**江苏省仪征中学2023-2024学年度第一学期高二数学周（4）**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1．直线*x*＋*ay*－7＝0与直线(*a*＋1)*x*＋2*y*－14＝0平行，则*a*的值是(　　)

A．1 B．－2 C．1或－2 D．－1或2

2．已知△*ABC*的顶点*B*，*C*在椭圆＋*y*2＝1上，顶点*A*是椭圆的一个焦点，且椭圆的另外一个焦点在*BC*边上，则△*ABC*的周长是(　　)

A．2 B．6 C．4 D．12

3．直线与两坐标轴所围成的三角形的面积为3，则的值为（   ）

A．2 B． C．3 D．或

4．已知，，若的平分线方程为，则*AC*所在的直线方程为 (    )

A. B. C. D.

5． “2<*m*<6”是“方程＋＝1为椭圆”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

6.椭圆的焦点为和，点在椭圆上，如果线段的中点在轴上，那么是的latexImg(    ) A. 倍 B. 倍 C. 倍 D. 倍

7. 在平面直角坐标系中，已知圆，点，若圆上存在点，满足，为坐标原点，则实数的取值范围是latexImg(    )

A. B. C. D.

8．在直角坐标系内，已知是上一点，对任意实数，点关于直线的对称点仍在上，点，的坐标分别为，，若上存在点，使，则正数的取值范围是latexImg(    )

A. B. C. D.

1. 多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9.下面叙述错误的是(     )

A. 经过点，倾斜角为的直线方程为  
B. 若方程表示圆，则  
C. 直线和直线间的距离为  
D. 若椭圆的一个焦点坐标为，则为

10．已知点，动点满足，则下面结论正确的为（    ）

A．点的轨迹方程为 B．点到原点的距离的最大值为5

C．面积的最大值为4 D．的最大值为18

*11***.** 下列四个命题中是真命题的是latexImg(    )

A. 圆与圆恰有三条公切线  
B. 若点在圆的内部，则  
C. 若直线与曲线只有一个公共点，则  
D. 若的图象与圆有两个公共点，则

12．过直线上一点作圆的两条切线切点分别为，若四边形周长的最小值是，则latexImg(    )

A. B. 的最大度数为  
C. 直线必过点 D. 的最小值为

**三：填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．椭圆的焦距为，则的值等于          ．

14.圆心在直线3*x*＋4*y*－1＝0上，且经过两圆*x*2＋*y*2－*x*＋*y*－2＝0与*x*2＋*y*2＝5的交点的圆的方程是           ．

15．在平面直角坐标系*xOy*中，点，，若直线上存在点*P*使得，则实数*m*的取值范围是           ．

16．已知点*P*为直线上任意一点，过点*P*作圆的两条切线，切点分别为*A*，*B*，则直线恒过的定点的坐标为 .

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（10分=5+5）(1)设*P*是椭圆＋＝1上一点，*F*1，*F*2是椭圆的焦点，若∠*F*1*PF*2＝60°，求△*F*1*PF*2的面积．

(2)已知圆 ， 圆 . 若动圆 与圆 外切，且与圆 内切， 求动圆的圆心 的轨迹方程.

18．（12=4+4+4）已知点*P*(*x*，*y*)在圆*C*：*x*2＋*y*2－6*x*－6*y*＋14＝0上．

(1)求的最大值和最小值； (2)求*x*2＋*y*2＋2*x*＋3的最大值与最小值；

(3)求*x*＋*y*的最大值与最小值．

19（12分=4+4+4）设直线*l*的方程为

求证：不论*a*为何值，直线*l*必过一定点*P*；

若直线*l*分别与*x*轴正半轴，*y*轴正半轴交于点，，当面积最小时，求的周长及此时的直线方程；

当直线*l*在两坐标轴上的截距均为正整数且*a*也为正整数时，求直线*l*的方程.

