**2024-2015学年第一学期高二数学周练10**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$的首项$a\_{1}=3$，且$a\_{n+1}=\frac{2}{2−a\_{n}}$，则$a\_{9}=$(    )

A. $3$ B. $−2$ C. $\frac{4}{3}$ D. $−3$

2.若两直线$l\_{1}:x+2ay+2=0$，$l\_{2}:(3a−1)x−ay−1=0$平行，则实数$a$的取值集合是

A. $\{0 , \frac{1}{6}\}$ B. $\{0\}$ C. $\{\frac{1}{6} \}$ D. $\{\frac{1}{2},1\}$

3.已知圆$M$经过$P(1,1)$，$Q(−7,−5)$两点，且圆心$M$在直线$l:x−2y−1=0$，则圆$M$的标准方程是(    )

A. $(x−2)^{2}+(y−3)^{2}=5$ B. $(x−3)^{2}+(y−4)^{2}=13$
C. $(x+3)^{2}+(y+2)^{2}=25$ D. $(x+3)^{2}+(y−2)^{2}=25$

4.已知实数$x$，$y$满足$x^{2}+y^{2}−2x−8=0$，则$x^{2}+y^{2}$的取值范围是(    )

A. $[4,10]$ B. $[8,10]$ C. $[4,16]$ D. $[8,16]$

5.已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{9}+\frac{y^{2}}{5}=1$的右焦点为$F,P$是椭圆上任意一点，点$A\left(0,2\sqrt[ ]{3}\right)$，则$▵APF$的周长的最大值为(    )

A. $9+\sqrt[ ]{21}$ B. $14$ C. $7+2\sqrt[ ]{3}+\sqrt[ ]{5}$ D. $15+\sqrt[ ]{3}$

6.已知$F\_{1}$，$F\_{2}$是椭圆$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点，$A$是椭圆$C$的左顶点，点$P$在过$A$且斜率为$\frac{\sqrt[ ]{3}}{6}$的直线上，$△PF\_{1}F\_{2}$为等腰三角形，$∠F\_{1}F\_{2}P=120°$，则椭圆$C$的离心率为（）

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

7.已知双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt[ ]{5}$，圆$(x−a)^{2}+y^{2}=9$与$C$的一条渐近线相交，且弦长不小于$4$，则$a$的取值范围是(    )

A. $\left(0,1\right]$ B. $\left(0,\frac{3}{2}\right]$ C. $\left(0,2\right]$ D. $\left(0,\frac{5}{2}\right]$

8.已知椭圆$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>b>0\right)$的离心率为$\frac{1}{2}$，左顶点是$A$，左、右焦点分别是$F\_{1}$，$F\_{2}$，$M$是$C$在第一象限上的一点，直线$MF\_{1}$与$C$的另一个交点为$N.$若$MF\_{2}//AN$，则直线$MN$的斜率为$($   $)$．

A. $\frac{\sqrt[ ]{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{11}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{15}}{7}$

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.已知直线$l$：$kx−y+4−4k=0$与圆$M$：$x^{2}+y^{2}−4x−4y+4=0$，则下列说法中正确的是(    )

A. 直线$l$与圆$M$一定相交 B. 若$k=0$，则直线$l$与圆$M$相切
C. 当$k=1$时，直线$l$被圆$M$截得的弦最长 D. 圆心$M$到直线$l$的距离的最大值为$2\sqrt[ ]{2}$

10.设椭圆$C:\frac{x^{2}}{2}+y^{2}=1$的左右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，左右顶点分别为$A$，$B$，点$P$是椭圆$C$上的动点，则下列结论正确的是(    )

A. 离心率$e=\frac{\sqrt[ ]{6}}{2}$ B. $△PF\_{1}F\_{2}$面积的最大值为$1$
C. 以线段$F\_{1}F\_{2}$为直径的圆与直线$x+y−1=0$相切 D. $k\_{PA}⋅k\_{PB}$为定值$−\frac{1}{2}$

11.已知双曲线$x^{2}−\frac{y^{2}}{2}=1$的左右顶点为$A\_{1}$，$A\_{2}$，左右焦点为$F\_{1}$，$F\_{2}$，直线$l$与双曲线的左右两支分别交于$P$，$Q$两点，则(    )

A. 若$∠F\_{1}PF\_{2}=\frac{π}{3}$，则$△PF\_{1}F\_{2}$的面积为$2\sqrt[ ]{3}$
B. 直线$l$与双曲线的两条渐近线分别交于$M$，$N$两点，则$|PM|=|NQ|$
C. 若$PA\_{1}$的斜率的范围为$[−8,−4]$，则$PA\_{2}$的斜率的范围为$[−\frac{1}{2},−\frac{1}{4}]$
D. 存在直线$l$的方程为$2x−y−1=0$，使得弦$PQ$的中点坐标为$(1,1)$

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.已知抛物线$y^{2}=4x$上一点到焦点的距离为$5$，这点的坐标为          ．

13.已知$F\_{1},F\_{2}$为椭圆$C:\frac{x^{2}}{4}+y^{2}=1$的左、右焦点，点$P$在$C$上，则$\frac{4}{|PF\_{1}|}+\frac{8}{|PF\_{2}|}$的最小值为          ．

