**江苏省仪征中学2023-2024学年度第一学期高二数学周（4）**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1．直线*x*＋*ay*－7＝0与直线(*a*＋1)*x*＋2*y*－14＝0平行，则*a*的值是(　　)

A．1 B．－2 C．1或－2 D．－1或2

2．已知△*ABC*的顶点*B*，*C*在椭圆＋*y*2＝1上，顶点*A*是椭圆的一个焦点，且椭圆的另外一个焦点在*BC*边上，则△*ABC*的周长是(　　)

A．2 B．6 C．4 D．12

3．直线与两坐标轴所围成的三角形的面积为3，则的值为（   ）

A．2 B． C．3 D．或

4．已知$A(3,1)$，$B(-1,2)$，若$∠ACB$的平分线方程为$y=x$，则*AC*所在的直线方程为 (    )

A.$2x-y-5=0$ B. $x-2y-6=0$ C. $x-2y-1=0$ D. $3x+y+1=0$

5． “2<*m*<6”是“方程＋＝1为椭圆”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

6.椭圆$\frac{x^{2}}{12}+\frac{y^{2}}{3}=1$的焦点为$F\_{1}$和$F\_{2}$，点$P$在椭圆上，如果线段$PF\_{1}$的中点在$y$轴上，那么$|PF\_{1}|$是$|PF\_{2}|$的(    ) A. $7$倍 B. $5$倍 C. $4$倍 D. $3$倍

7. 在平面直角坐标系$xOy$中，已知圆$C:(x-a)^{2}+(y-a-2)^{2}=1$，点$A(0,3)$，若圆$C$上存在点$M$，满足$\left|MA\right|=2\left|MO\right|$，$(O$为坐标原点$)$，则实数$a$的取值范围是(    )

A. $\left[-3,0\right] $B. $\left(-\infty ,-3\right]∪\left[0,+\infty \right) $C. $\left[0,3\right]$ D. $\left(-\infty ,0\right]⋃\left[3,+\infty \right)$

8．在直角坐标系内，已知$A(3,3)$是$⊙C$上一点，对任意实数$a$，点$A$关于直线$(a+2)x-y-3a-2=0$的对称点仍在$⊙C$上，点$M$，$N$的坐标分别为$(m,0)$，$(-m,0)$，若$⊙C$上存在点$P$，使$∠MPN=90°$，则正数$m$的取值范围是(    )

A. $[2\sqrt[ ]{2},3\sqrt[ ]{2}]$ B. $[4\sqrt[ ]{2},6\sqrt[ ]{2}]$ C. $[4,6]$ D. $[8,12]$

1. 多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9.下面叙述错误的是(     )

A. 经过点$P(1,1)$，倾斜角为$θ$的直线方程为$y-1=tanθ(x-1)$
B. 若方程$x^{2}+y^{2}-2x+2y+m=0$表示圆，则$m<2$
C. 直线$3x+4y-1=0$和直线$6x+8y+3=0$间的距离为$\frac{2}{5}$
D. 若椭圆$\frac{x^{2}}{16}+\frac{y^{2}}{m}=1$的一个焦点坐标为$(0,3)$，则$m$为$25$

10．已知点，动点满足，则下面结论正确的为（    ）

A．点的轨迹方程为 B．点到原点的距离的最大值为5

C．面积的最大值为4 D．的最大值为18

*11***.** 下列四个命题中是真命题的是(    )

A. 圆$C\_{1}:x^{2}+y^{2}+2x=0$与圆$C\_{2}:x^{2}+y^{2}-4x-8y+4=0$恰有三条公切线
B. 若点$P(3a+1,4a)$在圆$(x-1)^{2}+y^{2}=1$的内部，则$a\in \left(-\frac{1}{5},\frac{1}{5}\right)$
C. 若直线$y=x+b$与曲线$y=\sqrt[ ]{4-x^{2}}$只有一个公共点，则$b\in [-2,2)$
D. 若$y=|x|$的图象与圆$(x-m)^{2}+y^{2}=8$有两个公共点，则$m\in (-4,4)$

12．过直线$kx+y+4=0(k>0)$上一点$M$作圆$C:x^{2}+y^{2}-2y=0$的两条切线$.$切点分别为$A,B$，若四边形$MACB$周长的最小值是$6$，则(    )

A. $k=2$ B. $∠AMB$的最大度数为$60^{∘}$
C. 直线$AB$必过点$\left(-\frac{2}{5},\frac{4}{5}\right)$ D. $\left|AB\right|$的最小值为$\frac{4\sqrt[ ]{5}}{5}$

