**2024-2025学年第一学期高二数学周练11**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1、等差数列的前项和为，若，，则(     )

A. B. C. D.

2、已知等差数列的公差为，若成等比数列，是的前项和，则等于(     )

A. B. C. D.

3、已知数列的通项公式为，若是递减数列，则的取值范围为(     )

A. B. C. D.

4、数列满足，且，则的值为(     )

A. B. C. D.

5、已知公差为的等差数列的前项和为，且，，则的取值范围是(     )

A. B. C. D.

6、如表所示的数阵称为“森德拉姆素数筛”，表中每行每列的数都成等差数列，设表示该数阵中第行、第列的数，则下列说法正确的是(     )

A. B.

C. D.

7、已知等比数列的前项和为，若，，则(     )

A. B. C. 或 D. 或

8、已知，是椭圆的左、右焦点，若椭圆上存在一点使得，则椭圆的离心率的取值范围为(     )

A. B. C. D.

**二、多选题：本题共3小题，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。**

9、已知是等差数列的前项和，，且，则(     )

A. 公差 B.   
C. D. 时，最小

10、已知数列满足，则(     )

A. 是等比数列 B. 是单调递减数列  
C. D. 数列的前项和

11、设椭圆的左右焦点为，，是上的动点，则下列结论正确的是(     )

