江苏省仪征中学 2022 届高三第二学期周末统一练习（2）

数学学科试卷 2022.2.16

（全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟）

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求).

1.已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x|(x-2)(x+1)<0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{-1,0\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{-1,0,1\}$　　D．$\{0,1,2\}$

2.“$ab>1$”是“$a>1,b>1$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3.已知 a，b 是正数，且 $4a+3b=6$，则 $a(a+3b)$的最大值是(　　)

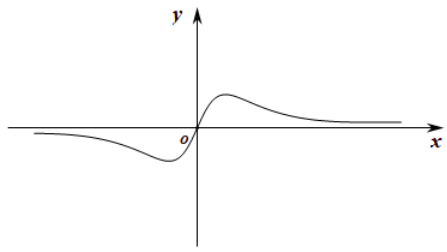
A．$\frac{9}{8}$　　B．$\frac{9}{4}$　　C．3　　D．9

4.对数的创始人约翰 奈皮尔（*John Napier*，1550—1617）是苏格兰数学家. 直到 18 世纪，瑞士数学家欧拉发现了指数与对数的互逆关系. 人们才认识到指数与对数之间的天然关系. 对数发现前夕，随着科技的发展，天文学家做了很多的观察，需要进行很多计算，而且要算几个大数的连乘，往往需要花费很长时间. 基于这种需求，1594 年，奈皮尔运用了独创的方法构造出对数方法. 现在随着科学技术的需要，一些幂的值用数位表示，譬如 $2^{10}=1024\in(10^3,10^4)$，所以 2^{10} 的数位为 4（一个自然数数位的个数，叫做数位）. 则 2021^{100} 的数位是（　　）. （注 $\lg 2021\approx 3.30557$ ）

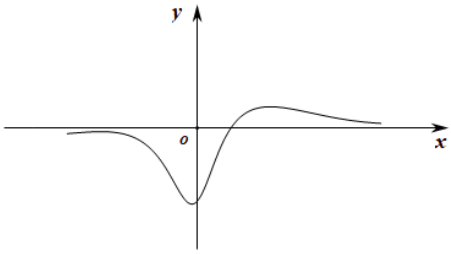
A. 329　　B. 330　　C. 331　　D. 332

5. 函数 $f(x)=\frac{x-2\sin x}{x^2+1}$ 的图像大致为（）

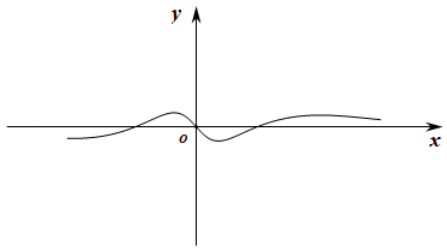
A.



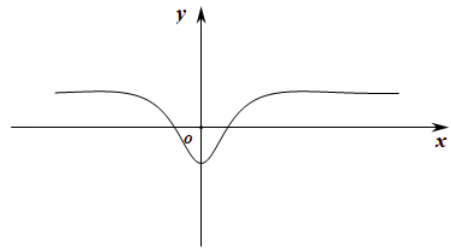
B.



C.



D .



6.已知 $a>\frac{3}{2}$ 且 $a\ln\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\ln a$，$b>2$ 且 $b\ln 2=2\ln b$，$c>\frac{5}{2}$ 且 $c\ln\frac{5}{2}=\frac{5}{2}\ln c$，则（　　）

A．$c<b<a$　　B．$b<c<a$　　C．$a<b<c$　　D．$a<c<b$

7.已知 ΔABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c 若 $b\sin\frac{B+C}{2}=a\sin B$，且 ΔABC 内切圆面积为 9π，则 ΔABC 面积的最小值为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $3\sqrt{3}$　　C. $9\sqrt{3}$　　D. $27\sqrt{3}$

8.已知函数 $f(x)=\sqrt{1-x}+a, x\in[m,n]$ 的值域为 $[m,n](m<n)$，则实数 a 的取值范围为（　　）

A．$\left(-\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)$　　B．$\left(-1,-\frac{1}{4}\right)$　　C．$[0,\frac{1}{4})$　　D．$(-\frac{3}{4},0]$

二、多项选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分)