**三：填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．椭圆$\frac{x^{2}}{m}+\frac{y^{2}}{4}=1$的焦距为$2$，则$m$的值等于          ．

14.圆心在直线3*x*＋4*y*－1＝0上，且经过两圆*x*2＋*y*2－*x*＋*y*－2＝0与*x*2＋*y*2＝5的交点的圆的方程是           ．

15．在平面直角坐标系*xOy*中，点$A\left(-4,4\right)$，$B\left(-2,2\right)$，若直线$x-y-m=0$上存在点*P*使得$PA=2PB$，则实数*m*的取值范围是           ．

16．已知点*P*为直线上任意一点，过点*P*作圆的两条切线，切点分别为*A*，*B*，则直线恒过的定点的坐标为 .

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（10分=5+5）(1)设*P*是椭圆＋＝1上一点，*F*1，*F*2是椭圆的焦点，若∠*F*1*PF*2＝60°，求△*F*1*PF*2的面积．

 (2)已知圆 $F\_{1}:(x+1)^{2}+y^{2}=1$， 圆 $F\_{2}:(x-1)^{2}+y^{2}=49$. 若动圆 $C$ 与圆 $F\_{1}$ 外切，且与圆 $F\_{2}$ 内切， 求动圆的圆心 $C$ 的轨迹方程.

18．（12=4+4+4）已知点*P*(*x*，*y*)在圆*C*：*x*2＋*y*2－6*x*－6*y*＋14＝0上．

(1)求的最大值和最小值； (2)求*x*2＋*y*2＋2*x*＋3的最大值与最小值；

(3)求*x*＋*y*的最大值与最小值．

19（12分=4+4+4）设直线*l*的方程为$\left(a+1\right)x+y-5-2a=0\left(a\in R\right).$

$(1)$求证：不论*a*为何值，直线*l*必过一定点*P*；

$ (2)$若直线*l*分别与*x*轴正半轴，*y*轴正半轴交于点$A\left(x\_{A},0\right)$，$B\left(0,y\_{B}\right)$，当$△AOB$面积最小时，求$△AOB$的周长及此时的直线方程；

$(3)$当直线*l*在两坐标轴上的截距均为正整数且*a*也为正整数时，求直线*l*的方程.

20（12分=4+4+4）.已知过点A(0,1)，且斜率为k的直线l与圆C：(x－2)2＋(y－3)2＝1，相交于M、N两点．(1) 求实数k的取值范围；(2) 求证：·是定值；(3) 若O为坐标原点，且· ＝12，求k的值．

21. （12分=4+8） 在平面直角坐标系*xOy*中，己知点，*C*，*D*分别为线段*OA*，*OB*上的动点，且满足*AC*=*BD*.（1）若*AC*=4，求直线*CD*的方程; （2）证明：*OCD*的外接圆恒过定点(异于原点*O*).

22（12分=4+4+4）已知圆*C*通过不同的三点*P*(*m*,0)、*Q*(2,0)、*R*(0,1),且圆*C*在点*P*处的切线的斜率为1.(1)试求圆*C*的方程；(2)若点*A*、*B*是圆*C*上不同的两点，且满足*•=•*，

①试求直线*AB*的斜率；②若原点*O*在以*AB*为直径的圆的内部，试求直线*AB*在*y*轴上的截距的范围。

***y***

***x***

*C*

*Q*

*P*

*O*

·

*R*

**江苏省仪征中学2023-2024学年度第一学期高二数学周（4）**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1．直线*x*＋*ay*－7＝0与直线(*a*＋1)*x*＋2*y*－14＝0平行，则*a*的值是(　　)

A．1 B．－2 C．1或－2 D．－1或2

答案　B解析　由已知，得*a*(*a*＋1)－2＝0，

解得*a*＝－2或*a*＝1.当*a*＝1时，两直线重合，∴*a*＝－2.

2．已知△*ABC*的顶点*B*，*C*在椭圆＋*y*2＝1上，顶点*A*是椭圆的一个焦点，且椭圆的另外一个焦点在*BC*边上，则△*ABC*的周长是(　　)

A．2 B．6 C．4 D．12

答案　C解析　设在*BC*边上的另一个焦点为*F*，利用椭圆的定义，*BA*＋*BF*＝2，*CA*＋*CF*＝2，便可求得△*ABC*的周长为4.