20（12分=4+4+4）.已知过点A(0,1)，且斜率为k的直线l与圆C：(x－2)2＋(y－3)2＝1，相交于M、N两点．(1) 求实数k的取值范围；(2) 求证：·是定值；(3) 若O为坐标原点，且· ＝12，求k的值．

21. （12分=4+8） 在平面直角坐标系*xOy*中，己知点，*C*，*D*分别为线段*OA*，*OB*上的动点，且满足*AC*=*BD*.（1）若*AC*=4，求直线*CD*的方程; （2）证明：*OCD*的外接圆恒过定点(异于原点*O*).

22（12分=4+4+4）已知圆*C*通过不同的三点*P*(*m*,0)、*Q*(2,0)、*R*(0,1),且圆*C*在点*P*处的切线的斜率为1.(1)试求圆*C*的方程；(2)若点*A*、*B*是圆*C*上不同的两点，且满足*•=•*，

①试求直线*AB*的斜率；②若原点*O*在以*AB*为直径的圆的内部，试求直线*AB*在*y*轴上的截距的范围。

***y***

***x***

*C*

*Q*

*P*

*O*

·

*R*

**江苏省仪征中学2023-2024学年度第一学期高二数学周（4）**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1．直线*x*＋*ay*－7＝0与直线(*a*＋1)*x*＋2*y*－14＝0平行，则*a*的值是(　　)

A．1 B．－2 C．1或－2 D．－1或2

答案　B解析　由已知，得*a*(*a*＋1)－2＝0，

解得*a*＝－2或*a*＝1.当*a*＝1时，两直线重合，∴*a*＝－2.

2．已知△*ABC*的顶点*B*，*C*在椭圆＋*y*2＝1上，顶点*A*是椭圆的一个焦点，且椭圆的另外一个焦点在*BC*边上，则△*ABC*的周长是(　　)

A．2 B．6 C．4 D．12

答案　C解析　设在*BC*边上的另一个焦点为*F*，利用椭圆的定义，*BA*＋*BF*＝2，*CA*＋*CF*＝2，便可求得△*ABC*的周长为4.

3．直线与两坐标轴所围成的三角形的面积为3，则的值为（   ）

A．2 B． C．3 D．或

【答案】D

【分析】求出直线与坐标轴的交点坐标，然后计算三角形面积．

【详解】在中令，得，令，得，即交点分别为，，据题意：，解得或．

故选D．

4．已知，，若的平分线方程为，则*AC*所在的直线方程为 (    )

A. B. C. D.

A解：设点关于直线的对称点为，所以直线,即边*AC*所在的直线方程为，故选：

5． “2<*m*<6”是“方程＋＝1为椭圆”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

答案　B

解析　若方程＋＝1表示椭圆，

则解得2<*m*<6且*m*≠4，

所以“2<*m*<6”是“方程＋＝1为椭圆”的必要不充分条件．

6.椭圆的焦点为和，点在椭圆上，如果线段的中点在轴上，那么是的latexImg(    ) A. 倍 B. 倍 C. 倍 D. 倍

A解：由题设知，，设，由线段的中点在轴上，得，把代入椭圆，得，再由两点间距离公式分别求出和，由此得到与的比值．

7. 在平面直角坐标系中，已知圆，点，若圆上存在点，满足，为坐标原点，则实数的取值范围是latexImg(    )

A. B.   
C. D.

【解答】A解：设，则，

因为，可得，整理得，

即点的轨迹是以为圆心，以为半径的圆，

又因为在圆上，所以圆与圆有公共点，则满足，

即，解得，即实数的取值范围是

8．在直角坐标系内，已知是上一点，对任意实数，点关于直线的对称点仍在上，点，的坐标分别为，，若上存在点，使，则正数的取值范围是latexImg(    )

A. B. C. D.

【答案】*C* 解：直线化为：，  
令，解得，．  
直线经过定点．  
由是上一点，对任意实数，点关于直线的对称点仍在上，的圆心为，．点，的坐标分别为，，  
上存在点，使，  
则点在以原点为圆心，为半径的圆上，  
若两圆外切，则解得．  
若两圆内切，则，解得．．故选：．

