**2024-2025学年第一学期高二数学周练8**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若平面内两条平行线$l\_{1}$：$x+(a−1)y+2=0$，$l\_{2}$：$ax+2y+1=0$间的距离为$\frac{3\sqrt[ ]{5}}{5}$，则实数$a=$(    )

A. $−2$ B. $−2$或$1$ C. $−1$ D. $−1$或$2$

2.焦点在直线$3x−4y−12=0$上的抛物线的标准方程为(    )

A. $y^{2}=16x$或$x^{2}=16y$ B. $y^{2}=16x$或$x^{2}=−12y$
C. $y^{2}=16x$或$x^{2}=12y$ D. $y^{2}=−12x$或$x^{2}=16y$

3.双曲线$C:\frac{x^{2}}{36}−\frac{y^{2}}{13}=1$上的点$P$到左焦点的距离为$10$，则$P$到右焦点的距离为(    )

A. $2$ B. $22$ C. $2$或$22$ D. $12$

4.已知$A(0,1)$，$B(1,0)$，点$C$在圆$(x+1)^{2}+(y+2)^{2}=18$上，若三角形$ABC$的面积为$1$，则点$C$的个数为(    )

A. $1$ B. $2$ C. $3$ D. $4$

5.若双曲线$x^{2}−\frac{y^{2}}{m^{2}}=1(m>0)$的焦点到渐近线的距离是$4$，则$m$的值是(    )

A. $2$ B. $\sqrt[ ]{2}$ C. $1$ D. $4$

6.设点$P$为椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{4}=1(a>2)$上一点，$F\_{1}$，$F\_{2}$分别为椭圆$C$的左、右焦点，且$∠F\_{1}PF\_{2}=60°$，则$△PF\_{1}F\_{2}$的面积为(    )

A. $4\sqrt[ ]{3}$ B. $2\sqrt[ ]{3}$ C. $\frac{4\sqrt[ ]{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt[ ]{3}}{3}$

7.已知$F\_{1}$，$F\_{2}$是双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>0,b>0\right)$的左、右焦点，$P$是双曲线右支上任意一点，$M$是线段$PF\_{1}$的中点，则以$PF\_{1}$为直径的圆与圆$x^{2}+y^{2}=a^{2}$的位置关系是(    )

A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 以上都有可能

8.已知椭圆$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的上顶点为$A$，左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，连接$AF\_{2}$并延长交椭圆$C$于另一点$B$，若$\left|F\_{1}B\right|：\left|F\_{2}B\right|=7：3$，则椭圆$C$的离心率为$($  $)$．

A. $\frac{1}{4}$B. $\frac{1}{3}$C. $\frac{1}{2}$D. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.已知圆$C:(x−1)^{2}+(y−2)^{2}=25$，直线$l:(2m+1)x+(m+1)y−7m−4=0.$则下列命题正确的是(    )

A. 直线$l$恒过定点$(3,1)$ B. 圆$C$被$y$轴截得的弦长为$4\sqrt[ ]{6}$
C. 直线$l$与圆$C$恒相离 D. 直线$l$被圆$C$截得弦长最短时，直线$l$的方程为$2x−y−5=0$

10.在平面直角坐标系$xOy$中，已知抛物线$C$：$y^{2}=4x$的焦点为$F$，直线$l$：$y=x−2$与抛物线$C$交于$A$，$B$两点，则(    )

A. 抛物线$C$的准线方程为$x=−1$ B. 点$F$到直线$l$的距离为$\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$
C. $∠AOB=\frac{π}{2}$ D. $AB=10$

11.已知曲线$C$：$\frac{x^{2}}{9}+\frac{y^{2}}{m}=1$，$F\_{1}$，$F\_{2}$分别为曲线$C$的左、右焦点，则下列说法正确的是(    )