A. 离心率

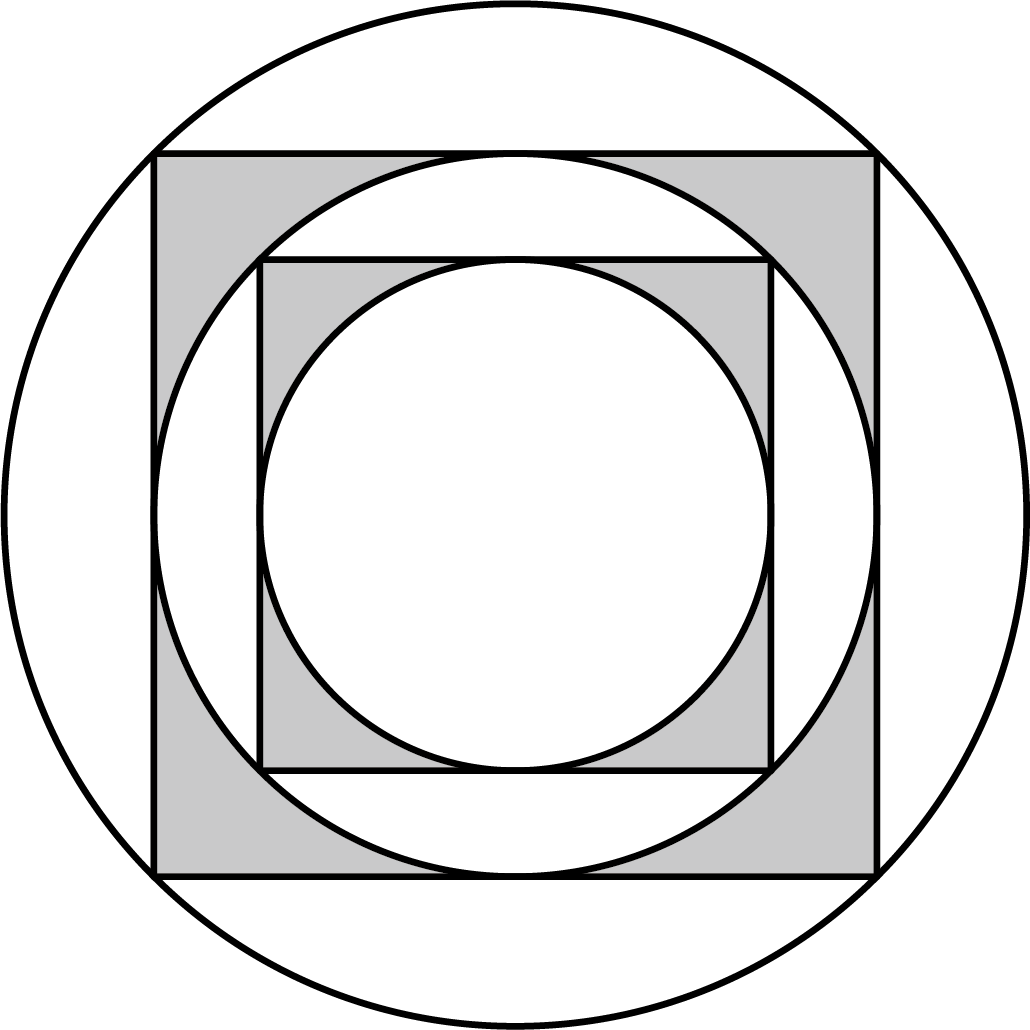
B. 的最小值为  
C. 面积的最大值为

D. 以线段为直径的圆与直线相切

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。**

12、已知数列的前项和，当取最小值时，           ．

13、抛物线的焦点为，点和点，在抛物线上，且，则过点，的直线方程为           ．

14、剪纸，又叫刻纸，是一种镂空艺术，是中国古老的民间艺术之一，已知某剪纸的裁剪工艺如下：取一张半径为的圆形纸片，记为，在内作内接正方形，接着在该正方形内作内切圆，记为，并裁剪去该正方形内多余的部分如图所示阴影部分，记为一次裁剪操作，重复上述裁剪操作次，最终得到该剪纸．则第次裁剪操作结束后，所有裁剪操作中裁剪去除的面积之和为           ．

**四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。**

15.（本小题13分）

设为等差数列的前项和，，．

求数列的通项公式．

若、、成等比数列，求．

1. （本小题15分）

已知数列满足，．

证明：数列是等差数列

若，，求的通项公式．

17．（本小题15分）

已知等差数列的公差为整数，，设其前项和为，且是公差为的等差数列．

求的通项公式

若，求数列的前项和．

18. （本小题17分）

已知双曲线的中心为坐标原点，右焦点为，且过点．

求双曲线的标准方程

已知点，过点的直线与双曲线的左、右两支分别交于点，，直线与双曲线交于另一点，设直线，的斜率分别为，．

(ⅰ)求证：为定值

(ⅱ)求证：直线过定点，并求出该定点的坐标．

19. （本小题17分）

已知在平面直角坐标系中，椭圆的中心在坐标原点，焦点在轴上，焦距等于，离心率为

求椭圆的标准方程

若直线与椭圆交于、两点，求证：为定值

记为椭圆上顶点，过点作相互垂直的两条直线，分别与椭圆相交于，两点设直线的斜率为且，若，求的值．

**2024-2025学年第一学期高二数学周练11答案**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、等差数列的前项和为，若，，则(    )

A. B. C. D.

【答案】*B*

2、已知等差数列的公差为，若成等比数列，是的前项和，则等于(    )

A. B. C. D.

【答案】*D*

3、已知数列的通项公式为，若是递减数列，则的取值范围为(    )

A. B. C. D.

【答案】*C*

4、数列满足，且，则的值为(    )

A. B. C. D.

【答案】*D*

5、已知公差为的等差数列的前项和为，且，，则的取值范围是(    )

A. B. C. D.

【答案】*D*

6、如表所示的数阵称为“森德拉姆素数筛”，表中每行每列的数都成等差数列，设表示该数阵中第行、第列的数，则下列说法正确的是(    )

A. B.

C. D.

【答案】*C*

7、已知等比数列的前项和为，若，，则(    )

A. B. C. 或 D. 或

【答案】*A*

8、已知，是椭圆的左、右焦点，若椭圆上存在一点使得，则椭圆的离心率的取值范围为(    )

A. B. C. D.

【答案】*B*

【解答】  
解：设，则，，  
由，，  
化为，，整理得，  
，，解得，  
故选*B*．

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9、已知是等差数列的前项和，，且，则(    )

A. 公差 B.   
C. D. 时，最小

【答案】*AD*

10、已知数列满足，则(    )