3．直线与两坐标轴所围成的三角形的面积为3，则的值为（   ）

A．2 B． C．3 D．或

【答案】D

【分析】求出直线与坐标轴的交点坐标，然后计算三角形面积．

【详解】在中令，得，令，得，即交点分别为，，据题意：，解得或．

故选D．

4．已知$A(3,1)$，$B(-1,2)$，若$∠ACB$的平分线方程为$y=x$，则*AC*所在的直线方程为 (    )

A.$2x-y-5=0$ B. $x-2y-6=0$ C. $x-2y-1=0$ D. $3x+y+1=0$

A解：设点$B(2,-1)$关于直线$y=x$的对称点为$B'(-1,2)$，所以直线$AB'$,即边*AC*所在的直线方程为$2x-y-5=0$，故选：$A.$

5． “2<*m*<6”是“方程＋＝1为椭圆”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

答案　B

解析　若方程＋＝1表示椭圆，

则解得2<*m*<6且*m*≠4，

所以“2<*m*<6”是“方程＋＝1为椭圆”的必要不充分条件．

6.椭圆$\frac{x^{2}}{12}+\frac{y^{2}}{3}=1$的焦点为$F\_{1}$和$F\_{2}$，点$P$在椭圆上，如果线段$PF\_{1}$的中点在$y$轴上，那么$|PF\_{1}|$是$|PF\_{2}|$的(    ) A. $7$倍 B. $5$倍 C. $4$倍 D. $3$倍

A解：由题设知$F\_{1}(-3,0)$，$F\_{2}(3,0)$，设$P(x,y)$，由线段$PF\_{1}$的中点在$y$轴上，得$P(3,y)$，把$P(3,y)$代入椭圆$\frac{x^{2}}{12}+\frac{y^{2}}{3}=1$，得$y^{2}=\frac{3}{4}$，再由两点间距离公式分别求出$|PF\_{1}|$和$|PF\_{2}|$，由此得到$|PF\_{1}|$与$|PF\_{2}|$的比值．

7. 在平面直角坐标系$xOy$中，已知圆$C:(x-a)^{2}+(y-a-2)^{2}=1$，点$A(0,3)$，若圆$C$上存在点$M$，满足$\left|MA\right|=2\left|MO\right|$，$(O$为坐标原点$)$，则实数$a$的取值范围是(    )

A. $\left[-3,0\right]$ B. $\left(-\infty ,-3\right]∪\left[0,+\infty \right)$
C. $\left[0,3\right]$ D. $\left(-\infty ,0\right]⋃\left[3,+\infty \right)$

【解答】A解：设$M(x,y)$，则$\left|MA\right|=\sqrt{x^{2}+(y-3)^{2}},\left|MO\right|=\sqrt{x^{2}+y^{2}}$，

因为$\left|MA\right|=2\left|MO\right|$，可得$x^{2}+(y-3)^{2}=4(x^{2}+y^{2})$，整理得$x^{2}+(y+1)^{2}=4$，

即点$M$的轨迹是以$N(0,-1)$为圆心，以$2$为半径的圆$N$，

又因为$M$在圆$C$上，所以圆$C$与圆$N$有公共点，则满足$1\leq \left|CN\right|\leq 3$，

即$1\leq \sqrt{a^{2}+(a+3)^{2}}\leq 3$，解得$-3\leq a\leq 0$，即实数$a$的取值范围是$\left[-3,0\right]$

8．在直角坐标系内，已知$A(3,3)$是$⊙C$上一点，对任意实数$a$，点$A$关于直线$(a+2)x-y-3a-2=0$的对称点仍在$⊙C$上，点$M$，$N$的坐标分别为$(m,0)$，$(-m,0)$，若$⊙C$上存在点$P$，使$∠MPN=90°$，则正数$m$的取值范围是(    )

