2024-2025学年第一学期高二数学周练7

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知$m\in R$，则“$m=−6$”是“直线$\left(m+2\right)x−\left(m−2\right)y+2=0$与$3x+my−1=0$平行”的(    )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2.方程$(2x+3y−1)(\sqrt[ ]{x−3}−1)=0$表示的曲线是(    )

A. 两条直线 B. 两条射线
C. 两条线段 D. 一条直线和一条射线

3.若曲线$\frac{x^{2}}{t−2}+\frac{y^{2}}{4−t}=1$表示椭圆，则实数$t$的取值范围是(    )

A. $(2,4)$ B. $(2,3)∪(3,4)$
C. $(−\infty ,2)∪(4,+\infty )$ D. $(4,+\infty )$

4.已知$a>b>0$，设椭圆$C\_{1}:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1$与双曲线$C\_{2}:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1$的离心率分别为$e\_{1}$，$e\_{2}$，若$e\_{2}=3e\_{1}$，则双曲线$C\_{2}$的渐近线方程为(    )

A. $y=\pm \frac{2\sqrt[ ]{5}}{5}x$ B. $y=\pm \frac{4}{5}x$ C. $y=\pm \frac{\sqrt[ ]{5}}{2}x$ D. $y=\pm \frac{\sqrt[ ]{5}}{5}x$

5.已知曲线$x−1=\sqrt[ ]{4−y^{2}}$，则$\sqrt[ ]{x^{2}+(y−4)^{2}}$的最大值，最小值分别为(    )

A. $\sqrt[ ]{17}+2$，$\sqrt[ ]{17}−2$ B. $\sqrt[ ]{17}+2$，$\sqrt[ ]{5}$
C. $\sqrt[ ]{37}$，$\sqrt[ ]{17}−2$ D. $\sqrt[ ]{37}$，$\sqrt[ ]{5}$

6.如图，一座圆拱桥，当拱顶离水面$2$米时，水面宽$12$米，则当水面下降$1$米后，水面宽为(    )


A. $\sqrt[ ]{19}$米 B. $\sqrt[ ]{51}$米 C. $2\sqrt[ ]{19}$米 D. $2\sqrt[ ]{51}$米

7.已知椭圆$C：\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，左顶点为$A$，点$P$在$C$上，且$|PF\_{1}|=2|AF\_{1}|$，$∠PF\_{2}F\_{1}=60°$，则$C$的离心率为(    )

A. $\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

8.唐代诗人李顾的诗$《$古从军行$》$开头两句说“白日登山望烽火，黄昏饮马傍交河．”诗中隐含着一个有趣的数学问题$——$“将军饮马”问题，即将军在观望烽火之后从山脚下某处出发，先到河边饮马后再回军营，怎样走才能使总路程最短？在平面直角坐标系中，设军营所在区域为$x^{2}+y^{2}\leq 1$，若将军从点$A(3,0)$处出发，河岸线所在直线方程为$x+y=4$，并假定将军只要到达军营所在区域即回到军营，则“将军饮马”的最短总路程为(    )

A. $3\sqrt[ ]{2}−1$ B. $2$ C. $\sqrt[ ]{17}$ D. $\sqrt[ ]{17}−1$

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.下列说法正确的是(    )

A. 直线$x−y−2=0$与两坐标轴围成的三角形的面积是$2$
B. 点$(0,2)$关于直线$y=x+1$的对称点为$(1,1)$
C. 过$(x\_{1},y\_{1})$，$(x\_{2},y\_{2})$两点的直线方程为$\frac{y−y\_{1}}{y\_{2}−y\_{1}}=\frac{x−x\_{1}}{x\_{2}−x\_{1}}$
D. 经过点$(1,1)$且在$x$轴和$y$轴上截距都相等的直线方程为$x+y−2=0$

10.已知直线$l:kx−y+k=0$，圆$C:x^{2}+y^{2}−6x+5=0,P\left(x\_{0},y\_{0}\right)$为圆$C$上任意一点，则下列说法正确的是(    )

A. $x\_{0}^{2}+y\_{0}^{2}$的最大值为$5$ B. $\frac{y\_{0}}{x\_{0}}$的最大值为$\frac{2\sqrt[ ]{5}}{5}$
C. 直线$l$与圆$C$相切时，$k=\pm \frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$ D. 圆心$C$到直线$l$的距离最大为$4$

