. 现从中有放回的摸取 4 次，每次都是随机摸取一球，设摸得白球个数为 X ，若 $V(X)=1$ ，则 $E(X) = ()$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

4. “三分损益法”是古代中国发明制定音律时所用的方法，其基本原理是：以一根确定长度的琴弦为基准，取此琴长度的 $\frac{2}{3}$ 得到第二根琴弦，第二根琴弦长度的 $\frac{4}{3}$ 为第三根琴弦，第三根琴弦长度的 $\frac{2}{3}$ 为第四根琴弦，第四根琴弦长度的 $\frac{4}{3}$ 为第五根琴弦. 琴弦越短，发出的声音音调越高，这五根琴弦发出的声音按音调由低到高分别称为“宫、商、角(jué)、徵(zhǐ)、羽”，则“角”和“徵”对应的琴弦长度之比为 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{81}{64}$ C. $\frac{32}{27}$ D. $\frac{9}{8}$

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。

5. 已知点 P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，且 $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ ，若 E 为 AC 的中点， F 为 BC 的中点，则下列结论正确的是 ()

- A. 向量 $\overrightarrow{PA}$ 与 $\overrightarrow{PC}$ 可能平行； B. 向量 $\overrightarrow{PA}$ 与 $\overrightarrow{PC}$ 可能垂直；
C. 点 P 在线段 EF 上； D. $PE:PF = 1:2$.

6. 关于函数 $f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2} \right) - x$ 有下述四个结论，则正确的为 ()

A.函数 $f(x)$ 的图象把圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的面积两等分; B. $f(x)$ 是周期为 π 的函数;

C.函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上有 3 个零点; D.函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减.

三、填空题：本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分.

7.若 $(1 + x + x^2)^{1010} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{2020}x^{2020}$ ，则 $a_2 + a_4 + \cdots + a_{2020} =$ _____.

8.数学家莱布尼茨(1646–1716)（发明了对现代计算机系统有着重要意义的二进制，不过他认为在此之前，中国的《易经》中已经提到了有关二进制的初步思想.在二进制中，只需用到两个数字 0 和 1 就可以表示所有的自然数，例如二进制中的数 11，转化为十进制的数为 3，记作 $(11)_2 = (3)_{10}$ ，则二进制中的 $(\overset{\text{共 10 位}}{1111111111})_2$ 转化为十进制的数为_____.

四、解答题：本大题共 1 小题，共 12 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

9.已知函数 $f(x) = \ln x + kx$.

(1) 当 $k = -1$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值点;

(2) 当 $k = 0$ 时，若 $f(x) + \frac{b}{x} - a \geq 0 (a, b \in \mathbb{R})$ 恒成立，求 $e^{a-1} - b + 1$ 的最大值 .

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：4.9 作业时长：30 分钟

一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

1. 已知 i 是虚数单位，则化简 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2020}$ 的结果为 ()

- A. i B. $-i$ C. -1 D. 1

2. 已知边长为 1 的正三角形 ABC ，动点 P 与点 A 在直线 BC 异侧，且 $S_{\triangle PBC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，则 $x+y =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 甲、乙、丙、丁、戊、己六人按一定的顺序依次抽奖，要求甲排在乙前面，丙与丁不相邻且均不排在最后，则抽奖的顺序有 ()

- A. 72 种 B. 144 种 C. 360 种 D. 720 种

4. 函数 $f(x) = x^3 - 3x^2$ 的对称中心是 ()

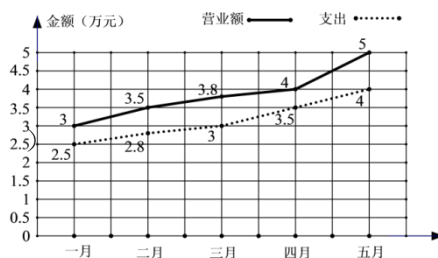
- A. $(1, 2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, 2)$

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。

5. 如图所示的折线图为某小型超市今年一月份到五

月份的营业额和支出数据（利润 = 营业额 - 支出），根据折线图，下列说法中正确的是 ()

- A. 该超市这五个月中的营业额一直在增长；
B. 该超市这五个月的利润一直在增长；
C. 该超市这五个月中五月份的利润最高；
D. 该超市这五个月中的营业额和支出呈正相关。



6. 已知 P 为双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 上的动点，过 P 作两渐近线的垂线，垂足分别为 A ， B ，

记线段 PA ， PB 的长分别为 m ， n ，则 ()

- A. 若 PA ， PB 的斜率分别为 k_1 ， k_2 ，则 $k_1 k_2 = -3$ B. $mn > \frac{1}{2}$

C. $4m+n$ 的最小值为 $\sqrt{3}$

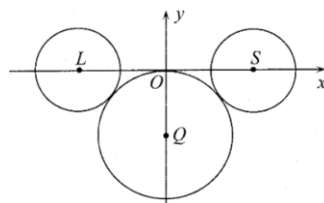
D. $|AB|$ 的最小值为 $\frac{3}{2}$

三、填空题：本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 40 分.

7. 在《九章算术》中，将四个面都是直角三角形的四面体称之为鳖臑，在体积为 $\frac{2}{3}$ 的鳖臑 $ABCD$ 中， $AB \perp$ 平面 BCD ，且 $AB = 2$ ， $CD = 1$ ，则该鳖臑外接球的表面积为_____.

8. 2020 年是中国传统的农历“鼠年”，有人用 3 个圆构成“卡通鼠”

的形象，如图 $Q(0, -3)$ 是圆 Q 的圆心，圆 Q 过坐标原点 O ；点 L 、 S 均在 x 轴上，圆 L 与圆 S 的半径都等于 2，圆 S 、圆 L 均与圆 Q 外切. 已知直线 l 过点 O . 若直线 l 截圆 L 、圆 S 、圆 Q 所得弦长均等于 d ，则 $d =$ _____.



四、解答题：本大题共 1 小题，共 12 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

9. 新药在进入临床实验之前，需要先通过动物进行有效性和安全性的实验. 现对某种新药进行 5000 次动物实验，一次实验方案如下：选取 3 只白鼠对药效进行检验，当 3 只白鼠中有 2 只或 2 只以上使用“效果明显”，即确定“实验成功”；若有且只有 1 只“效果明显”，则再取 2 只白鼠进行二次检验，当 2 只白鼠均使用“效果明显”，即确定“实验成功”，其余情况则确定“实验失败”. 设对每只白鼠的实验相互独立，且使用“效果明显”的概率均为 $p(0 < p < 1)$.

(1) 若 $p = \frac{1}{2}$ ，设该新药在一次实验方案中“实验成功”的概率为 p_0 ，求 p_0 的值；

(2) 若动物实验预算经费 700 万元，对每只白鼠进行实验需要 300 元，其他费用总计为 100 万元，问该动物实验总费用是否会超出预算，并说明理由.