14.如图，过双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左焦点$F(−c,0)(c>0)$引圆$x^{2}+y^{2}=a^{2}$的切线，切点为$T$，延长$FT$交双曲线右支于$P$点，$M$为线段$FP$的中点，$O$为坐标原点，若$|MO|−|MT|=2a−c$，则双曲线的离心率为          ．

四、解答题：本题共**5**小题，共**60**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.$($本小题$12$分$)$在平面直角坐标系中，已知射线$OA$：$x−y=0(x\geq 0)$，$OB$：$x+2y=0(x\geq 0).$过点$P(3,0)$作直线分别交射线$OA$，$OB$于点$A$，$B$．

$(1)$已知点$B(6,−3)$，求点$A$的坐标；$(2)$当线段$AB$的中点为$P$时，求直线$AB$的方程；

16.$($本小题$12$分$)$已知圆心在直线$x−y+3=0$上的圆$C$经过两点$M(0,2)$和$N(1,3)$．

$(1)$求圆$C$的方程$;$

$(2)$设点$Q(a,0)(a>0)$，若圆$C$上存在点$P$满足$|PQ|=\sqrt[ ]{2}|PO|$，求实数$a$的取值范围．

17.$($本小题$12$分$)$已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右顶点为$A\_{1}$，$A\_{2}$，点$G$是椭圆$C$的上顶点，直线$A\_{2}G$与圆$x^{2}+y^{2}=\frac{8}{5}$相切，且椭圆$C$的离心率为$\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$．

$(1)$求椭圆$E$的方程$;$

$(2)$过点$P(0,1)$的直线$l$交$E$于$M$，$N$两点，若$\vec{NP}=5\vec{PM}$，求直线$l$的方程．

18.$($本小题$12$分$)$若$O$为坐标原点，双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt[ ]{5}}{2}$，点$P$在双曲线$C$上，点$F\_{1},F\_{2}$分别为双曲线$C$的左右焦点，$(|PF\_{1}|−|PF\_{2}|)^{2}=16.M$，$N$分别为椭圆$C\_{1}$的左、右顶点，设过点$G\left(4,0\right)$的动直线$l$交双曲线$C\_{2}$右支$A$，$B$两点，若直线$AM$，$BN$的斜率分别为$k\_{AM}$，$k\_{BN}$．

$(1)$求双曲线$C\_{2}$的标准方程；

$(2)$证明：$\frac{k\_{AM}}{k\_{BN}}$是否定值．

19.$($本小题$12$分$)$已知$F$是抛物线$C：y^{2}=2px\left(0<p<4\right)$的焦点，纵坐标为$2\sqrt[ ]{2}$的点$P$在$C$上，且$\left|PF\right|=3$，$A,B$是$C$上的两点，直线$AB$不与$x$轴垂直，且直线$AF,BF$关于$x$轴对称．

$(1)$求$C$的方程；$(2)$求证：直线$AB$过定点；$(3)$求$\left|AF\right|^{2}+\left|BF\right|^{2}+\left|AB\right|^{2}$的取值范围．

**答案和解析**

1.【答案】$A$

【解析】【分析】

本题考查数列的周期性，属于基础题．
求出$a\_{2},a\_{3},a\_{4},a\_{5}$，发现周期，根据周期来求解．

【解答】
解：由题可知$a\_{2}=−2$，$a\_{3}=\frac{1}{2}$，
$a\_{4}=\frac{4}{3}$，$a\_{5}=3$，

故$\left\{a\_{n}\right\}$是以$4$为周期的周期数列，

故$a\_{9}=a\_{1}=3$．

故选：$A$．

2.【答案】$B$

【解析】【分析】

本题主要考查直线平行的性质，属于基础题．
根据已知条件，结合直线平行的性质，即可求解．

【解答】
解：直线$l\_{1}$：$x+2ay+2=0$与$l\_{2}$：$(3a−1)x−ay−1=0$平行，
则$−a=2a(3a−1)$，即$6a^{2}−a=0$，解得$a=0$或$\frac{1}{6}$，
经检验，当$a=$ $\frac{1}{6}$时，直线$l\_{1}$，$l\_{2}$重合，不满足题意，
故实数$a$的值为$0$．
故选：$B$．

3.【答案】$C$

【解析】【分析】
本题考查了圆的方程的求法，重点考查了两点的距离公式，属于中档题．
先设圆心$M$的坐标为$(a,b)$，根据点在线上及两点间距离得出$a=−3$，$b=−2$，再求出半径，得出圆的标准方程．
【解答】解：已知圆$M$经过$P(1,1)$，$Q(−7,−5)$两点，且圆心$M$在直线$l$：$x−2y−1=0$，
设圆心$M$的坐标为$(a,b)$，
因为圆心$M$在直线$l$：$x−2y−1=0$上，
所以$a−2b−1=0①$，
因为$P$，$Q$是圆上两点，
所以$|MP|=|MQ|$，
根据两点间距离公式，有 $\sqrt[ ]{(a−1)^{2}+(b−1)^{2}}=\sqrt[ ]{(a+7)^{2}+(b+5)^{2}}$，
即$4a+3b+18=0②$，
由$①②$可得$a=−3$，$b=−2$．
所以圆心$M$的坐标是$(−3,−2)$，圆的半径 $r=|MP|=\sqrt[ ]{(1+3)^{2}+(1+2)^{2}}=5$，
所以，所求圆的标准方程是$(x+3)$ $ ^{2}+(y+2)$ $ ^{2}=25$．
故选：$C$．