A. $[2\sqrt[ ]{2},3\sqrt[ ]{2}]$ B. $[4\sqrt[ ]{2},6\sqrt[ ]{2}]$ C. $[4,6]$ D. $[8,12]$

【答案】*C* 解：直线$(a+2)x-y-3a-2=0$化为：$a(x-3)+2x-y-2=0$，
令$\left\{\begin{matrix}x-3=0\\2x-y-2=0\end{matrix}\right.$，解得$x=3$，$y=4$．
$∴$直线$(a+2)x-y-3a-2=0$经过定点$(3,4)$．
由$A(3,3)$是$⊙C$上一点，对任意实数$a$，点$A$关于直线$(a+2)x-y-3a-2=0$的对称点仍在$⊙C$上，$∴⊙C$的圆心为$(3,4)$，$r=1$．点$M$，$N$的坐标分别为$(m,0)$，$(-m,0)$，
$⊙C$上存在点$P$，使$∠MPN=90°$，
则点$P$在以原点$O$为圆心，$|m|$为半径的圆上，
若两圆外切，则$m+1=\sqrt[ ]{3^{2}+4^{2}}$解得$m=4$．
若两圆内切，则$m-1=\sqrt[ ]{3^{2}+4^{2}}$，解得$m=6$．$∴4\leq m\leq 6$．故选：$C$．

二：多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9.下面叙述错误的是(     )

A. 经过点$P(1,1)$，倾斜角为$θ$的直线方程为$y-1=tanθ(x-1)$
B. 若方程$x^{2}+y^{2}-2x+2y+m=0$表示圆，则$m<2$
C. 直线$3x+4y-1=0$和直线$6x+8y+3=0$间的距离为$\frac{2}{5}$
D. 若椭圆$\frac{x^{2}}{16}+\frac{y^{2}}{m}=1$的一个焦点坐标为$(0,3)$，则$m$为$25$

【答案】$AC$ 解：$A.$经过点$P(1,1)$，倾斜角为$θ$的直线方程为$y-1=tanθ(x-1)$，
当$θ=90°$时，$tanθ$无意义，故*A*错误；
*B*.若方程$x^{2}+y^{2}-2x+2y+m=0$表示圆，
即$\left(x-1\right)^{2}+\left(y+1\right)^{2}=2-m$，则$2-m>0$，则$m<2$，故*B*正确；
*C*.直线$3x+4y-1=0$和直线$6x+8y+3=0$间的距离
即为直线$6x+8y-2=0$和直线$6x+8y+3=0$间的距离，为$\frac{\left|3-\left(-2\right)\right|}{\sqrt{6^{2}+8^{2}}}=\frac{1}{2}$，故*C*错误；
*D*.若椭圆$\frac{x^{2}}{16}+\frac{y^{2}}{m}=1$的一个焦点坐标为$(0,3)$，
则椭圆焦点在$y$轴上，$c=3$，$b^{2}=16$，则$b=4$，
$a^{2}=m=4^{2}+3^{3}=25$，故*D*正确；

10．已知点，动点满足，则下面结论正确的为（    ）

A．点的轨迹方程为 B．点到原点的距离的最大值为5

C．面积的最大值为4 D．的最大值为18

【答案】ABD

【详解】设动点，则由得：，

即，

化简得：，即，所以A选项正确；

所以点轨迹是圆心为，半径为的圆，

则点到原点的距离最大值为，所以B选项正确；

又，和点轨迹的圆心都在轴上，且，

所以当圆的半径垂直于轴时，面积取得最大值，所以C选项错误；

又，

因为（），所以（），

则，所以D选项正确；

11下列四个命题中是真命题的是(    )

A. 圆$C\_{1}:x^{2}+y^{2}+2x=0$与圆$C\_{2}:x^{2}+y^{2}-4x-8y+4=0$恰有三条公切线
B. 若点$P(3a+1,4a)$在圆$(x-1)^{2}+y^{2}=1$的内部，则$a\in \left(-\frac{1}{5},\frac{1}{5}\right)$
C. 若直线$y=x+b$与曲线$y=\sqrt[ ]{4-x^{2}}$只有一个公共点，则$b\in [-2,2)$
D. 若$y=|x|$的图象与圆$(x-m)^{2}+y^{2}=8$有两个公共点，则$m\in (-4,4)$

【答案】*ABD* 解：对于$A$，圆$C\_{1}:\left(x+1\right)^{2}+y^{2}=1$，则$C\_{1}\left(-1,0\right)$，半径$r\_{1}=1$，

圆$C\_{2}:\left(x-2\right)^{2}+\left(y-4\right)^{2}=16$，则$C\_{1}\left(2,4\right)$，半径$r\_{1}=4$，

$\left|C\_{1}C\_{2}\right|=\sqrt[ ]{9+16}=5=r\_{1}+r\_{2}$，所以两圆外切，

所以圆$C\_{1}:x^{2}+y^{2}+2x=0$与圆$C\_{2}:x^{2}+y^{2}-4x-8y+4=0$恰有三条公切线，故*A*正确；对于$B$，若点$P(3a+1,4a)$在圆$(x-1)^{2}+y^{2}=1$的内部，