A. 是等比数列  
B. 是单调递减数列  
C.   
D. 数列的前项和

【答案】*ABD*   
解：由  ，得  ．

首先证明：数列  中，  ．

证明：假设  ，代入上式得，  ，  
这与已知  矛盾，故  ，又  ，

故数列  中，  ，由以上证明知，  ．

选项，由题意  ，两边同除以  得  ，所以  ，且  ，所以  是以  为首项，  为公比的等比数列，故*A*正确；

选项，由等比数列通项公式可知  ，

所以  ，由通项可知，  是单调递减数列，故*B*正确；

选项，  ，*C*错误；

选项，令  ，则  ，所以  ，*D*正确．

故选*ABD*．

11、设椭圆的左右焦点为，，是上的动点，则下列结论正确的是(    )

A. 离心率  
B. 的最小值为  
C. 面积的最大值为  
D. 以线段为直径的圆与直线相切

【答案】*BD*

解：依题意，所以，故*A*错误；  
设，则，  
又，所以，故*B*正确；

对于选项，，当为椭圆短轴顶点时，  
的面积取得最大值为，故*C*错误；

对于选项，线段为直径的圆圆心为，半径为，  
圆心到直线的距离为，也即圆心到直线的距离等于半径，  
所以以线段为直径的圆与直线相切，所以选项正确．  
故选*BD*．

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12、已知数列的前项和，当取最小值时，           ．