4.【答案】$C$

【解析】【分析】
本题考查与圆有关的范围问题，属于基础题．
由方程$x^{2}+y^{2}−2x−8=0$表示$(1,0)$为圆心，$3$为半径的圆，结合$x^{2}+y^{2}$的几何意义即可求解．
【解答】
解：$x^{2}+y^{2}−2x−8=0$，即$\left(x−1\right)^{2}+y^{2}=9$，表示$(1,0)$为圆心，$3$为半径的圆，
则$x^{2}+y^{2}$表示$(0,0)$到圆上的点$(x,y)$的距离的平方，
则$x^{2}+y^{2}$的取值范围是$[\left[\sqrt[ ]{\left(1−0\right)^{2}+\left(0−0\right)^{2}}−3\right]^{2},\left[\sqrt[ ]{\left(1−0\right)^{2}+\left(0−0\right)^{2}}+3\right]^{2}]$，即$[4,16]$

5.【答案】$B$

【解析】【分析】

本题考查椭圆的定义和性质，考查三角形三边大小关系，属于基础题．
利用椭圆定义及三角形两边之差小于第三边即可求解．

【解答】
解：如图所示，设椭圆的左焦点为$F′$，
$|AF|=\sqrt[ ]{2^{2}+(−2\sqrt[ ]{3})^{2}}=4=|AF′|$，

$|PF|+|PF′|=2a=6$，
$∵|PA|−|PF′|⩽|AF′|$，

$∴△APF$的周长$=|AF|+|PA|+|PF|$
$=|AF|+|PA|+6−|PF′|⩽4+6+4=14$，
当且仅当$A$，$F^{′}$，$P$三点共线时取等号$($点$P$位于图中的$P′$处$)$，
$∴△APF$周长的最大值等于$14$．
故选：$B$．

6.【答案】$D$

【解析】【分析】

本题考查椭圆的性质，直线方程的应用，考查转化思想，属于中档题．
求得直线$AP$的方程，根据题意求得$P$点坐标，代入直线方程，即可求得椭圆的离心率．

【解答】
解：由题意可知：$A(−a,0)$，$F\_{1}(−c,0)$，$F\_{2}(c,0)$，
直线$AP$的方程为：$y=\frac{\sqrt[ ]{3}}{6}(x+a)$，
由$∠F\_{1}F\_{2}P=120°$，$|PF\_{2}|=|F\_{1}F\_{2}|=2c$，
则$P(2c,\sqrt[ ]{3}c)$，
代入直线$AP$的方程得$\sqrt[ ]{3}c=\frac{\sqrt[ ]{3}}{6}(2c+a)$，整理得：$a=4c$，
$∴$离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{4}$．
故答案选：$D$．


7.【答案】$D$

【解析】【分析】

本题主要考查与双曲线离心率有关的参数问题，属于中档题．
根据双曲线的离心率可得渐近线方程为$y=\pm 2x$，由已知条件结合弦长公式可得$2\sqrt[ ]{9−\frac{4a^{2}}{5}}\geq 4$，运算求解即可．

【解答】

解：设双曲线$C$的半焦距为$c>0$，

则$e=\frac{c}{a}=\sqrt[ ]{\frac{c^{2}}{a^{2}}}=\sqrt[ ]{\frac{a^{2}+b^{2}}{a^{2}}}=\sqrt[ ]{1+\frac{b^{2}}{a^{2}}}=\sqrt[ ]{5}$，解得$\frac{b}{a}=2$，

且双曲线$C$的焦点在$x$轴上，所以双曲线$C$的渐近线方程为$y=\pm 2x$，

因为圆$(x−a)^{2}+y^{2}=9$的圆心为$\left(a,0\right)$，半径$r=3$，

可知圆$(x−a)^{2}+y^{2}=9$关于$x$轴对称，不妨取渐近线为$y=2x$，即$2x−y=0$，

则圆心$\left(a,0\right)$到渐近线的距离$d=\frac{2a}{\sqrt[ ]{5}}<3$，可得$0<a<\frac{3\sqrt[ ]{5}}{2}$，

又因为圆$(x−a)^{2}+y^{2}=9$与双曲线$C$的一条渐近线的相交弦长为$2\sqrt[ ]{r^{2}−d^{2}}=2\sqrt[ ]{9−\frac{4a^{2}}{5}}$，

由题意可得$2\sqrt[ ]{9−\frac{4a^{2}}{5}}\geq 4$，解得$0<a\leq \frac{5}{2}$，

所以$a$的取值范围是$\left(0,\frac{5}{2}\right]$．

故选：$D$．

8.【答案】$A$

【解析】【分析】

本题考查直线与椭圆的位置关系，属于中档题．
利用相似关系可得$\frac{\left|NF\_{1}\right|}{\left|MF\_{1}\right|}=\frac{1}{2}$，再利用直线方程和椭圆方程联立后可求直线的斜率．