A. 若$m=−3$，则曲线$C$的渐近线方程为$y=\pm \sqrt[ ]{3}x$
B. 若$m=−27$，则曲线$C$的离心率$e=2$
C. 若$m=5$，$P$为$C$上一个动点，则$|PF\_{1}|$的最大值为$5$
D. 若$m=3$，$P$为$C$上一个动点，则$▵PF\_{1}F\_{2}$面积的最大值为$3\sqrt[ ]{2}$

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.过$A(1,4)$且在两坐标轴上的截距的绝对值相等的直线共有          条$.$

13.设抛物线$y^{2}=2px(p>0)$的焦点$F$，若抛物线上一点$M(2,y\_{0})$到点$F$的距离为$6$，则$y\_{0}=$           ．

14.若实数$x$，$y$满足$x^{2}+y^{2}−2x−2y+1=0$，则$\frac{y−4}{x−2}$的取值范围为          ．

四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.$($本小题$13$分$)$
已知直线$l\_{1}$：$kx−2y−2k+4=0$，直线$l\_{2}$：$k^{2}x+4y−4k^{2}−8=0$．
$($Ⅰ$)$若直线$l\_{1}$在两坐标轴上的截距相等，求直线$l\_{1}$的方程；
$($Ⅱ$)$若$l\_{1}//l\_{2}$，求直线$l\_{2}$的方程．

16.$($本小题$15$分$)$

已知圆$M$过原点$O$，圆心$M$在直线$y=x−1$上，直线$2x+y=0$与圆$M$相切．

$(1)$求圆$M$的方程；

$(2)$过点$P(0,4)$的直线$l$交圆$M$于$A$，$B$两点．若$A$为线段$PB$的中点，求直线$l$的方程．

17.$($本小题$15$分$)$

已知圆$A$：$(x−\sqrt[ ]{3})^{2}+y^{2}=16$，$B(−\sqrt[ ]{3},0)$，$T$是圆$A$上一动点，$BT$的中垂线与$AT$交于点$Q$，记点$Q$的轨迹为曲线$C$．

$(1)$求曲线$C$的方程；

$(2)$过点$(0,2)$的直线$l$交曲线$C$于$M$，$N$两点，记点$P(0,−1).$问：是否存在直线$l$，满足$PM=PN$？如果存在，求出直线$l$的方程；如果不存在，请说明理由．

18.$($本小题$17$分$)$
在$①$离心率为$\sqrt[ ]{3}$，且经过点$(3,4)$；$②$半长轴的平方与半焦距之比等于常数$4$，且焦距为$2.$这两个条件中任选一个，补充在下面的问题中，若问题中的直线$l$存在，求出$l$的方程；若问题中的直线$l$不存在，说明理由．
问题：已知曲线$C$：$mx^{2}+ny^{2}=1(m,n\ne 0)$的焦点在$x$轴上，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，是否存在过点$P(−1,1)$的直线$l$，与曲线$C$交于$A$，$B$两点，且$P$为线段$AB$的中点？
注：若选择条件$①$和条件$②$分别解答，按第一个解答计分．

19.$($本小题$17$分$)$

平面直角坐标系$xOy$中，$O$为坐标原点，抛物线$C:y^{2}=2px(p>0)$的焦点为$F$，点$W$在抛物线$C$上，且$|FW|=2|OF|$，$|OW|=\sqrt[ ]{5}$，$F$关于原点的对称点为$F′$，圆$F$的半径等于$4$，以$Z$为圆心的动圆过$F′$且与圆$F$相切．

$(1)$求动点$Z$的轨迹曲线$E$的标准方程$;$

$(2)$四边形$ABCD$内接于曲线$E$，点$A$，$B$分别在$x$轴正半轴和$y$轴正半轴上，设直线$AC$，$BD$的斜率分别是$k\_{1}$，$k\_{2}$，且$k\_{1}·k\_{2}=\frac{3}{4}$．

(ⅰ)记直线$AC$，$BD$的交点为$G$，证明：点$G$在定直线上$;$

(ⅱ)证明：$AB/​/CD$．