则$(3a+1-1)^{2}+\left(4a\right)^{2}<1$，解得$-\frac{1}{5}<a<\frac{1}{5}$，故*B*正确；

对于$C$，曲线$y=\sqrt[ ]{4-x^{2}}$化为$x^{2}+y^{2}=4\left(y\geq 0\right)$，则曲线时以原点为圆心，$2$为半径，$x$轴上半部分的圆$($包括$x$轴$)$，

当直线$y=x+b$过点$\left(2,0\right)$时，$b=-2$，当直线$y=x+b$过点$\left(-2,0\right)$时，$b=2$，

当直线$y=x+b$与曲线$y=\sqrt[ ]{4-x^{2}}$相切时，

则$\frac{\left|b\right|}{\sqrt[ ]{2}}=2$，解得$b=\pm 2\sqrt[ ]{2}($负值舍去$)$，所以$b=2\sqrt[ ]{2}$，

若直线$y=x+b$与曲线$y=\sqrt[ ]{4-x^{2}}$只有一个公共点，则$-2\leq b<2$或$b=2\sqrt[ ]{2}$，故*C*错误；



对于$D$，因为圆$(x-m)^{2}+y^{2}=8$关于$x$轴对称，则$y=|x|$的图象与圆$(x-m)^{2}+y^{2}=8$有两个公共点，即为直线$x-y=0$的图象与圆$(x-m)^{2}+y^{2}=8$有两个公共点，

所以圆心$\left(m,0\right)$到直线$x-y=0$的距离$\frac{\left|m\right|}{\sqrt[ ]{2}}<2\sqrt[ ]{2}$，所以$m\in (-4,4)$，故*D*正确．

故答案选：$ABD$．

12．过直线$kx+y+4=0(k>0)$上一点$M$作圆$C:x^{2}+y^{2}-2y=0$的两条切线$.$切点分别为$A,B$，若四边形$MACB$周长的最小值是$6$，则(    )

A. $k=2$ B. $∠AMB$的最大度数为$60^{∘}$
C. 直线$AB$必过点$\left(-\frac{2}{5},\frac{4}{5}\right)$ D. $\left|AB\right|$的最小值为$\frac{4\sqrt[ ]{5}}{5}$

【答案】*ACD* 解：因为圆$C:x^{2}+y^{2}-2y=0$可化为 $x^{2}+\left(y-1\right)^{2}=1$ ，

所以圆$C:x^{2}+y^{2}-2y=0$的圆心为 $C\left(0,1\right)$ ，半径 $r=1$ ，

所以 $\left|CA\right|=\left|CB\right|=1$ ，

因为 $MA,MB$ 为圆 $x^{2}+y^{2}-2y=0$ 的切线，切点分别为 $A,B$ ，

所以 $MA⊥CA,MB⊥CB$ ，所以 $\left|MA\right|=\left|MB\right|$ ， $\left|MA\right|=\sqrt[ ]{\left|MC\right|^{2}-\left|CA\right|^{2}}=\sqrt[ ]{\left|MC\right|^{2}-1}$ ，

如图：

四边形 $MACB$ 的周长 $l=2\left|MA\right|+2\left|CA\right|=2\sqrt[ ]{\left|MC\right|^{2}-1}+2$ ，

因为四边形$MACB$周长的最小值是$6$，

所以 $\left|MC\right|$ 的最小值为 $\sqrt[ ]{5}$ ，

所以点 $C$ 到直线 $kx+y+4=0(k>0)$ 的距离为 $\sqrt[ ]{5}$ ，

所以 $\frac{\left|k×0+1+4\right|}{\sqrt[ ]{k^{2}+1}}=\sqrt[ ]{5}$ ，所以 $k=2$ ，*A*正确；

$∠AMB=2∠AMC$ ， $sin∠AMC=\frac{\left|AC\right|}{\left|MC\right|}=\frac{1}{\left|MC\right|}$ ，