【解答】



因为离心率为$\frac{1}{2}$，故可设$a=2k,c=k(k>0)$，故$b=\sqrt[ ]{3}k$，

故椭圆方程为：$\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{3}=k^{2}$，

而$\left|AF\_{1}\right|=a−c=k$，$\left|F\_{2}F\_{1}\right|=2k$，故$\frac{\left|AF\_{1}\right|}{\left|F\_{2}F\_{1}\right|}=\frac{1}{2}$，
因$MF\_{2}//AN$，故$\frac{\left|NF\_{1}\right|}{\left|MF\_{1}\right|}=\frac{1}{2}$．

故直线$MN$与$x$轴不垂直也不重合，

故可设$MN:x=my−k$，$M\left(x\_{1},y\_{1}\right)$，$N\left(x\_{2},y\_{2}\right)$，则$y\_{1}=−2y\_{2}$，

由$\left\{\begin{matrix}x=my−k\\3x^{2}+4y^{2}=12k^{2}\end{matrix}\right.$可得$\left(4+3m^{2}\right)x^{2}−6mkx−9k^{2}=0$，

因$F\_{1}$在椭圆内部，故$Δ>0$恒成立，且$\left\{\begin{matrix}y\_{1}+y\_{2}=\frac{6km}{4+3m^{2}}\\y\_{1}y\_{2}=\frac{−9k^{2}}{4+3m^{2}}\\y\_{1}=−2y\_{2}\end{matrix}\right.,$

故$\frac{−6km}{4+3m^{2}}×\frac{12km}{4+3m^{2}}=\frac{−9k^{2}}{4+3m^{2}}$，因$k\ne 0$，$m>0$，故$m=\frac{2\sqrt[ ]{5}}{5}$，

此时$y\_{1}=\frac{12k·\frac{2\sqrt[ ]{5}}{5}}{4+\frac{12}{5}}=\frac{3\sqrt[ ]{5}}{4}k$，$x\_{1}=\frac{3\sqrt[ ]{5}}{4}k·\frac{2\sqrt[ ]{5}}{5}−k=\frac{k}{2}>0$，

故$M$在第一象限，符合条件，$MN$的斜率为$\frac{1}{m}=\frac{\sqrt[ ]{5}}{2}$，

故选：$A$．

9.【答案】$BCD$

【解析】【分析】

本题主要考查直线与圆的位置关系，圆中的最值问题，圆的弦长公式等知识，属于中档题．
*A*.由直线$l$过$(4,4)$，再判断$(4,4)$与圆的位置关系即可；$B.$利用圆心到直线的距离和半径的关系判断；$C.$判定直线$l$的方程是否过圆$M$的圆心即可；$D.$结合圆的性质分析出何时取得最大值，再结合两点间的距离公式即可求出结果．

【解答】
解：$M$：$x^{2}+y^{2}−4x−4y+4=0$，即$(x−2)^{2}+(y−2)^{2}=4$，
是以$(2,2)$为圆心，以$2$为半径的圆，
*A*.因为直线$l$：$kx−y+4−4k=0$，直线$l$过$(4,4)$，$4^{2}+4^{2}−4×4−4×4+4>0$，
则$(4,4)$在圆外，所以直线$l$与圆$M$不一定相交，故*A*错误；
*B*.若$k=0$，则直线$l$：$y=4$，直线$l$与圆$M$相切，故*B*正确；
*C*.当$k=1$时，直线$l$的方程为$x−y=0$，过圆$M$的圆心，
即直线$l$是直径所在直线，故*C*正确；
*D*.由圆的性质可知当过圆心$(2,2)$和点$(4,4)$的直线与直线$l$垂直时，圆心$M$到直线$l$的距离最大，
此时最大值为$\sqrt[ ]{(2−4)^{2}+(2−4)^{2}}=2\sqrt[ ]{2}.$故*D*正确，
故选：$BCD$．

10.【答案】$BD$

【解析】【分析】

本题考查了椭圆的概念及标准方程和椭圆的性质，直线与圆的位置关系，属于中档题．
根据椭圆的定义和几何性质逐项判断即可．

【解答】
解：依题意$a=\sqrt[ ]{2},b=1,c=1$，
所以$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt[ ]{2}}=\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$，故*A*错误；

对于$B$选项，$|F\_{1}F\_{2}|=2c=2$，当$P$为椭圆短轴顶点时，
$△PF\_{1}F\_{2}$的面积取得最大值为$\frac{1}{2}⋅2c⋅b=c⋅b=1$，故*B*正确；

对于$C$选项，线段$F\_{1}F\_{2}$为直径的圆，其圆心为$\left(0,0\right)$，半径为$c=1$，
圆心到直线$x+y−1=0$的距离为$\frac{1}{\sqrt[ ]{2}}=\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$，圆心到直线的距离不等于半径，
所以$C$选项错误$;$
设$P(x,y)$，则$\frac{x^{2}}{2}+y^{2}=1,x\in \left[−\sqrt[ ]{2},\sqrt[ ]{2}\right]$，
又$A\left(−\sqrt[ ]{2},0\right),B\left(\sqrt[ ]{2},0\right)$，$k\_{PA}=\frac{y}{x+\sqrt[ ]{2}}$，$k\_{PB}=\frac{y}{x−\sqrt[ ]{2}}$，
$k\_{PA}·k\_{PB}=\frac{y^{2}}{x^{2}−2}$，根据椭圆方程知，$x^{2}−2=−2y^{2}$，
则$k\_{PA}·k\_{PB}=−\frac{1}{2}$，故*D*正确，
故选*BD*．

