江苏省仪征中学2024-2025学年度第一学期高二数学学科导学案

## (链接)圆锥曲线的统一定义

研制人：葛生芳 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

【课标表述】

建立它们的标准方程；运用代数方法进一步认识圆锥曲线的性质以及它们的位置关系.

一、学习目标

1. 了解圆锥曲线的统一定义；

2．掌握根据标准方程求圆锥曲线的准线方程的方法.

二、课前自学

我们知道，平面内到一个定点$F$的距离和到一条定直线$l(F$不在$l$上)的距离的比等于1的动点$P$的轨迹是抛物线.当这个比值是一个不等于1的常数时，动点$P$的轨迹又是什么曲线呢?

**探究一** 如何建立直角坐标系，使$P$的轨迹方程是标准方程呢?

回忆推导椭圆的标准方程的过程中$a^{2}−cx=a\sqrt{(x−c)^{2}+y^{2}}$可变形为$\frac{\sqrt{(x−c)^{2}+y^{2}}}{\frac{a^{2}}{c}−x}=\frac{c}{a}$，你能解释这个方程的几何意义吗?

**探究二** 已知点$P(x，y)$到定点$F(c，0)$的距离与它到定直线$l:x=\frac{a^{2}}{c}$的距离的比是常数$\frac{c}{a}((a>c>0)$，求点$P$的轨迹.

**变式** 如果我们将条件$(a>c>0)$改为$(c>a>0)$，点$P$的轨迹又发生如何变化呢？

**结论** 圆锥曲线统一定义：平面内到一个定点$F$和到一条定直线$l(F$不在$l$上)的距离的比等于常数*e*的点的轨迹．

当$0<e<1$时，它表示

当$e>1$时，它表示

当$e=1$时，它表示

其中$e$是圆锥曲线的离心率，定点$F$是圆锥曲线的焦点，定直线$l$是圆锥曲线的准线．

**思考1** 椭圆和双曲线有几条准线？

**思考2** 椭圆 $\frac{y^{2}}{a^{2}}+\frac{x^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$和双曲线$\frac{y^{2}}{a^{2}}−\frac{x^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的准线方程分别是什么？

三、问题探究

例1. 已知平面内动点$P$ 到一条定直线$l$的距离和它一个定点$F$的距离$(F$不在$l$上)的比等于$\sqrt{2}$，则点$P$的轨迹是什么曲线？

练习：方程$5\sqrt{(x−1)^{2}+(y−2)^{2}}=\left|3x+4y+12\right|$的曲线是( )

A.椭圆 B.双曲线 C.抛物线 D.直线 E.圆

例2. 求下列曲线的焦点坐标，准线方程

(1) $25x^{2}+16y^{2}=400$； (2)$x^{2}−8y^{2}=32$；

(3)$y^{2}=16x$； (4)$\frac{y^{2}}{9}−\frac{x^{2}}{16}=1$.

例3. 已知 椭圆$\frac{x^{2}}{25}+\frac{y^{2}}{16}=1$上一点*P*到左焦点的距离为$\frac{34}{5}$，

(1)求*P*点到右准线的距离；(2)求*P*点的坐标.

例4．已知点$M$为椭圆$\frac{x^{2}}{25}+\frac{y^{2}}{16}=1$的上任意一点，$F\_{1}$、$F\_{2}$分别为左右焦点；且$A(1，2)$求$|MA|+\frac{5}{3}|MF\_{1}|$的最小值*．*

例5. 若双曲线$\frac{x^{2}}{16}−\frac{y^{2}}{9}=1$上的点$M$到左准线的距离为$\frac{5}{2}$，求$M$到右焦点$F\_{2}$的距离$MF\_{2}$.

四、反馈练习

1. 已知点$A(\frac{11}{2},3)$，F为双曲线$\frac{x^{2}}{9}−\frac{y^{2}}{27}=1$的右焦点，点M在双曲线右支上移动，当$\left|AM\right|+\frac{1}{2}\left|MF\right|$最小时，M点的坐标为

2. 椭圆$\frac{x^{2}}{25}+\frac{y^{2}}{9}=1$上一点到左准线距离为5，则它到$(−4，0)$的距离为

五、小结