所以 $cos∠AMB=cos(2∠AMC)=1-2sin^{2}∠AMC=1-\frac{2}{|MC|^{2}}$ ，

所以当 $\left|MC\right|$ 取最小值 $\sqrt[ ]{5}$ 时， $cos∠AMB$ 取最小值为 $\frac{3}{5}$ ，

即 $\left(cos∠AMB\right)\_{min}=\frac{3}{5}>\frac{1}{2}=cos60^{∘}$ ，

又余弦函数 $y=cosx$ 在 $\left(0,π\right)$ 上单调递减，

所以 $\left(∠AMB\right)\_{max}<60^{∘}$ ，*B*错误；因为 $MA⊥CA,MB⊥CB$ ，

所以点 $M,A,C,B$ 四点共圆，且线段 $MC$ 为该圆的直径，设 $M\left(a,-2a-4\right)$ ，

过点 $M,A,C,B$ 的圆的方程为 $\left(x-\frac{a}{2}\right)^{2}+\left(y+\frac{2a+3}{2}\right)^{2}=\frac{1}{4}\left[a^{2}+\left(-2a-5\right)^{2}\right]$ ，

化简可得 $x^{2}-ax+y^{2}+\left(2a+3\right)y-2a-4=0$ ，

因为圆 $x^{2}-ax+y^{2}+\left(2a+3\right)y-2a-4=0$ 与圆 $x^{2}+y^{2}-2y=0$ 相交，

将圆 $x^{2}-ax+y^{2}+\left(2a+3\right)y-2a-4=0$ 与圆 $x^{2}+y^{2}-2y=0$ 方程相减可得

$ax-\left(2a+5\right)y+2a+4=0$ ，

化简可得 $a\left(x-2y+2\right)-5y+4=0$ ，

故直线 $AB$ 的方程为 $a\left(x-2y+2\right)-5y+4=0$ ，

又由 $\left\{\begin{matrix}x-2y+2=0\\-5y+4=0\end{matrix}\right.$ 可得 $\left\{\begin{matrix}x=-\frac{2}{5}\\y=\frac{4}{5}\end{matrix}\right.$ ，所以直线 $AB$ 必过点 $\left(-\frac{2}{5},\frac{4}{5}\right)$ ，*C*正确；

因为 $▵AMC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\left|MA\right|⋅\left|CA\right|=\frac{1}{2}\left|MC\right|⋅\frac{\left|AB\right|}{2}$ ，

所以 $\left|AB\right|=\frac{2\left|AM\right|}{\left|MC\right|}=\frac{2\sqrt[ ]{\left|MC\right|^{2}-1}}{\left|MC\right|}=2\sqrt[ ]{1-\frac{1}{\left|MC\right|^{2}}}$ ，

所以当 $\left|MC\right|$ 取最小值 $\sqrt[ ]{5}$ 时， $\left|AB\right|$ 取最小值为 $\frac{4\sqrt[ ]{5}}{5}$ ，*D*正确；

**三：填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．椭圆$\frac{x^{2}}{m}+\frac{y^{2}}{4}=1$的焦距为$2$，则$m$的值等于          ．

.【答案】$3$或$5$ 解：由题意可得：$c=1$．
$①$当椭圆的焦点在$x$轴上时，$m-4=1$，解得$m=5$．
$②$当椭圆的焦点在$y$轴上时，$4-m=1$，解得$m=3$．

14.圆心在直线3*x*＋4*y*－1＝0上，且经过两圆*x*2＋*y*2－*x*＋*y*－2＝0与*x*2＋*y*2＝5的交点的圆的方程是*x*2＋*y*2＋2*x*－2*y*－11＝0.

解　方法一　设所求圆的方程为*x*2＋*y*2－*x*＋*y*－2＋*λ*(*x*2＋*y*2－5)＝0，

化为一般方程得*x*2＋*y*2－*x*＋*y*－＝0.

故圆心坐标为，

代入直线3*x*＋4*y*－1＝0，得*λ*＝－.

再把*λ*代入所设方程，得*x*2＋*y*2＋2*x*－2*y*－11＝0，

故所求圆的方程为*x*2＋*y*2＋2*x*－2*y*－11＝0.

方法二　解方程组得两圆的交点为*A*(1，－2)和*B*(2，－1)．

设所求圆的方程为*x*2＋*y*2＋*Dx*＋*Ey*＋*F*＝0.

∵*A*，*B*在圆上，且圆心在直线3*x*＋4*y*－1＝0上，

∴解得

∴所求圆的方程是*x*2＋*y*2＋2*x*－2*y*－11＝0.