11.【答案】$ABC$

【解析】【分析】

本题考查双曲线的面积问题，直线与双曲线的位置关系及其应用，双曲线的焦点三角形问题，属于较难题．
对各个选项逐一验证可以得出答案．

【解答】
解：在双曲线$x^{2}−\frac{y^{2}}{2}=1$中，$a=1$，$b=\sqrt[ ]{2}$，$c=\sqrt[ ]{3}$，
且$A\_{1}(−1,0)$，$A\_{2}(1,0)$，$F\_{1}(−\sqrt[ ]{3},0)$，$F\_{2}(\sqrt[ ]{3},0)$，
对于选项*A*，设$PF\_{1}=m$，$PF\_{2}=n$，由双曲线定义得：$m−n=2$，
两边平方可得：$m^{2}+n^{2}−2mn=4 ①$，
在$△PF\_{1}F\_{2}$中，由余弦定理可得：$m^{2}+n^{2}−2mncos\frac{π}{3}=(2\sqrt[ ]{3})^{2}⇒m^{2}+n^{2}−mn=12 ②$，
联立$ ① ②$可得：$mn=8$，
故$△PF\_{1}F\_{2}$的面积为$\frac{1}{2}mnsin\frac{π}{3}=\frac{1}{2}×8×\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}=2\sqrt[ ]{3}$，故选项*A*正确$;$
对于选项*B*，设直线$l:y=kx+m$代入$x^{2}−\frac{y^{2}}{2}=λ(∗)($说明：当$λ=1$时$(∗)$式表示双曲线$;λ=0$时$(∗)$式表示双曲线的两条渐近线$)$，
得$(k^{2}−2)x^{2}+2kmx+m^{2}+2λ=0$，
应满足：$(k^{2}−2)\ne 0$，且$△>0$且明显有：$x\_{1}+x\_{2}=\frac{2km}{2−k^{2}}($与$λ$无关$)$，
这说明线段$PQ$的中点与线段$MN$的中点重合，
故有$\left|PM\right|=\left|NQ\right|$成立，故选项 *B*正确$;$
对于选项*C*，设$P(m,n)$，则$m^{2}−\frac{n^{2}}{2}=1⇒n^{2}=2(m^{2}−1)$，
又直线$PA\_{1}$与$PA\_{2}$的斜率的乘积$k\_{1}k\_{2}=\frac{n}{m+1}⋅\frac{n}{m−1}=\frac{n^{2}}{m^{2}−1}=\frac{2(m^{2}−1)}{m^{2}−1}=2$，
由于$k\_{1}\in [−8,−4]$从而可得：$k\_{2}\in [−\frac{1}{2},−\frac{1}{4}]$，故选项*C*正确$;$
对于选项*D*，由$\left\{\begin{matrix}x^{2}−\frac{y^{2}}{2}=1\\2x−y−1=0\end{matrix}\right.⇒2x^{2}−4x+3=0,$
因为$Δ<0$，故直线与双曲线无交点，
所以不存在中点，
故选项*D*错误．
故选*ABC*．

12.【答案】$(4,4)$或$(4,−4)$

【解析】【分析】

本题考查抛物线的定义，属于基础题．
先设出该点的坐标，根据抛物线的定义可知该点到准线的距离与其到焦点的距离相等，进而利用点到直线的距离求得$x$的值，代入抛物线方程求得$y$值，即可得到所求点的坐标．

【解答】
解：$∵$抛物线方程为$y^{2}=4x$，
$∴$焦点为$F(1,0)$，准线为$l$：$x=−1$，
设所求点坐标为$P(x,y)$，
根据抛物线定义可知$x+1=5$，解之得$x=4$，
代入抛物线方程求得$y=\pm 4$，
故点$P$坐标为：$(4,\pm 4)$．
故答案为：$(4,4)$或$(4,−4)$．

13.【答案】$3+2\sqrt[ ]{2}$

【解析】【分析】

本题考查椭圆的定义和利用基本不等式求最值，属于中档题．
利用椭圆的定义和基本不等式直接求最值．

【解答】

解：因为点$P$在椭圆$C:\frac{x^{2}}{4}+y^{2}=1$上，
所以$|PF\_{1}|+|PF\_{2}|=2a=4$，所以$\frac{|PF\_{1}|}{4}+\frac{|PF\_{2}|}{4}=1$．

所以$\frac{4}{|PF\_{1}|}+\frac{8}{|PF\_{2}|}$
$$=(\frac{4}{|PF\_{1}|}+\frac{8}{|PF\_{2}|})×(\frac{|PF\_{1}|}{4}+\frac{|PF\_{2}|}{4})$$

$$=1+\frac{2|PF\_{1}|}{|PF\_{2}|}+\frac{|PF\_{2}|}{|PF\_{1}|}+2$$

$\geq 3+2\sqrt[ ]{\frac{2|PF\_{1}|}{|PF\_{2}|}×\frac{|PF\_{2}|}{|PF\_{1}|}}=3+2\sqrt[ ]{2}$，
当且仅当$\left\{\begin{matrix}\frac{2\left|PF\_{1}\right|}{\left|PF\_{2}\right|}=\frac{\left|PF\_{2}\right|}{\left|PF\_{1}\right|}\\\left|PF\_{1}\left|+\right|PF\_{2}\right|=4\end{matrix}\right.$，即$\left\{\begin{matrix}\left|PF\_{1}\right|=4\sqrt[ ]{2}−4\\\left|PF\_{2}\right|=8−4\sqrt[ ]{2}\end{matrix}\right.$时等号成立．