二：多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9.下面叙述错误的是(     )

A. 经过点，倾斜角为的直线方程为  
B. 若方程表示圆，则  
C. 直线和直线间的距离为  
D. 若椭圆的一个焦点坐标为，则为

【答案】 解：经过点，倾斜角为的直线方程为，  
当时，无意义，故*A*错误；  
*B*.若方程表示圆，  
即，则，则，故*B*正确；  
*C*.直线和直线间的距离  
即为直线和直线间的距离，为，故*C*错误；  
*D*.若椭圆的一个焦点坐标为，  
则椭圆焦点在轴上，，，则，  
，故*D*正确；

10．已知点，动点满足，则下面结论正确的为（    ）

A．点的轨迹方程为 B．点到原点的距离的最大值为5

C．面积的最大值为4 D．的最大值为18

【答案】ABD

【详解】设动点，则由得：，

即，

化简得：，即，所以A选项正确；

所以点轨迹是圆心为，半径为的圆，

则点到原点的距离最大值为，所以B选项正确；

又，和点轨迹的圆心都在轴上，且，

所以当圆的半径垂直于轴时，面积取得最大值，所以C选项错误；

又，

因为（），所以（），

则，所以D选项正确；

11下列四个命题中是真命题的是latexImg(    )

A. 圆与圆恰有三条公切线  
B. 若点在圆的内部，则  
C. 若直线与曲线只有一个公共点，则  
D. 若的图象与圆有两个公共点，则

【答案】*ABD* 解：对于，圆，则，半径，

圆，则，半径，

，所以两圆外切，

所以圆与圆恰有三条公切线，故*A*正确；对于，若点在圆的内部，

则，解得，故*B*正确；

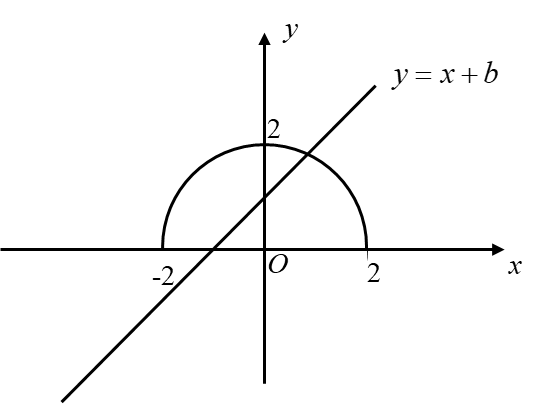
对于，曲线化为，则曲线时以原点为圆心，为半径，轴上半部分的圆包括轴，

当直线过点时，，当直线过点时，，

当直线与曲线相切时，

则，解得负值舍去，所以，

若直线与曲线只有一个公共点，则或，故*C*错误；



对于，因为圆关于轴对称，则的图象与圆有两个公共点，即为直线的图象与圆有两个公共点，

所以圆心到直线的距离，所以，故*D*正确．

故答案选：．

12．过直线上一点作圆的两条切线切点分别为，若四边形周长的最小值是，则latexImg(    )