15．在平面直角坐标系*xOy*中，点$A\left(-4,4\right)$，$B\left(-2,2\right)$，若直线$x-y-m=0$上存在点*P*使得$PA=2PB$，则实数*m*的取值范围是           ．$\left[-\frac{16}{3},0\right].$

解：设$P(x,y)$，$PA=2PB$，$PA^{2}=4PB^{2}$，

$(x+4)^{2}+(y-4)^{2}=4(x+2)^{2}+4(y-2)^{2}$，整理得$(x+\frac{4}{3})^{2}+(y-\frac{4}{3})^{2}=\frac{32}{9}$，
又点*P*在直线$x-y-m=0$上，

所以直线$x-y-m=0$与圆$(x+\frac{4}{3})^{2}+(y-\frac{4}{3})^{2}=\frac{32}{9}$有公共点，

圆心$O(-\frac{4}{3},\frac{4}{3})$到直线$x-y-m=0$的距离$d\leq \frac{4\sqrt{2}}{3}$，

即$\frac{|-\frac{4}{3}-\frac{4}{3}-m|}{\sqrt{2}}\leq \frac{4\sqrt{2}}{3},|m+\frac{8}{3}|\leq \frac{8}{3},∴-\frac{16}{3}\leq m\leq 0.$故答案为：$\left[-\frac{16}{3},0\right].$

16．已知点*P*为直线上任意一点，过点*P*作圆的两条切线，切点分别为*A*，*B*，则直线恒过的定点的坐标为 .

【答案】【详解】解：由题意，设，易知*P*，*A*，*O*，*B*四点共圆，为直径，

所以圆的方程为：，

将两圆方程作差可得，直线的方程为，

即，所以直线恒过的定点为，

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（10分=5+5） (1)设*P*是椭圆＋＝1上一点，*F*1，*F*2是椭圆的焦点，若∠*F*1*PF*2＝60°，求△*F*1*PF*2的面积．

解　*PF*1＋*PF*2＝2*a*＝20，又*F*1*F*2＝2*c*＝12.由余弦定理知，(2*c*)2＝*PF*＋*PF*－2*PF*1·*PF*2·cos 60°，即144＝(*PF*1＋*PF*2)2－3*PF*1·*PF*2，所以*PF*1·*PF*2＝，

所以＝*PF*1·*PF*2·sin 60°＝.

(2)已知圆 $F\_{1}:(x+1)^{2}+y^{2}=1$， 圆 $F\_{2}:(x-1)^{2}+y^{2}=49$. 若动圆 $C$ 与圆 $F\_{1}$ 外切，且与圆 $F\_{2}$ 内切， 求动圆的圆心 $C$ 的轨迹方程.

18． （12=4+4+4）已知点*P*(*x*，*y*)在圆*C*：*x*2＋*y*2－6*x*－6*y*＋14＝0上．

(1)求的最大值和最小值；(2)求*x*2＋*y*2＋2*x*＋3的最大值与最小值；

(3)求*x*＋*y*的最大值与最小值．

解　方程*x*2＋*y*2－6*x*－6*y*＋14＝0可化为(*x*－3)2＋(*y*－3)2＝4.

(1)表示圆上的点*P*与原点连线所在直线的斜率，如图(1)所示，显然*PO*(*O*为坐标原点)与圆相切时，斜率最大或最小．

设切线方程为*y*＝*kx*(由题意知，斜率一定存在)，即*kx*－*y*＝0，由圆心*C*(3,3)到切线的距离等于半径2，可得＝2，解得*k*＝，所以的最大值为，最小值为.

(2)*x*2＋*y*2＋2*x*＋3＝(*x*＋1)2＋*y*2＋2，它表示圆上的点*P*到*E*(－1,0)的距离的平方再加2，所以当点*P*与点*E*的距离最大或最小时，所求式子取得最大值或最小值，如图(2)所示，显然点*E*在圆*C*的外部，所以点*P*与点*E*距离的最大值为*P*1*E*＝*CE*＋2，点*P*与点*E*距离的最小值为*P*2*E*＝*CE*－2.又*CE*＝＝5，所以*x*2＋*y*2＋2*x*＋3的最大值为(5＋2)2＋2＝51，最小值为(5－2)2＋2＝11.

(3)设*x*＋*y*＝*b*，则*b*表示动直线*y*＝－*x*＋*b*在*y*轴上的截距，如图(3)所示，显然当动直线*y*＝－*x*＋*b*与圆(*x*－3)2＋(*y*－3)2＝4相切时，*b*取得最大值或最小值，此时圆心*C*(3,3)到切线*x*＋*y*＝*b*的距离等于圆的半径2，则＝2，即|*b*－6|＝2，解得*b*＝6±2，所以*x*＋*y*的最大值为6＋2，最小值为6－2.