所以$\frac{4}{|PF\_{1}|}+\frac{8}{|PF\_{2}|}$的最小值为$3+2\sqrt[ ]{2}$．

故答案为：$3+2\sqrt[ ]{2}$．

14.【答案】$\frac{5}{3}$

【解析】【分析】

本题考查双曲线的离心率计算，属于中档题．

设双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的右焦点$F\_{2}(c,0)(c>0)$，连接$PF\_{2}$，$OM$，根据已知得到$|MO|−|MT|=b−a$，又$\left|MO\right|−\left|MT\right|=2a−c$，则$2a−c=b−a$，整理得$3a−c=b$，两边平方整理得$5a^{2}−3ac=0$，从而可得．

【解答】
解：设双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的右焦点$F\_{2}(c,0)(c>0)$，连接$PF\_{2}$，$OM$．

则$△PF\_{2}F$中，$\left|FM\right|=\left|MP\right|$，$\left|FO\right|=\left|OF\_{2}\right|$，
则$\left|MO\right|=\frac{1}{2}\left|PF\_{2}\right|$，
由直线$FT$与圆$x^{2}+y^{2}=a^{2}$相切，

可得$\left|FT\right|=\sqrt[ ]{\left|OF\right|^{2}−\left|OT\right|^{2}}=\sqrt[ ]{c^{2}−a^{2}}=b$，
又双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1$中，$\left|PF\right|−\left|PF\_{2}\right|=2a$，

则$\left|MO\right|−\left|MT\right|=\frac{1}{2}\left|PF\_{2}\right|−\left(\frac{1}{2}\left|PF\right|−\left|FT\right|\right)=\frac{1}{2}\left(\left|PF\_{2}\right|−\left|PF\right|\right)+\left|FT\right|=b−a$，

又$\left|MO\right|−\left|MT\right|=2a−c$，则$2a−c=b−a$，

整理得$3a−c=b$，两边平方整理得$5a^{2}−3ac=0$，
则双曲线的离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{5}{3}$．
故答案为：$\frac{5}{3}$．

15.【答案】解：$(1)$由，$B(6,−3)P(3,0)$可得直线$BP$的方程为$y=\frac{0−(−3)}{3−6}(x−3)$，
即为$x+y−3=0$，与$x−y=0(x\geq 0)$联立，
解得$x=y=\frac{3}{2}$，即$A(\frac{3}{2},\frac{3}{2});$
$(2)$由题意设$A(a,a)$，$B(−2b,b)$，$a>0$，$b<0$，
则线段$AB$的中点为$(\frac{a−2b}{2},\frac{a+b}{2})$，
因为线段$AB$的中点为$P$，
所以$\left\{\begin{matrix}\frac{a−2b}{2}=3\\\frac{a+b}{2}=0\end{matrix}\right.$，解得$\left\{\begin{matrix}a=2\\b=−2\end{matrix}\right.,$
所以$A(2,2)$，$B(4,−2)$，
则直线$AB$的斜率$k=\frac{a−b}{a+2b}=−2$．
所以直线$AB$的方程为$y=−2(x−3)$，即$2x+y−6=0$．
故直线$AB$的方程为$2x+y−6=0$．

【解析】本题主要考查直线的方程的应用，中点公式的应用，属于基础题．
$(1)$先求出$BP$的方程，可得$A$的坐标$;$
$(2)$首先求出中点坐标$P$，进而求出直线$AB$的斜率，进而求结果．

16.【答案】解：$(1)$设$M$，$N$的中点为点$A$，则$A$点坐标为$(\frac{1}{2},\frac{5}{2}).$
求得$k\_{MN}=1$，
则过$A$点且与直线$MN$垂直的直线方程为：$y−\frac{5}{2}=−1(x−\frac{1}{2})$，
解得$y=−x+3$，
$∵$圆心也在直线$x−y+3=0$上，
$∴\left\{\begin{matrix}x+y−3=0\\x−y+3=0\end{matrix}\right.$解得$\left\{\begin{matrix}x=0\\y=3\end{matrix}\right.$，
$∴C(0,3)$，
$∵|CM|=1$，$∴$圆$C$的方程为$x^{2}+(y−3)^{2}=1$；
$(2)$设$P(x\_{0},y\_{0})$，
$|PQ|=\sqrt[ ]{(x\_{0}−a)^{2}+y\_{0}^{2}}$，$|PO|=\sqrt[ ]{x\_{0}^{2}+y\_{0}^{2}}$，
由题可得$\sqrt[ ]{(x\_{0}−a)^{2}+y\_{0}^{2}}=\sqrt[ ]{2}\sqrt[ ]{x\_{0}^{2}+y\_{0}^{2}}$，
$(x\_{0}−a)^{2}+y\_{0}^{2}=2(x\_{0}^{2}+y\_{0}^{2})$，$x\_{0}^{2}+a^{2}−2ax\_{0}+y\_{0}^{2}=2x\_{0}^{2}+2y\_{0}^{2}$，
化简得$(x\_{0}+a)^{2}+y\_{0}^{2}=2a^{2}$，
可知点$P$轨迹是以$(−a,0)$为圆心，以$\sqrt[ ]{2}a$为半径的圆$C\_{1}$，
可知圆$C$与圆$C\_{1}$有公共点，即$|\sqrt[ ]{2}a−1|\leq |CC\_{1}|=\sqrt[ ]{a^{2}+9}\leq \sqrt[ ]{2}a+1$，
解得$\sqrt[ ]{10}−\sqrt[ ]{2}\leq a\leq \sqrt[ ]{10}+\sqrt[ ]{2}$．

