**江苏省仪征中学2023-2024学年度第一学期高二数学周练12**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．抛物线的焦点坐标是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【详解】抛物线标准方程为，其焦点坐标为

2．已知直线，.当时，的值为（    ）

A．1 B． C．或1 D．

【答案】B

【详解】由直线，，∴，得.

3．曲线在处的切线方程为（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【详解】因为，所以，

又，所以在处的切线方程为，

4．已知点是双曲线：的右支上一点，、是双曲线的左、右焦点，的面积为20，则点的横坐标为（    ）

A．2 B．4 C． D．

【答案】D

【详解】因为双曲线：，则有，不妨设，，

由的面积为20，可得，其中，则，

将代入双曲线方程，可得.

5．已知为等差数列，为其前*n*项和，，则下列和与公差无关的是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【详解】解：因为，所以，即，所以，，，，

6．已知数列满足，若， 则（    ）

A．2 B．3 C．4 D．8

【答案】A

【详解】为奇数时，依题意有，

又由可知，故上式无解.

为偶数时，依题意有，

7．已知函数的图象在处的切线与函数的图象相切，则实数

A． B． C． D．

【答案】B

【详解】由，得，则，

又，所以函数的图象在处的切线为，即.

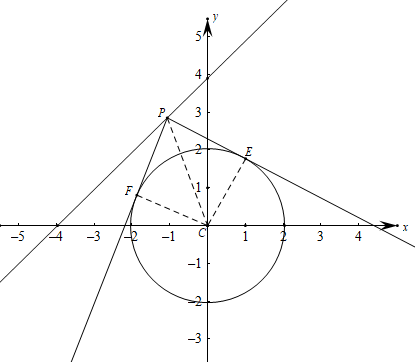
设与函数的图象相切于点,

由，可得 解得.

8．已知圆*C*：*x2*＋*y2*＝4，*M*、*N*是直线*l*：*y*＝*x*＋4上的两点，若对线段*MN*上任意一点*P*，圆*C*上均存在两点*A*、*B*，使得cos∠*APB*＝，则线段*MN*长度的最大值为（    ）

A．2 B．4 C．4 D．4

【答案】C

【详解】圆*C*：*x2*＋*y2*＝4的圆心到直线*l*：*y*＝*x*＋4的距离为：，所以直线与圆相离，

从直线上的点向圆上的点连线成角，当且仅当两条线均为切线时，是最大的角，

不妨设切线为*PE*，*PF*，

因为cos∠*APB*＝，所以，则，所以，解得，所以线段*MN*长度的最大值为，

**二、多选选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9．等差数列中，，公差，且，则实数的可能取值为（    ）

A． B． C． D．

【答案】AB

【详解】因为等差数列中，，且，所以，

整理得，

因为，所以，，所以，

所以实数的可能取值为，．

10．圆与圆的位置关系可能为（    ）

A．内切 B．相交 C．外切 D．外离

【答案】BCD

【详解】由圆，可得圆心坐标为，半径为；

又由圆，可得圆心坐标为，半径为，

则圆心距为，圆与圆的半径之差为，

可得，所以圆与圆的位置关系可能为相交、外切、外离．

11．等差数列的前项和为，，，则（    ）

A． B．

C．当时，的最小值为 D．

【答案】AC

【详解】因为，∴，∴，即.

又，所以，A对，B错；

当，解得，∴，故C对；

∴，D错.

12．已知椭圆的左、右焦点分别为，，上顶点为，直线与椭圆交于，两点，点，则（    ）

A．的最小值为9

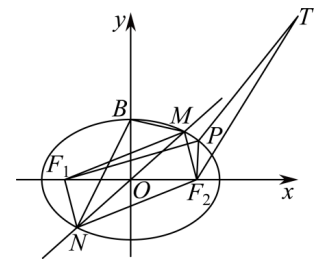
B．四边形的周长为8

C．直线，的斜率之积为

D．若点为椭圆上的一个动点，则的最小值为

【答案】BCD

【详解】由题意知对于椭圆，，，，

如图所示，对于A，与椭圆交于，两点，

所以关于原点对称，而也关于原点对称，

所以，，

所以

，

当且仅当即，时等号成立，A错误；

对于B， ，，

故四边形的周长为，B正确；

对于C，设，则，而，故，

又因为在椭圆上，即，

化简可得，所以，C正确；

对于D，由于点为椭圆上的一个动点，所以，所以，

所以，当且仅当三点共线且在之间时等号成立，

又因为，所以，

所以的最小值为，D正确，

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13．函数的导函数是，则 ．

【答案】

【详解】因为，故．

14．函数的图象在处的切线方程为 .

【答案】

【详解】因为，所以，

所以，，

所以在处的切线方程为，即.

15．已知椭圆与双曲线有共同的焦点，，椭圆的一个短轴端点为*B*，直线与双曲线的一条渐近线平行，椭圆与双曲线的离心率分别为，，则的取值范围是 .