19 （12分=4+4+4）设直线*l*的方程为$\left(a+1\right)x+y-5-2a=0\left(a\in R\right).$

$(1)$求证：不论*a*为何值，直线*l*必过一定点*P*；

$ (2)$若直线*l*分别与*x*轴正半轴，*y*轴正半轴交于点$A\left(x\_{A},0\right)$，$B\left(0,y\_{B}\right)$，当$△AOB$面积最小时，求$△AOB$的周长及此时的直线方程；

$(3)$当直线*l*在两坐标轴上的截距均为正整数且*a*也为正整数时，求直线*l*的方程.

 解：$(1)$由$\left(a+1\right)x+y-5-2a=0$得$a\left(x-2\right)+x+y-5=0$，

则$\left\{\begin{matrix}x-2=0\\x+y-5=0\end{matrix}\right.$，解得$\left\{\begin{matrix}x=2\\y=3\end{matrix}\right.$，所以不论*a*为何值，直线*l*必过一定点$P\left(2,3\right)$；

$(2)$由$\left(a+1\right)x+y-5-2a=0$得，

当$x=0$时，$y\_{B}=5+2a$，当$y=0$时，$x\_{A}=\frac{5+2a}{a+1}$，

又由$\left\{\begin{matrix}y\_{B}=5+2a>0\\x\_{A}=\frac{5+2a}{a+1}>0\end{matrix}\right.$，得$a>-1$，

$∴S\_{△AOB}=\frac{1}{2}⋅\left(5+2a\right)⋅\frac{5+2a}{a+1}=\frac{1}{2}\left[4\left(a+1\right)+\frac{9}{a+1}+12\right]\geq \frac{1}{2}\left[2\sqrt{4\left(a+1\right)⋅\frac{9}{a+1}}+12\right]=12$，

当且仅当$4\left(a+1\right)=\frac{9}{a+1}$，即$a=\frac{1}{2}$时，取等号.$∴A\left(4,0\right)$，$B\left(0,6\right)$，

$∴△AOB$的周长为$OA+OB+AB=4+6+\sqrt{4^{2}+6^{2}}=10+2\sqrt{13}$；

直线方程为$3x+2y-12=0.$

$(3)$直线*l*在两坐标轴上的截距均为正整数，即$5+2a$，$\frac{5+2a}{a+1}$均为正整数，而*a*也为正整数，

$∵\frac{5+2a}{a+1}=2+\frac{3}{a+1}∴a=2$ 所以直线*l*的方程为$3x+y-9=0.$

20（12分=4+4+4）.已知过点A(0,1)，且斜率为k的直线l与圆C：(x－2)2＋(y－3)2＝1，相交于M、N两点．(1) 求实数k的取值范围；(2) 求证：·是定值；(3) 若O为坐标原点，且· ＝12，求k的值．

21. （12分=4+8） 在平面直角坐标系*xOy*中，己知点，*C*，*D*分别为线段*OA*，*OB*上的动点，且满足*AC*=*BD*.（1）若*AC*=4，求直线*CD*的方程; （2）证明：*OCD*的外接圆恒过定点(异于原点*O*).

21．（1）因为，所以，又因为，所以，所以，由，得，所以直线的斜率，所以直线的方程为，即．

（2）设，则．则，

因为，所以，

所以点的坐标为 又设的外接圆的方程为，

则有解之得,,

所以的外接圆的方程为，整理得，

令，所以（舍）或所以△的外接圆恒过定点为．

22（12分=4+4+4）已知圆*C*通过不同的三点*P*(*m*,0)、*Q*(2,0)、*R*(0,1),且圆*C*在点*P*处的切线的斜率为1.(1)试求圆*C*的方程；(2)若点*A*、*B*是圆*C*上不同的两点，且满足*•=•*，

①试求直线*AB*的斜率；②若原点*O*在以*AB*为直径的圆的内部，试求直线*AB*在*y*轴上的截距的范围。

***y***

***x***

*C*

*Q*

*P*

*O*

·

*R*

22．（1）设圆方程为，则圆心，且*PC*的斜率为-1

所以解得，所以圆方程为

（2）①*•=•*，所以*AB*斜率为1

②设直线*AB*方程为，代入圆C方程得

设，则

原点O在以AB为直径的圆的内部，即

整理得，