【解析】本题考查圆的标准方程、圆与圆的位置关系，考查推理能力和计算能力，属于一般题．
$(1)$设$M$，$N$的中点为点$A$，则$A$点坐标为$(\frac{1}{2},\frac{5}{2})$，利用圆心也在直线$x−y+3=0$上求解．
$(2)$设$P$坐标，由存在点$P$满足$|PQ|=\sqrt[ ]{2}|PO|$，利用圆与圆有公共点即可求解．

17.【答案】解：$(1)$由$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$可得$a=2b ①$，
因$A\_{2}(a,0)$，$G(0,b)$，则直线$A\_{2}G$的方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，即$bx+ay−ab=0$，
又直线$A\_{2}G$与圆$x^{2}+y^{2}=\frac{8}{5}$相切，则$\frac{ab}{\sqrt[ ]{a^{2}+b^{2}}}=\sqrt[ ]{\frac{8}{5}}$，
化简得$8a^{2}+8b^{2}=5a^{2}b^{2} ②$，
联立$ ① ②$，解得$\left\{\begin{matrix}a=2\sqrt[ ]{2}\\b=\sqrt[ ]{2}\end{matrix}\right.$，
所以椭圆$E$的方程为$\frac{x^{2}}{8}+\frac{y^{2}}{2}=1$；
$(2)$设过点$P(0,1)$的直线$l$交$E$于$M(x\_{1},y\_{1})$，$N(x\_{2},y\_{2})$两点，
$ ①$当直线$l⊥x$轴，则$NP=1+\sqrt[ ]{2}$，$PM=\sqrt[ ]{2}−1$，所以不满足题意$;$
$ ②$当直线$l$斜率存在，设直线方程为$y=kx+1$，
联立方程$\left\{\begin{matrix}y=kx+1\\x^{2}+4y^{2}=8\end{matrix}\right.$，化简得$(1+4k^{2})x^{2}+8kx−4=0$，
因为$Δ=128k^{2}+16>0$，且$\left\{\begin{matrix}x\_{1}+x\_{2}=−\frac{8k}{1+4k^{2}}\\x\_{1}x\_{2}=−\frac{4}{1+4k^{2}}\end{matrix}\right.$，
若$\vec{NP}=5\vec{PM}$，则$−x\_{2}=5x\_{1}$，
所以$\left\{\begin{matrix}x\_{1}=\frac{2k}{1+4k^{2}}\\x\_{2}=−\frac{10k}{1+4k^{2}}\end{matrix}\right.$，代入$x\_{1}x\_{2}=−\frac{4}{1+4k^{2}}$，
化简得$−\frac{20k^{2}}{(1+4k^{2})^{2}}=−\frac{4}{1+4k^{2}}$，解得$k=\pm 1$，
所以直线$l$的方程为$x−y+1=0$或$x+y−1=0$．

【解析】本题考查椭圆的标准方程，直线与椭圆的位置关系，属于中档题．
$(1)$根据离心率得到$a=2b ①$，根据直线与圆相切得到$8a^{2}+8b^{2}=5a^{2}b^{2} ②$，联立$ ① ②$，即可求解；
$(2)$直线斜率不存在易知不符题意，直线斜率存在，设出直线方程与椭圆联立，得到韦达定理式，再根据共线向量得到$−x\_{2}=5x\_{1}$，代入计算即可．

18.【答案】解：$(1)$因为$(|PF\_{1}|−|PF\_{2}|)^{2}=16$，所以$\left|PF\_{1}\right|−\left|PF\_{2}\right|=\pm 4$，
由双曲线的定义知：$2a=4$，$a=2$，
又因为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt[ ]{5}}{2}$，所以$c=\sqrt[ ]{5}$，所以$b^{2}=c^{2}−a^{2}=1$，
所以双曲线$C\_{2}$的方程为$\frac{x^{2}}{4}−y^{2}=1$．
$(2)$设$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$，直线$AB$的方程为$x=ty+4$，
由$\left\{\begin{matrix}x=ty+4\\\frac{x^{2}}{4}−y^{2}=1\end{matrix}\right.$，消元得$(t^{2}−4)y^{2}+8ty+12=0$．
则$t\ne \pm 2$，$Δ=16t^{2}+192>0$，且$\left\{\begin{matrix}y\_{1}+y\_{2}=−\frac{8t}{t^{2}−4}\\y\_{1}y\_{2}=\frac{12}{t^{2}−4}\end{matrix}\right.$，
所以$\frac{k\_{AM}}{k\_{BN}}=\frac{\frac{y\_{1}}{x\_{1}+2}}{\frac{y\_{2}}{x\_{2}−2}}=\frac{y\_{1}}{x\_{1}+2}×\frac{x\_{2}−2}{y\_{2}}$
$$=\frac{y\_{1}(ty\_{2}+2)}{y\_{2}(ty\_{1}+6)}=\frac{ty\_{1}y\_{2}+2y\_{1}}{ty\_{1}y\_{2}+6y\_{2}}$$

