

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：4.12 作业时长：30 分钟

一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

1. 已知抛物线 $y^2 = x$ 上的点 M 到其焦点的距离为 2，则 M 点的横坐标是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{9}{4}$

2. $(1+x) + (1+x)^2 + \cdots + (1+x)^n$ 的展开式的各项系数和是 ()

- A. 2^{n+1} B. $2^{n+1} + 1$ C. $2^{n+1} - 1$ D. $2^{n+1} - 2$

3. 已知幂函数 $g(x) = (2a-1)x^{a+1}$ 的图象过函数 $f(x) = m^{x-b} - \frac{1}{2}$ ($m > 0, m \neq 1$) 的图象所经过的定点，则 b 的值等于 ()

- A. $\pm \frac{1}{2}$ B. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 2 D. ± 2

4. 我国古代数学名著《九章算术》中“开立圆术”曰：置积尺数，以十六乘之，九而一，所得开立方除之，即立圆径。“开立圆术”相当于给出了已知球的体积 V ，求其直径 d 的一个近似公式 $d \approx \sqrt[3]{\frac{16}{9}V}$ ，人们还用过一些类似的近似公式，根据 $\pi \approx 3.14159 \cdots$ 判断，下列近似公式中最精确的一个是 ()

- A. $d \approx \sqrt[3]{\frac{16}{9}V}$ B. $d \approx \sqrt[3]{\frac{21}{11}V}$ C. $d \approx \sqrt[3]{\frac{300}{157}V}$ D. $d \approx \sqrt[3]{2V}$

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。

5. 1748 年，瑞士数学家欧拉发现了复指数函数和三角函数的关系，并写出以下公式

$e^{ix} = \cos x + i \sin x$ ，这个公式在复变论中占有非常重要的地位，被誉为“数学中的天桥”。根据此公式，有下列四个结论：

- A. $e^{i\pi} + 1 = 0$ B. $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2019} = -1$

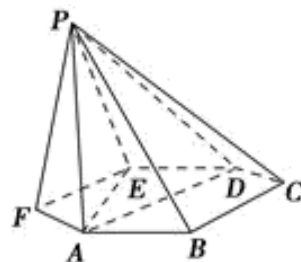
- C. $2 \cos x = e^{ix} + e^{-ix}$ D. $2 \sin x = e^{ix} - e^{-ix}$

其中所有正确结论的编号是 ()

6. 如图，已知六棱锥 $P-ABCDEF$ 的底面是正六边形，

$PA \perp$ 平面 ABC ， $PA = 2AB$ ，则下列结论中正确的是 ()

- A. $PB \perp AE$ B. 平面 $ABC \perp$ 平面 PBC
C. 直线 $BC \parallel$ 平面 PAE D. $\angle PDA = 45^\circ$



三、填空题：本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分.

7. 各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 > 1$ ， $a_6 + a_7 > a_6 a_7 + 1 > 2$ ，记数列 $\{a_n\}$ 前 n 项积为 T_n ，则满足 $T_n > 1$ 的最大正整数 n 的值为_____.

8. 已知 $a > b$ ，二次函数 $f(x) = ax^2 + 4x + b$ 对于 $\forall x \in R$ 都有 $f(x) \geq 0$ ，又 $\exists x_0 \in R$ ，

使 $ax_0^2 + 4x_0 + b = 0$ 成立，则 $\frac{a^2 + b^2}{a - b}$ 的最小值为_____.

四、解答题：本大题共 1 小题，共 12 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

9. 已知函数 $f(x) = \frac{a \ln x}{x} + bx$ 在 $x = 1$ 处的切线方程为 $y = x - 1$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的解析式；

(2) 若不等式 $f(x) \leq kx$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上恒成立，求实数 k 的取值范围；

(3) 求证： $\frac{\ln 2}{2^4} + \frac{\ln 3}{3^4} + \dots + \frac{\ln n}{n^4} < \frac{1}{2e}$.

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高三数学学科提升性练习

研制人：李峰 审核人：陈宏强

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 时间：4.16 作业时长：30 分钟

一、单项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

1. 已知全集 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ ，集合 $B = \{x \in \mathbb{N}^+ \mid y = \sqrt{-x^2 + x + 2}\}$ ，则 $C_U(A \cup B) =$ ()

- A. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ B. $\{-1, 0, 4\}$ C. $\{4\}$ D. $\{-1, 0, 3, 4\}$

2. 如果双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线互相垂直，那么它的离心率是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

3. 《九章算术·衰分》中有如下问题：“今有甲持钱五百六十，乙持钱三百五十，丙持钱一百八十，凡三人俱出关，关税百钱，欲以钱数多少衰出之，问各几何？”翻译为“今有甲持钱 560，乙持钱 350，丙持钱 180，甲、乙、丙三个人一起出关，关税共计 100 钱，要按个人带钱多少的比例交税，问三人各应付多少税？”则下列说法中错误的是 ()

- A. 甲付的税钱最多 B. 乙、丙两人付的税钱超过甲
C. 乙应出的税钱约为 32 D. 丙付的税钱最少

4. 已知关于实数 x 的方程 $ax^2 + (a - 2b)x + mb = 0$ 有解，其中 a, b 不共线，则实数 m 解的集合为 ()

- A. $\{0\}$ 或 $\{-2\}$ B. $\{0, -2\}$ C. $\{m \mid -2 \leq m \leq 0\}$ D. $\emptyset$

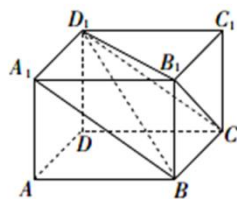
二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分.

5. 关于函数 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ ，下列说法不正确的是 ()

- A. $f(x)$ 是奇函数且 $x = -1$ 处取得极小值
B. $f(x)$ 是奇函数且 $x = 1$ 处取得极小值
C. $f(x)$ 是非奇非偶函数且 $x = -1$ 处取得极小值
D. $f(x)$ 是非奇非偶函数且 $x = 1$ 处取得极小值

6. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形， $AA_1 = 3$ ，则下列结论中正确的有 ()

- A. 异面直线 A_1B 与 B_1D_1 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{5}$
B. 异面直线 A_1B 与 B_1D_1 所成角的余弦值为 $\frac{3}{5}$
C. $A_1B \cap \text{平面 } B_1D_1C = \emptyset$
D. 点 B_1 到平面 A_1BD_1 的距离为 $\frac{12}{5}$



三、填空题：本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分.

7. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5 这 6 个数中随机抽取 5 个数构成一个五位数 $abcde$ ，则满足条件“ $a < b < c > d > e$ ”的五位数的个数有_____.

8. 已知函数 $f(x) = a \sin x - 2\sqrt{3} \cos x$ 的一条对称轴为 $x = -\frac{\pi}{6}$, $f(x_1) + f(x_2) = 0$, 且函数 $f(x)$ 在 (x_1, x_2) 上具有单调性, 则 $|x_1 + x_2|$ 的最小值为_____.

四、解答题：本大题共 2 小题，共 24 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

9. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点与抛物线 $C_2: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点之间的距离为 2.

(1) 求抛物线 C_2 的方程；

(2) 设 C_1 与 C_2 在第一象限的交点为 A , 过点 A 斜率为 $k (k > 0)$ 的直线 l_1 与 C_1 的另一

个交点为 B , 过点 A 与 l_1 垂直的直线 l_2 与 C_2 的另一个交点为 C . 设 $m = \frac{|AB|}{|AC|}$, 试求 m 的取值范围.