A. B. 的最大度数为  
C. 直线必过点 D. 的最小值为

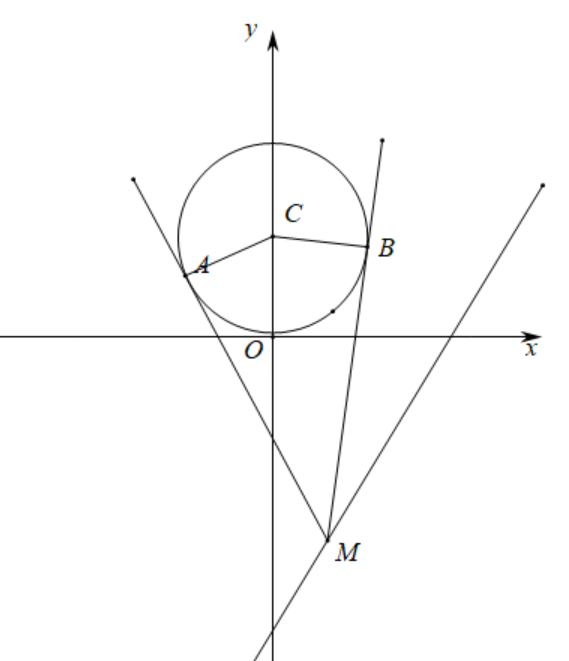
【答案】*ACD* 解：因为圆可化为  ，

所以圆的圆心为  ，半径  ，

所以  ，

因为  为圆  的切线，切点分别为  ，

所以  ，所以  ，  ，

如图：  
  
四边形  的周长  ，

因为四边形周长的最小值是，

所以  的最小值为  ，

所以点  到直线  的距离为  ，

所以  ，所以  ，*A*正确；

 ，  ，

所以  ，

所以当  取最小值  时，  取最小值为  ，

即  ，

又余弦函数  在  上单调递减，

所以  ，*B*错误；因为  ，

所以点  四点共圆，且线段  为该圆的直径，设  ，

过点  的圆的方程为  ，

化简可得  ，

因为圆  与圆  相交，

将圆  与圆  方程相减可得

 ，

化简可得  ，

故直线  的方程为  ，

又由  可得  ，所以直线  必过点  ，*C*正确；

因为  的面积  ，

所以  ，

所以当  取最小值  时，  取最小值为  ，*D*正确；

**三：填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．椭圆的焦距为，则的值等于          ．

.【答案】或 解：由题意可得：．  
当椭圆的焦点在轴上时，，解得．  
当椭圆的焦点在轴上时，，解得．

14.圆心在直线3*x*＋4*y*－1＝0上，且经过两圆*x*2＋*y*2－*x*＋*y*－2＝0与*x*2＋*y*2＝5的交点的圆的方程是*x*2＋*y*2＋2*x*－2*y*－11＝0.

解　方法一　设所求圆的方程为*x*2＋*y*2－*x*＋*y*－2＋*λ*(*x*2＋*y*2－5)＝0，

化为一般方程得*x*2＋*y*2－*x*＋*y*－＝0.

故圆心坐标为，

代入直线3*x*＋4*y*－1＝0，得*λ*＝－.

再把*λ*代入所设方程，得*x*2＋*y*2＋2*x*－2*y*－11＝0，

故所求圆的方程为*x*2＋*y*2＋2*x*－2*y*－11＝0.

方法二　解方程组得两圆的交点为*A*(1，－2)和*B*(2，－1)．

设所求圆的方程为*x*2＋*y*2＋*Dx*＋*Ey*＋*F*＝0.

∵*A*，*B*在圆上，且圆心在直线3*x*＋4*y*－1＝0上，

∴解得

∴所求圆的方程是*x*2＋*y*2＋2*x*－2*y*－11＝0.

15．在平面直角坐标系*xOy*中，点，，若直线上存在点*P*使得，则实数*m*的取值范围是           ．

解：设，，，

，整理得，   
又点*P*在直线上，

所以直线与圆有公共点，

圆心到直线的距离，

即故答案为：

16．已知点*P*为直线上任意一点，过点*P*作圆的两条切线，切点分别为*A*，*B*，则直线恒过的定点的坐标为 .

【答案】【详解】解：由题意，设，易知*P*，*A*，*O*，*B*四点共圆，为直径，

所以圆的方程为：，

将两圆方程作差可得，直线的方程为，

即，所以直线恒过的定点为，

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（10分=5+5） (1)设*P*是椭圆＋＝1上一点，*F*1，*F*2是椭圆的焦点，若∠*F*1*PF*2＝60°，求△*F*1*PF*2的面积．

解　*PF*1＋*PF*2＝2*a*＝20，又*F*1*F*2＝2*c*＝12.由余弦定理知，(2*c*)2＝*PF*＋*PF*－2*PF*1·*PF*2·cos 60°，即144＝(*PF*1＋*PF*2)2－3*PF*1·*PF*2，所以*PF*1·*PF*2＝，

所以＝*PF*1·*PF*2·sin 60°＝.