【答案】

【详解】设椭圆的长轴为，短轴为，双曲线的实轴长为，虚轴长为，

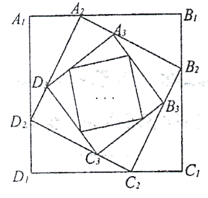
因为椭圆的一个短轴端点为*B*，直线与双曲线的一条渐近线平行，

根据平行直线斜率相等得，，平方得，，

两边同时加1得，，即，所以，所以，所以，

所以，当且仅当时等号成立，因为，所以等号不能成立，所以.

16．侏罗纪蜘蛛网是一种非常有规律的蜘蛛网，如图是由无数个正方形环绕而成的，且每一个正方形的四个顶点都恰好在它的外边最近一个正方形四条边的三等分点上，设外围第一个正方形的边长为3，往里第二个正方形为，往里第个正方形为．那么第7个正方形的周长是 ，至少需要前 个正方形的面积之和超过20．（参考数据：）．



【答案】  

【详解】设第个正方形的边长为，则，

因为每一个正方形的四个顶点都恰好在它的外边最近一个正方形四条边的三等分点上，

所以，，所以外围第2个正方形的边长为，

同理，外围第个正方形的边长为，

即数列是首项为3，公比为的等比数列，所以，

所以，所以第7个正方形的周长是；

所以第个正方形的面积为，

所以前个正方形的面积之和，

由得，

两边取常用对数得，，，

因为，所以至少需要前8个正方形的面积之和超过20．

**四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17．（5+5）数列满足.

(1)求证：数列是等差数列，并求出的通项公式；

(2)若，求数列的前项和.

【详解】解析：(1)证明:由,平方可得:,且

@@@5253faef70db4b62acd3904a0c99c4cc数列是等差数列,首项为1,公差为2.

    .

(2)解:,

@@@5253faef70db4b62acd3904a0c99c4cc数列的前项和.

18．（6+6）已知圆*C*过点，且圆心*C*在直线上．

(1)求圆*C*的方程；

(2)若从点发出的光线经过直线反射，反射光线恰好平分圆*C*的圆周，求反射光线的一般方程．

【详解】（1）由，得直线*AB*的斜率为，线段中点

所以，直线*CD*的方程为，即，

联立，解得，即，所以半径，

所以圆*C*的方程为；

（2）由恰好平分圆*C*的圆周，得经过圆心，

设点*M*关于直线的对称点，

则直线*MN*与直线垂直，且线段*MN*的中点在上，

则有，解得，所以，

所以直线*CN*即为直线，且，

直线方程为，即.

19．（6+6）已知数列的首项为1，为数列的前项和，，其中，

（1）若成等差数列，求数列的通项公式；

（2）设双曲线的离心率为，且，求．

【详解】（1）由已知， 两式相减得到.

又由得到，故对所有都成立.所以，数列是首项为1，公比为*q*的等比数列.从而.

由成等差数列，可得，所以，故.所以.

（2）由（1）可知，.所以双曲线的离心率.

由解得.所以*en2*＝1+*an2*＝1+3*n*﹣*1*，

所以得：*e12*+*e22*+…+*en2*＝*n*+（1+3+32+…+3*n*﹣*1*）＝*n*．

20．（4+8）已知双曲线*C*：的渐近线方程为，且过点．

(1)求双曲线*C*的方程；

(2)若*F*是双曲线的右焦点，*Q*是双曲线上的一点，过点*F*，*Q*的直线*l*与*y*轴交于点*M*，且，求直线*l*的斜率．

【详解】（1）解：因为双曲线*C*：的渐近线方程为，所以，

又因为双曲线*C*：过点，

所以，解得，所以双曲线的方程为；

（2）由（1）知：，则，

由题意设直线方程为，令，得，则，

设，则，因为，

所以，则，解得，因为点*Q*在双曲线上，

所以，解得，所以直线*l*的斜率为.

21．（4+4+4）已知等差数列的前项和为，公差，且，，，成等比数列．

(1)求数列的通项公式；

(2)设是首项为1，公比为3的等比数列，

①求数列的前项和；

②若不等式对一切恒成立，求实数的最大值．

【详解】（1）依题意得，解得，

，即．

（2）①，，

，

，

所以．

．

②由（1）易求得，所以不等式对一切恒成立，

即转化为对一切恒成立，令，则，

又，

当时，；时，，

所以，且，则．

所以实数的最大值为．

22．（3+5+4）已知椭圆的两个焦点，与短轴的一个端点构成一个等边三角形，且直线与圆相切.

（1）求椭圆的方程；

（2）已知过椭圆的左顶点的两条直线，分别交椭圆于，两点，且，求证：直线过定点，并求出定点坐标；

（3）在（2）的条件下求面积的最大值.

【详解】（1）由题意可得：，，

椭圆的方程为：.

（2）由题意知，设：，.

由消去得：，

解得：或（舍去），，

，同理可得：.

*i*：当时，直线斜率存在，

，

，直线过定点.

*ii*：当时，直线斜率不存在，直线方程为：，也过定点，

综上所述：直线过定点.

（3）设，由（2）知：



，

令，在单调递减，

∴当时，.