江苏省仪征中学2024-2025学年度第一学期高二数学学科导学案

## 专题：直线与抛物线的位置关系

研制人：葛生芳 审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_ 学号:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 授课日期：\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【课标表述】

本单元的学习运用代数方法进一步认识圆锥曲线的性质以及它们的位置关系；运用平面解析几何方法解决简单的数学问题和实际问题，感悟平面解析几何中蕴含的数学思想.

一、学习目标

1.理解直线与抛物线的各种位置关系，能利用方程根的判别式来研究直线与抛物线的各种位置关系；

2.掌握和运用直线被抛物线所截得的弦长公式；

3.初步掌握与抛物线有关的弦长、中点、垂直等问题的一些重要解题技巧；

4.进一步树立数形结合、函数方程、等价转化、分类讨论等重要数学思想.

二、问题探究

**问题1、直线与抛物线的位置关系**

例1、动圆$M$与圆$(x−1)^{2}+y^{2}=1$相外切且与$y$轴相切，则动圆$M$的圆心的轨迹记$C$，

$($Ⅰ$)$求轨迹$C$的方程；

$($Ⅱ$)$经过定点$B(−2,1)$的直线$m$，试分析直线$m$与轨迹$C$的公共点个数，并指明相应的直线$m$的斜率$k$是否存在，若存在求$k$的取值或取值范围情况．

**问题2、焦点弦和弦长**

1. 已知抛物线$C$：$y^{2}=3x$的焦点为$F$，斜率为$\frac{3}{2}$的直线$l$与$C$的交点为$A$，$B$，与$x$轴的交点为$P$．
$(1)$若$|AF|+|BF|=4$，求$l$的方程；
$(2)$若$\vec{AP}=3\vec{PB}$，求$|AB|$．

例3、如图，经过抛物线$y^{2}=4x$的焦点$F$的直线交抛物线于$A,B$两点，经过点$A$和抛物线顶点的直线交抛物线的准线于点$D$．

$(1)$判断以$AB$为直径的圆与准线的位置关系，并说明理由；

$(2)$求证：直线$DB$平行于抛物线的对称轴．

**问题3、中点弦**

例4、已知抛物线$C:y^{2}=2px(p>0)$的焦点为$F$ ，过点$F$ 的直线$l$交抛物线$C$ 于$A$ ，$B$ 两点，当$l⊥x$轴时，

$\left|AB\right|=12$．$(1)$求抛物线$C$ 的标准方程；$(2)$当线段$AB$ 的中点的纵坐标为$3$时，求直线$l$的斜率．

**问题4、综合**

1. 已知抛物线$C:y^{2}=2px$过点$A(1,1)$．$(1)$求抛物线$C$的方程；
$(2)$过点$P(3,−1)$的直线与抛物线$C$交于$M$，$N$两个不同的点$($均与点$A$不重合$)$，设直线$AM$，$AN$的斜率分别为$k\_{1}$，$k\_{2}$，求证：$k\_{1}⋅k\_{2}$为定值．

例6、已知抛物线$C:y^{2}=2px(p>0)$，点$F$为抛物线$C$的焦点，点$A(1,a)$在抛物线$C$上，且$|FA|=2$，过点$F$作斜率为$k$的直线$l$与抛物线$C$交于$P$，$Q$两点．$(1)$求抛物线$C$的方程$;(2)$若$△APQ$面积的取值范围为$[\sqrt[ ]{5},8\sqrt[ ]{5}]$，求$k$的取值范围．

(选用)设抛物线$C:y^{2}=2py(p>0)$，过焦点$F$的直线与抛物线$C$交于点$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2}).$当直线$AB$垂直于$x$轴时，$|AB|=2$．$(1)$求抛物线$C$的标准方程．

$(2)$已知点$P(1,0)$，直线$AP$，$BP$分别与抛物线$C$交于点$C$，$D$．

$ ①$求证：直线$CD$过定点$; ②$求$△PAB$与$△PCD$面积之和的最小值．