(2)已知圆 ， 圆 . 若动圆 与圆 外切，且与圆 内切， 求动圆的圆心 的轨迹方程.

18． （12=4+4+4）已知点*P*(*x*，*y*)在圆*C*：*x*2＋*y*2－6*x*－6*y*＋14＝0上．

(1)求的最大值和最小值；(2)求*x*2＋*y*2＋2*x*＋3的最大值与最小值；

(3)求*x*＋*y*的最大值与最小值．

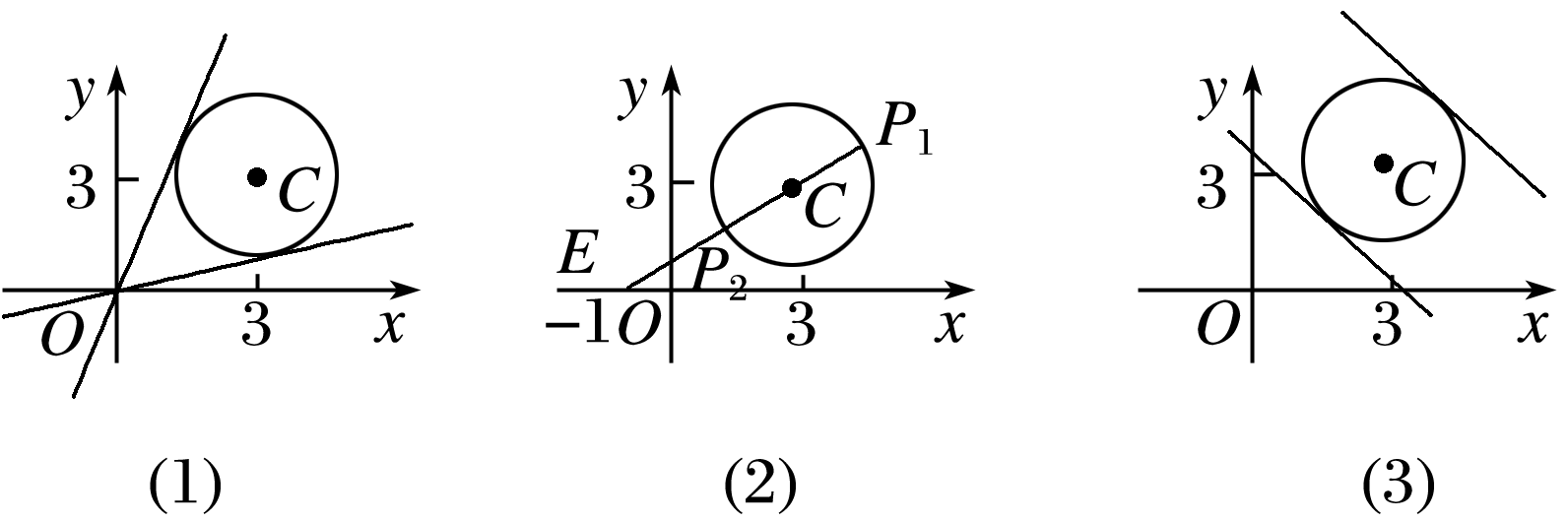
解　方程*x*2＋*y*2－6*x*－6*y*＋14＝0可化为(*x*－3)2＋(*y*－3)2＝4.

(1)表示圆上的点*P*与原点连线所在直线的斜率，如图(1)所示，显然*PO*(*O*为坐标原点)与圆相切时，斜率最大或最小．

设切线方程为*y*＝*kx*(由题意知，斜率一定存在)，即*kx*－*y*＝0，由圆心*C*(3,3)到切线的距离等于半径2，可得＝2，解得*k*＝，所以的最大值为，最小值为.

