

2024-2025 学年第一学期高二数学周练 5

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 直线 $\sqrt{3}x - y - 2022 = 0$ 的倾斜角等于()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. 不存在

2. 若方程 $x^2 + y^2 - 2y - m = 0$ 表示圆，则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-1, +\infty)$

3. 在圆的方程探究中，有四位同学分别给出了一个结论，甲：该圆经过点 $(-2, -1)$ ；乙：该圆的圆心为 $(2, -3)$ ；丙：该圆的半径为 5；丁：该圆经过点 $(5, 1)$ 。如果只有一位同学的结论是错误的，那么这位同学是()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

4. 已知点 $P(m, n)$ 在圆 $O: x^2 + y^2 = 6$ 外，则直线 $mx + ny = 6$ 与圆 O 的位置关系为()

- A. 相交 B. 相切. C. 相离 D. 无法确定

5. 曲线 $C: x = \sqrt{-y^2 - 2y}$ 与直线 $l: x - y - m = 0$ 有两个交点，则实数 m 的取值范围()

- A. $-\sqrt{2} - 1 < m < 1 + \sqrt{2}$ B. $2 \leq m < 1 + \sqrt{2}$
C. $-1 - \sqrt{2} < m \leq -2$ D. $-2 \leq m \leq 2$

6. 已知动圆过点 $A(-3, 0)$ ，并且在圆 $B: (x - 3)^2 + y^2 = 100$ 的内部与其相切，则动圆圆心的轨迹方程为()

- A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

7. 直线 $l_1: y = x + a$ 和 $l_2: y = x + b$ 将单位圆 $C: x^2 + y^2 = 1$ 分成长度相等的四段弧，则 $a^2 + b^2$ 为()

- A. 4 B. 2 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

8. 已知圆 C 的半径为 1，圆心在直线 $l: y = x + 3$ 上. 点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$. 若圆 C 上存在点 P ，使得 $PA^2 + PB^2 = 10$ ，则圆心 C 的横坐标 a 的取值范围为()

- A. $[-3, -2]$ B. $[-3, 0]$ C. $[-2, -1]$ D. $[-1, 0]$

二. 多选题: 本题共 3 小题, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。

9. 已知直线 $l: (1+a)x + y + 1 = 0 (a \in R)$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = 1$, 则下列结论正确的是()

- A. 直线 l 必过定点
B. l 与 C 可能相离
C. l 与 C 可能相切
D. 当 $a = 1$ 时, l 被 C 截得的弦长为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 已知圆 $C_1: x^2 + (y + \sqrt{3}a)^2 = 9$ 与圆 $C_2: (x - a)^2 + y^2 = 1$ 有四条公切线, 则实数 a 的取值可能是()

- A. -4
B. 1
C. $2\sqrt{2}$
D. 3

11. 已知圆 $M: (x + 2)^2 + y^2 = 2$, 直线 $l: x + y - 2 = 0$, 点 P 在直线 l 上运动, 直线 PA, PB 分别与圆 M 相切于点 A, B . 则下列说法正确的是()

- A. 四边形 $PAMB$ 的面积的最小值为 $2\sqrt{3}$
B. $|PA|$ 最小时, 弦 AB 长为 $\sqrt{5}$
C. $|PA|$ 最小时, 弦 AB 所在直线方程为 $x + y - 1 = 0$
D. 直线 AB 过定点 $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 直线 $l_1: 3x - y + 3 = 0$ 关于 $l_2: x - y - 2 = 0$ 对称的直线 l 方程为_____.

13. 若直线 $kx + y - 2k = 0$ 过点 $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$, 则 k 的取值范围是_____.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 点 $A(0, 3)$, 动点 M 满足 $|MA| = \sqrt{2}|MO|$, 若动点 M 在圆 $C: (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = r^2$, 则 r 的取值范围为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15. (本小题 13 分)

已知直线 $l_1: ax + by + 6 = 0$ 和直线 $l_2: (a - 1)x + y + 2 = 0$ ，求分别满足下列条件的 a, b 的值.

- (1) 直线 l_1 过点 $(-3, 0)$ ，且直线 l_1 和 l_2 垂直；
- (2) 若直线 l_1 和 l_2 平行，且直线 l_1 在 y 轴上的截距为 -3 .

16. (本小题 15 分)

已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $B(-2, 0)$ ， AB 边上的高所在的直线方程为 $x + 3y - 26 = 0$.

- (1) 求直线 AB 的方程；
- (2) 在两个条件中任选一个，补充在下面问题中并作答.

①角 A 的平分线所在直线方程为 $x + y - 2 = 0$ ；

② BC 边上的中线所在的直线方程为 $y = 3$.

若_____，求直线 AC 的方程.

注：如果选择多个条件分别解答，则按第一个解答计分.

17. (本小题 15 分)

已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ ，直线 l 恒过点 $P(4, 1)$.

- (1) 若直线 l 与圆 C 相切，求 l 的方程；
- (2) 当直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点，且 $|AB| = 2\sqrt{3}$ 时，求 l 的方程.

18. (本小题 17 分)

已知圆 C 过 $A(1, -\sqrt{7})$, $B(6, 2\sqrt{3})$, 且圆心 C 在 x 轴上.

(1) 求圆 C 的标准方程;

(2) 过点 C 且不与 x 轴重合的直线与圆 C 相交于 M, N , O 为坐标原点, 直线 OM, ON 分别与直线 $x = 8$ 相交于 P, Q ,

记 $\triangle OMN, \triangle OPQ$ 面积为 S_1, S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值.

19. (本小题 17 分)

如图, 圆 $C: x^2 - (1+a)x + y^2 - ay + a = 0$.

(1) 若圆 C 与 y 轴相切, 求圆 C 的方程;

(2) 当 $a = 4$ 时, 圆 C 与 x 轴相交于两点 M, N (点 M 在点 N 的左侧). 问: 是否存在圆 $O: x^2 + y^2 = r^2$, 使得过点 M 的任一条直线与该圆的交点 A, B 都满足 $\angle ANM = \angle BNM$? 若存在, 求出圆 O 的方程; 若不存在, 请说明理由.