11.已知椭圆$E:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的离心率$e=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2},F\_{1},F\_{2}$分别为它的左、右焦点，$A,B$分别为它的左、右顶点，$P$是椭圆$E$上的一个动点，且$\left|PF\_{1}\right|−\left|PF\_{2}\right|$的最大值为$2\sqrt[ ]{3}$，则下列选项正确的是(    )

A. 当$P$不与左、右顶点重合时，$△PF\_{1}F\_{2}$的周长为定值$4+2\sqrt[ ]{3}$
B. 当$PF\_{1}⊥F\_{1}F\_{2}$时，$\left|PF\_{2}\right|=\frac{7}{2}$
C. 有且仅有$4$个点$P$，使得$△PF\_{1}F\_{2}$为直角三角形
D. 当直线$PA$的斜率为$1$时，直线$PB$的斜率为$−\frac{1}{4}$

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.点$M$在椭圆$\frac{x^{2}}{25}+\frac{y^{2}}{9}=1$上，$F$是椭圆的一个焦点，$N$为$MF$的中点，$|ON|=3$，则$|MF|=$          ．

13.已知圆$C$：$\left(x+1\right)^{2}+\left(y−1\right)^{2}=4$，若直线$y=kx+5$上总存在点$P$，使得过点$P$的圆$C$的两条切线夹角为$60^{∘}$，则实数$k$的取值范围是          ．

14.已知曲线$G:x|x|+y|y|=4,O$为坐标原点．给出下列四个结论：

$①$曲线$G$关于直线$y=x$成轴对称图形；

$②$经过坐标原点$O$的直线$l$与曲线$G$有且仅有一个公共点；

$③$直线$l:x+y=2$与曲线$G$所围成的图形的面积为$π−2$；

$④$设直线$l:y=kx+2$，当$k\in (−1,0)$时，直线$l$与曲线$G$恰有三个公共点．其中所有正确结论的序号是          ．

四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.$($本小题$13$分$)$已知直线$l$过直线$x+y−1=0$和$2x−3y+8=0$的交点$P$．

$(1)$若直线$l$与直线$3x−4y+5=0$平行，求直线$l$的一般式方程．

$(2)$若直线$l$与直线$3x−4y+5=0$垂直，求直线$l$的一般式方程．

16.$($本小题$15$分$)$已知$A\_{1}(−2,0)$是椭圆$M:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左顶点，且$M$经过点$(\frac{\sqrt[ ]{7}}{2},\frac{3\sqrt[ ]{3}}{4}).$

$(1)$求$M$的方程$;$

$(2)$若直线$l:y=k(x−1)$与$M$交于$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$两点，且$\frac{1}{x\_{1}}+\frac{1}{x\_{2}}=−1$，求弦$AB$的长．

17.$($本小题$15$分$)$已知$x^{2}+y^{2}−4x+2my+2m^{2}−2m+1=0\left(m\in R\right)$表示圆$C$的方程．

$(1)$求实数$m$的取值范围；

$(2)$当圆$C$的面积最大时，求过点$A\left(4,−4\right)$的圆的切线方程．

$(3)P$为圆上任意一点，已知$B\left(6,0\right)$，在$(2)$的条件下，求$\left|PA\right|^{2}+\left|PB\right|^{2}$的最小值．

18.$($本小题$17$分$)$

已知平面内点$M\left(x,y\right)$与两个定点$A\left(4,0\right),B\left(1,0\right)$的距离之比等于$2$．

$(1)$求点$M$的轨迹方程；

$(2)$记$(1)$中的轨迹为$C$，过点$P\left(1,\frac{1}{2}\right)$的直线$l$被$C$所截得的线段的长为$2\sqrt[ ]{3}$，求直线$l$的方程．

19.$($本小题$17$分$)$

已知双曲线$C$过点$P(\frac{\sqrt[ ]{6}}{2},1)$，$Q(\sqrt[ ]{2},\sqrt[ ]{2}).$

$(1)$求双曲线$C$的标准方程$;$

$(2$已知$A(3,4)$，过点$(\frac{1}{3},0)$的直线$l$与双曲线$C$交于不同两点$M$、$N$，设直线$AM$、$AN$的斜率分别为$k\_{1}$、$k\_{2}$，求证：$k\_{1}+k\_{2}$为定值．