$$=\frac{ty\_{1}y\_{2}+2(y\_{1}+y\_{2})−2y\_{2}}{ty\_{1}y\_{2}+6y\_{2}}$$

$=\frac{\frac{12t}{t^{2}−4}−\frac{16t}{t^{2}−4}−2y\_{2}}{\frac{12t}{t^{2}−4}+6y\_{2}}=\frac{−\frac{4t}{t^{2}−4}−2y\_{2}}{\frac{12t}{t^{2}−4}+6y\_{2}}=−\frac{1}{3}$，
即$\frac{k\_{AM}}{k\_{BN}}$为定值$−\frac{1}{3}$．

【解析】本题考查双曲线的方程，考查直线与双曲线位置关系中的定值问题，属于中档题．
$(1)$由题意可得$\left|\left|PF\_{1}\right|−\left|PF\_{2}\right|\right|=\pm 4$，根据双曲线的定义及离心率公式即可求解；
$(2)$设$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$，直线$AB$的方程为$x=ty+4$，与双曲线方程联立，结合韦达定理，斜率公式即可证明．

19.【答案】$(1)$由题知，点$P$的横坐标为$\frac{4}{p}$，

根据抛物线的定义知，$\left|PF\right|=\frac{4}{p}+\frac{p}{2}=3$，

解得$p=2$或$4($舍去$)$，

$∴C$的方程为$y^{2}=4x$．

$(2)$如图，



由$(1)$知$F\left(1,0\right)$．

设$A\left(x\_{1},y\_{1}\right)$，$B\left(x\_{2},y\_{2}\right)$，直线$AB$的方程为$x=my+t\left(m\ne 0\right)$，代入$y^{2}=4x$，整理得$y^{2}−4my−4t=0$，

则$Δ=\left(−4m\right)^{2}−4\left(−4t\right)=16\left(m^{2}+t\right)>0$，$∴y\_{1}+y\_{2}=4m$，$y\_{1}y\_{2}=−4t$．

$∵$直线$AF$，$BF$关于$x$轴对称，

$∴k\_{AF}+k\_{BF}=\frac{y\_{1}}{x\_{1}−1}+\frac{y\_{2}}{x\_{2}−1}=\frac{y\_{1}\left(x\_{2}−1\right)+y\_{2}\left(x\_{1}−1\right)}{\left(x\_{1}−1\right)\left(x\_{2}−1\right)}=0$，

$$∴y\_{1}\left(x\_{2}−1\right)+y\_{2}\left(x\_{1}−1\right)=y\_{1}\left(my\_{2}+t−1\right)+y\_{2}\left(my\_{1}+t−1\right)=2my\_{1}y\_{2}+\left(t−1\right)\left(y\_{1}+y\_{2}\right)$$

$=2m\left(−4t\right)+4m\left(t−1\right)=0$，

$∵m\ne 0$，$∴t=−1$，

$∴$直线$AB$过定点$\left(−1,0\right)$．

$(3)$由$(2)$知，$m^{2}>1$，$y\_{1}+y\_{2}=4m$，$y\_{1}y\_{2}=4$，

$$∴\left|AF\right|^{2}+\left|BF\right|^{2}+\left|AB\right|^{2}=\left(x\_{1}+1\right)^{2}+\left(x\_{2}+1\right)^{2}+\left(1+m^{2}\right)\left(y\_{1}−y\_{2}\right)^{2}$$

$$=m^{2}\left(y\_{1}^{2}+y\_{2}^{2}\right)+\left(1+m^{2}\right)\left[\left(y\_{1}+y\_{2}\right)^{2}−4y\_{1}y\_{2}\right]$$

$$=m^{2}\left(16m^{2}−8\right)+\left(1+m^{2}\right)\left(16m^{2}−16\right)$$

$=32m^{4}−8m^{2}−16$，

又$y=32m^{4}−8m^{2}−16=32\left(m^{2}−\frac{1}{8}\right)^{2}−16−\frac{1}{2}$在$m^{2}\in \left(1,+\infty \right)$上单调递增，

$∴y>32×1^{4}−8×1^{2}−16=8$，

$∴\left|AF\right|^{2}+\left|BF\right|^{2}+\left|AB\right|^{2}$的取值范围为$\left(8,+\infty \right)$．

【解析】本题考查抛物线的标准方程，抛物线中的定点问题，直线与抛物线位置关系及其应用，属于较难题．
$(1)$根据抛物线的定义求参；

$(2)$先设直线再把对称关系转化为斜率的和为$0$，应用韦达定理求出定点即可；

$(3)$根据焦半径公式结合韦达定理化简，最后应用一元二次函数的单调性求范围．