9.下列命题中，真命题的是（　　）

A．$\forall\alpha,\ \beta\in\mathrm{R},\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$　　B．$\exists x_0\in R, e^{x_0}\le 1$

C．$\forall x\in R, x^3>0$　　D．$\exists\alpha_0\in R,\sin\alpha_0=\frac{\pi}{3}$

10. 不解三角形，则下列对三角形解的个数的判断中正确的是（　　）

A．$a=30,b=25,A=150^\circ$，有一解　　B．$a=7,b=14,A=30^\circ$，有两解

C．$a=6,b=9,A=45^\circ$，有两解　　D．$a=\sqrt{3},b=\sqrt{6},A=60^\circ$，无解

11. 已知 m,n 是两条不同的直线，α,β,γ 是三个不同的平面，则下列命题错误的是（）

A.若 $m\parallel\alpha, n\parallel\alpha$，则 $m\parallel n$　　B.若 $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$，则 $\alpha\parallel\beta$

C.若 $m\parallel\alpha, n\parallel\alpha$，且 $m\subset\beta, n\subset\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$　　D.若 $m\perp\alpha, n\perp\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$

12.已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin|x|+|\cos x|$，下列说法正确的有（　　）

A. 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{2}{3}\pi,\frac{7}{6}\pi]$ 上单调递减

B. 函数 $f(x)$ 是最小正周期为 2π 的周期函数

C.若 $1<m<2$，则方程 $f(x)=m$ 在区间 $[0,\pi]$ 内，最多有 4 个不同的根

D.函数 $f(x)$ 在区间 $[-10,10]$ 内，共有 6 个零点

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13.已知 $p: x>1$ 是 $q: x>a$ 的充分不必要条件，则实数 a 的取值范围是__▲__.

14.已知 α 为锐角，若 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，则 $\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})$ 的值为__▲__.

15.在 ΔABC 中，已知角 A 为钝角，且 $4\sin B\sin C=\sin^2 A$， $\sin B+\sin C=m\sin A$，则实数 m 的取值范围为__▲__.

16.已知不等式 $(e^x-ax)(x^2+ax+1)\geq 0$ 对任意 $x>0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是__▲__.

解答题（本大题共 6 小题，计 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x-\sin x$

（1）求函数 $f(x)$ 的图象在点 $\left(\frac{\pi}{3},\ f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ 处的切线方程；

（2）求该函数 $f(x)$ 在 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最值.

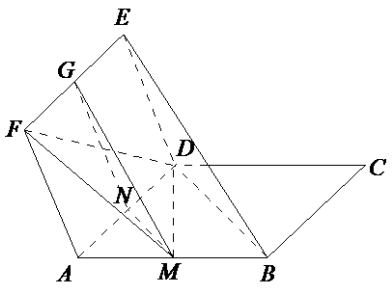
18.（本小题满分 12 分）

如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $ADEF$ 都为平行四边形， M，N，G 分别是 AB，AD，EF 的中点.

求证：

（1） BE // 平面 DMF；

（2）平面 BDE // 平面 MNG.



19.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=6\cos x\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{3}{2}$.

（1）求 $f(x)$ 的最小正周期和对称轴方程；

（2）若函数 $y=f(x)-a$ 在 $x\in\left[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right]$ 存在零点，求实数 a 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2^x+m\cdot 2^{-x}$ 是奇函数.

（1）求 m 的值；

（2）若在 ΔABC 中存在角 A，使得 $f(\lambda+\lambda\sin A)+f\left(-\cos^2 A-1\right)>0$，求实数 λ 的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）

已知 a,b,c 分别为 ΔABC 三个内角 A,B,C 的对边，且满足 $c^2=a^2+ab$, 记 ΔABC 的面积为 S.

（1）求证：$C=2A$；

（2）若 ΔABC 为锐角三角形，$b=4$，且 $\lambda<S$ 恒成立，求实数 λ 的范围.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^3+ke^x(k\in\mathbf{R})$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

（1）当 $k=1$ 时，求函数 $g(x)=xf'(x)-2f(x)-x^3+x+2$ 的单调区间；

（2）当 $k\geq 0$ 时，求证：对任意的 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1>x_2$，有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<\dfrac{f'(x_1)+f'(x_2)}{2}$.