(2)*x*2＋*y*2＋2*x*＋3＝(*x*＋1)2＋*y*2＋2，它表示圆上的点*P*到*E*(－1,0)的距离的平方再加2，所以当点*P*与点*E*的距离最大或最小时，所求式子取得最大值或最小值，如图(2)所示，显然点*E*在圆*C*的外部，所以点*P*与点*E*距离的最大值为*P*1*E*＝*CE*＋2，点*P*与点*E*距离的最小值为*P*2*E*＝*CE*－2.又*CE*＝＝5，所以*x*2＋*y*2＋2*x*＋3的最大值为(5＋2)2＋2＝51，最小值为(5－2)2＋2＝11.

(3)设*x*＋*y*＝*b*，则*b*表示动直线*y*＝－*x*＋*b*在*y*轴上的截距，如图(3)所示，显然当动直线*y*＝－*x*＋*b*与圆(*x*－3)2＋(*y*－3)2＝4相切时，*b*取得最大值或最小值，此时圆心*C*(3,3)到切线*x*＋*y*＝*b*的距离等于圆的半径2，则＝2，即|*b*－6|＝2，解得*b*＝6±2，所以*x*＋*y*的最大值为6＋2，最小值为6－2.



19 （12分=4+4+4）设直线*l*的方程为

求证：不论*a*为何值，直线*l*必过一定点*P*；

若直线*l*分别与*x*轴正半轴，*y*轴正半轴交于点，，当面积最小时，求的周长及此时的直线方程；

当直线*l*在两坐标轴上的截距均为正整数且*a*也为正整数时，求直线*l*的方程.

解：由得，

则，解得，所以不论*a*为何值，直线*l*必过一定点；

由得，

当时，，当时，，

又由，得，

，

当且仅当，即时，取等号.，，

的周长为；

直线方程为

直线*l*在两坐标轴上的截距均为正整数，即，均为正整数，而*a*也为正整数，

所以直线*l*的方程为

20（12分=4+4+4）.已知过点A(0,1)，且斜率为k的直线l与圆C：(x－2)2＋(y－3)2＝1，相交于M、N两点．(1) 求实数k的取值范围；(2) 求证：·是定值；(3) 若O为坐标原点，且· ＝12，求k的值．

21. （12分=4+8） 在平面直角坐标系*xOy*中，己知点，*C*，*D*分别为线段*OA*，*OB*上的动点，且满足*AC*=*BD*.（1）若*AC*=4，求直线*CD*的方程; （2）证明：*OCD*的外接圆恒过定点(异于原点*O*).

21．（1）因为，所以，又因为，所以，所以，由，得，所以直线的斜率，所以直线的方程为，即．

（2）设，则．则，

因为，所以，

所以点的坐标为 又设的外接圆的方程为，

则有解之得,,

所以的外接圆的方程为，整理得，

令，所以（舍）或所以△的外接圆恒过定点为．

22（12分=4+4+4）已知圆*C*通过不同的三点*P*(*m*,0)、*Q*(2,0)、*R*(0,1),且圆*C*在点*P*处的切线的斜率为1.(1)试求圆*C*的方程；(2)若点*A*、*B*是圆*C*上不同的两点，且满足*•=•*，

①试求直线*AB*的斜率；②若原点*O*在以*AB*为直径的圆的内部，试求直线*AB*在*y*轴上的截距的范围。

***y***

***x***

*C*

*Q*

*P*

*O*

·

*R*

22．（1）设圆方程为，则圆心，且*PC*的斜率为-1

所以解得，所以圆方程为

（2）①*•=•*，所以*AB*斜率为1

②设直线*AB*方程为，代入圆C方程得

设，则

原点O在以AB为直径的圆的内部，即

整理得，