**2024-2025学年第一学期高二数学期中复习讲义1——直线与圆**

# 一、单项选择题

1. “ $a=1$ ” 是 “直线 $\left(2a+1\right)x+ay+1=0$ 和直线 $ax−3y+3=0$ 垂直” 的( )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 直线 $\left(a+1\right)x+y+2−a=0$ 不经过第二象限,则实数 $a$ 的取值范围为( )

A. $\left(−\infty ,−1\right) $ B. $\left(−\infty ,−1\right] $ C. $\left(−\infty ,2\right)$ D. $(−\infty ,2]$

3. 设直线 $x−y−a=0$ 与圆 $x^{2}+y^{2}=4$ 相交于 $A,B$ 两点, $O$ 为坐标原点,若 $△AOB$ 为等边三角形,则实数 $a$ 的值为( )

A. $\pm \sqrt{3}$ B. $\pm \sqrt{6}$ C. $\pm 3$ D. $\pm 9$

4. 已知过定点 $A\left(0,b\right)\left(b>0\right)$ 的直线 $l$ 与圆 $O:x^{2}+y^{2}=1$ 相切时,与 $y$ 轴夹角为 $45^{∘}$ ,

则直线 $l$ 的方程为 ( )

A. $x−y+\sqrt{2}=0$ B. $x+y−1=0$

C. $x−y+\sqrt{2}=0$ 或 $x+y−\sqrt{2}=0$ D. $x+y−1=0$ 或 $x−y+1=0$

5. 已知 $m\in R$ ,过定点 $A$ 的动直线 $l\_{1}:mx+y=0$ 和过定点 $B$ 的动直线 $l\_{2}:x−my−m+3=0$ 交于点 $P$ , 则 $\left|PA\right|+\sqrt{3}\left|PB\right|$ 的取值范围是 ( )

A. $\left(\sqrt{10},2\sqrt{10}\right]$ B. $\left(\sqrt{10},\sqrt{30}\right]$ C. $[\sqrt{10},\sqrt{30})$ D. $\left[\sqrt{10},2\sqrt{10}\right]$

6. 已知动点 $M$ 的轨迹是阿波罗尼斯圆,其方程为 $x^{2}+y^{2}=1$ ,定点 $Q$ 为 $x$ 轴上一点, $P\left(−\frac{1}{2},0\right)$ 且 $λ=2$ . 若点 $B\left(1,1\right)$ ,则 $2\left|MP\right|+\left|MB\right|$ 的最小值为( )

A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{7}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{11}$

#

# 二、多项选择题

7. 已知 $A$ 是直线 $l:x+y−\sqrt{2}=0$ 上一定点, $P,Q$ 是圆 $x^{2}+y^{2}=1$ 上的动点. 若 $∠PAQ$ 的最大值为 $90^{∘}$ ,则点 $A$ 的坐标可以是 ( )

A. $\left(0,\sqrt{2}\right)$ B. $\left(1,\sqrt{2}−1\right)$ C. $\left(\sqrt{2},0\right)$ D. $\left(\sqrt{2}−1,1\right)$

8. 瑞士著名数学家欧拉在 1765 年提出定理: 三角形的外心、重心、垂心位于同一直线上, 这条直线就叫三角形的欧拉线. 在平面直角坐标系中作 $△ABC$ ,使得 $AB=AC=4$ ,点 $B\left(−1,3\right)$ ,点 $C(4$ , -2),且其欧拉线与圆 $M:\left(x−3\right)^{2}+y^{2}=r^{2}\left(r>0\right)$ 相切,则下列结论正确的有( )

A. 圆 $M$ 上点到直线 $x−y+3=0$ 的最小距离为 $2\sqrt{2}$

B. 圆 $M$ 上点到直线 $x−y+3=0$ 的最大距离为 $3\sqrt{2}$

C. 若点(x, y)在圆 $M$ 上,则 $x+\sqrt{3}y$ 的最小值是 $3−2\sqrt{2}$

D. 圆 $\left(x−a−1\right)^{2}+\left(y−a\right)^{2}=8$ 与圆 $M$ 有公共点,则 $a$ 的取值范围是 $\left[1−2\sqrt{2},1+2\sqrt{2}\right]$

# 三、填空题

9. 已知 $△ABC$ 的顶点坐标分别为 $A\left(3,4\right),B\left(6,0\right),C\left(−5,−2\right)$ ,则内角 $A$ 的平分线所在的直线方程为\_\_\_\_\_.

10. 线段 $AB$ 是圆 $O:x^{2}+y^{2}=4$ 的一条动弦,且 $\left|AB\right|=2\sqrt{3}$ ,直线 $l:mx−y+3−4m=0$ 恒过定点 $P$ ,则 $\left|\vec{PA}+\vec{PB}\right|$ 的最小值为\_\_\_\_\_

#

# 四、解答题

11. 如图,已知圆心坐标为 $\left(\sqrt{3},1\right)$ 的圆 $M$ 与 $x$ 轴及直线 $y=\sqrt{3}x$ 分别相切于 $A,B$ 两点,另一圆 $N$ 与圆 $M$ 外切,且与 $x$ 轴及直线 $y=\sqrt{3}x$ 分别相切于 $C,D$ 两点.

(1) 求圆 $M$ 和圆 $N$ 的方程;

(2) 过点 $B$ 作直线 $MN$ 的平行线 $l$ ,求直线 $l$ 被圆 $N$ 截得的弦的长度.

 

12.已知在平面直角坐标系*xOy*中，点*A*（0，3），直线*l*：*y*＝2*x*－4，设圆*C*的半径为1，圆心在直线*l*上.

（1）若圆心*C*也在直线*y*＝*x*－1上，过点*A*作圆*C*的切线，求切线的方程；

（2）若圆*C*上存在点*M*，使｜*MA*｜＝2｜*MO*｜，求圆心*C*的横坐标*a*的取值范围.

13.在平面直角坐标系$xOy$中，已知圆$C\_{1}$的方程为$(x−\frac{9}{2})^{2}+y^{2}=10$，圆$C\_{2}$过点$M(\frac{1}{2},3)$，且与圆$C\_{1}$外切于点$N(\frac{3}{2},1)$．

$(1)$求圆$C\_{2}$的方程；

$(2)$设斜率为$2$的直线$m$分别交$x$轴负半轴和$y$轴正半轴于$A,B$两点，交圆$C\_{2}$在第二象限的部分于$E,F$两点．若$ΔAOE$与$ΔBOF$的面积相等，求直线$m$的方程．



14.如图，在平面直角坐标系中，$P$为直线$y=4$上一动点，圆$O:x^{2}+y^{2}=4$与$x$轴的交点分别为$M$，$N$点，圆$O$与$y$轴的交点分别为$S$，$T$点．
$(1)$若$△MTP$为等腰三角形，求$P$点坐标$;$

$(2)$若直线$PT$，$PS$分别交圆$O$于$A$，$B$两点．

$ ①$求证：直线$AB$过定点，并求出定点坐标$;$

$ ②$求四边形$ASBT$面积的最大值．