【答案】

解：数列的前项和，，则，

当时，，

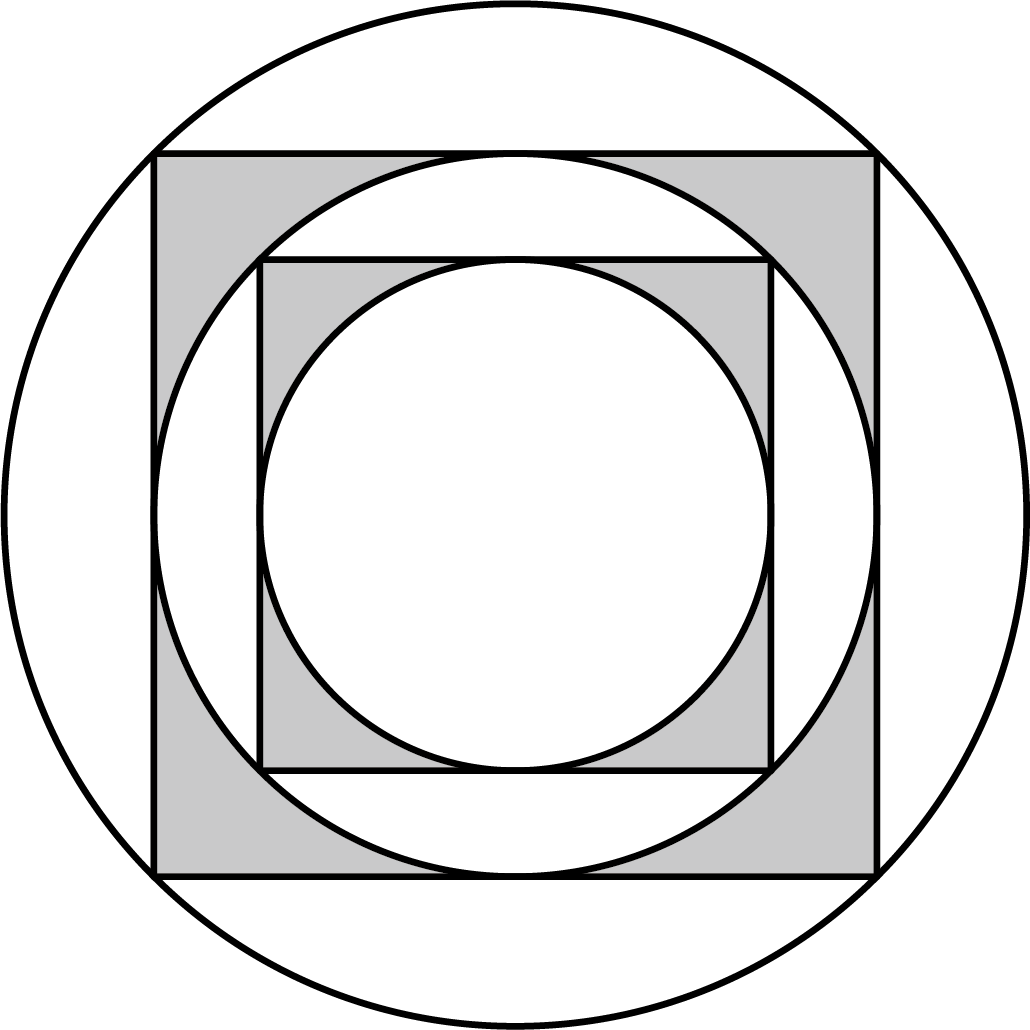
，  
当且仅当，即时取等号，又，

所以当取最小值时，．

故答案为：．

13、抛物线的焦点为，点和点，在抛物线上，且，则过点，的直线方程为          ．

【答案】   
解：由点在抛物线上，得，解得，  
则抛物线方程为，，设点，坐标分别为，，  
由于，则，故*BC*的中点坐标为  
过点，的直线的斜率为，  
则过点，的直线方程为，即．  
故答案为：．

14、剪纸，又叫刻纸，是一种镂空艺术，是中国古老的民间艺术之一，已知某剪纸的裁剪工艺如下：取一张半径为的圆形纸片，记为，在内作内接正方形，接着在该正方形内作内切圆，记为，并裁剪去该正方形内多余的部分如图所示阴影部分，记为一次裁剪操作，重复上述裁剪操作次，最终得到该剪纸．则第次裁剪操作结束后，所有裁剪操作中裁剪去除的面积之和为          ．

【答案】   
解：第次剪去正方形内多余部分的面积记为；

的半径为，  
由其内接正方形对角线为直径，  
所以内接正方形的边长为，即，  
再作第一个内切圆，其直径为该正方形的边长，即，

所以第一次剪去部分的面积为，

同理：，，，

，，，

，，，

所以前四次裁剪操作中裁剪去除部分的面积之和为：．故答案为：．

四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.（本小题13分）

设为等差数列的前项和，，．

求数列的通项公式．

若、、成等比数列，求．

【答案】解：设等差数列的公差为，

为等差数列的前项和，，．

，解得，

由知，，

、、成等比数列，则，，   即，解得，    
因此，

1. （本小题15分）

已知数列满足，．

证明：数列是等差数列

若，，求的通项公式．

【答案】证明：因为，  
所以，  
两边同时除以得，  
即，  
所以数列是公差为的等差数列．  
解：由得是公差为的等差数列，首项，  
所以，  
所以，

17．（本小题15分）

已知等差数列的公差为整数，，设其前项和为，且是公差为的等差数列．

求的通项公式

若，求数列的前项和．

【答案】解：设的公差为，  
依题意得，  
所以，即，  
解得或舍去，  
故，  
  
依题意，，  
当，时，，故  
当，时，，  
故  
  
，  
故．

18. （本小题17分）

已知双曲线的中心为坐标原点，右焦点为，且过点．

求双曲线的标准方程

已知点，过点的直线与双曲线的左、右两支分别交于点，，直线与双曲线交于另一点，设直线，的斜率分别为，．

(ⅰ)求证：为定值

(ⅱ)求证：直线过定点，并求出该定点的坐标．

【答案】解：设双曲线的方程为，  
因为双曲线的右焦点为，且过点，  
所以其中，解得  
双曲线的方程为．  
设直线的方程为，，，  
由得，  
，，  
因为直线与双曲线的左、右支分别交于点，，  
所以得，  
  
  
，  
即．  
由题意知直线的斜率存在，  
则可设直线的方程为，，  
由得，  
，，  
由，结合可知，  
  
  
  
．  
由，得，  
即，或，  
当时，直线过点，不符合题意，舍去，  
当时，直线的方程为，过定点．

19. （本小题17分）

已知在平面直角坐标系中，椭圆的中心在坐标原点，焦点在轴上，焦距等于，离心率为

求椭圆的标准方程

若直线与椭圆交于、两点，求证：为定值

记为椭圆上顶点，过点作相互垂直的两条直线，分别与椭圆相交于，两点设直线的斜率为且，若，求的值．

【答案】解：由已知得，又，，又，  
所以椭圆的方程为．  
依题意，设，，联立直线与椭圆有，  
消得：，  
当，即且时，，，  
，  
所以  
设，，设直线的方程为，  
则直线的方程为，  
由，消去得  
，  
 由得，，   
，  
，，整理得：，  
．  
或．