

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学暑假作业 1

完成时间：2022 年 7 月 2 日 完成时长：60min

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 2\}$, $B = \{x | \frac{x-2}{x+2} \leq 0\}$, 则()

A. $A \cap B = A$

B. $A \cap B = B$

C. $A \cup B = B$

D. $A \cup B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$

2. 设函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 则下列函数中为奇函数的是()

A. $f(x-1) - 1$

B. $f(x-1) + 1$

C. $f(x+1) - 1$

D. $f(x+1) + 1$

3. 已知函数 $y = f(x-2)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称, 在 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递增. 若 $a = f(4^{\ln 3})$, $b = f(2^{-e})$, $c = f(\ln \frac{1}{\pi})$ (其中 e 为自然对数的底数, π 为圆周率), 则 a, b, c 的大小关系为()

A. $a > c > b$

B. $a > b > c$

C. $c > a > b$

D. $c > b > a$

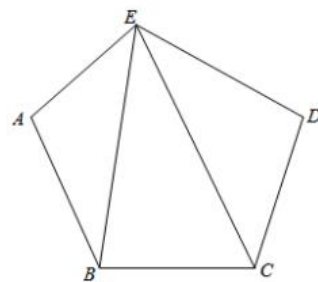
4. 如图, 给 7 条线段的 5 个端点涂色, 要求同一条线段的两个端点不能同色, 现有 4 种不同的颜色可供选择, 则不同的涂色方法种数有()

A. 24

B. 48

C. 96

D. 120



5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - |kx^2 - 2x|$ ($k \in \mathbb{R}$) 恰有 4 个零点, 则 k 的取值范围()

A. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

B. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (0, 2\sqrt{2})$

C. $(-\infty, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$

D. $(-\infty, 0) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

6. 若不等式 $ae^x - \ln x + \ln a \geq 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围是()

- A. $[\frac{1}{e}, +\infty)$ B. $[\frac{2}{e}, +\infty)$ C. $[\frac{e}{2}, +\infty)$ D. $[e, +\infty)$

二、多选题

7. 从 1, 2, 3, 4, 5, 6 中任取三个不同的数组成一个三位数, 则在所组成的数中()

- A. 偶数有 60 个
B. 比 300 大的奇数有 48 个
C. 个位和百位数字之和为 7 的数有 24 个
D. 能被 3 整除的数有 48 个

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \geq m \\ -(x+2)^2, & x < m \end{cases} (m \in R)$, 则()

- A. 对任意的 $m \in R$, 函数 $f(x)$ 都有零点.
B. 当 $m \leq -3$ 时, 对 $\forall x_1 \neq x_2$, 都有 $(x_1 - x_2)(f(x_1) - f(x_2)) < 0$ 成立.
C. 当 $m = 0$ 时, 方程 $f[f(x)] = 0$ 有 4 个不同的实数根.
D. 当 $m = 0$ 时, 方程 $f(x) + f(-x) = 0$ 有 2 个不同的实数根.

三、填空题

9. 已知实数 a, b 满足 $\lg a + \lg b = \lg(a + 2b)$, 则 $2a + b$ 的最小值为_____.

10. 已知 $\lambda \in R$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x - 4, & x \geq \lambda \\ x^2 - 4x + 3, & x < \lambda \end{cases}$, 当 $\lambda = 2$ 时, 不等式 $f(x) < 0$ 的解集是_____.若函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点, 则 λ 的取值范围是_____.

四、解答题

11. 某财经杂志发起一项调查,旨在预测中国经济前景,随机访问了 100 位业内人士,根据被访问者的问卷得分(满分 10 分)将经济前景预期划分为三个等级(悲观、尚可、乐观).分级标准及这 100 位被访问者得分频数分布情况如下:

经济前景等级	悲观			尚可				乐观		
问卷得分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
频数	2	3	5	10	19	24	17	9	7	4

假设被访问的每个人独立完成问卷(互不影响),根据经验,这 100 位人士的意见即可代表业内人士意见,且他们预测各等级的频率可估计未来经济各等级发生的可能性.

(1)该杂志记者又随机访问了两名业内人士,试估计至少有一人预测中国经济前景为“乐观”的概率;

(2)某人有一笔资金,现有两个备选的投资意向:物联网项目或人工智能项目,两种投资项目的年回报率都与中国经济前景等级有关,根据经验,大致关系如下(正数表示赢利,负数表示亏损):

经济前景等级	乐观	尚可	悲观
物联网项目年回报率(%)	12	4	-4
人工智能项目年回报率(%)	7	5	-2

根据以上信息,请分别计算这两种投资项目的年回报率的期望与方差,并用统计学知识给出投资建议.

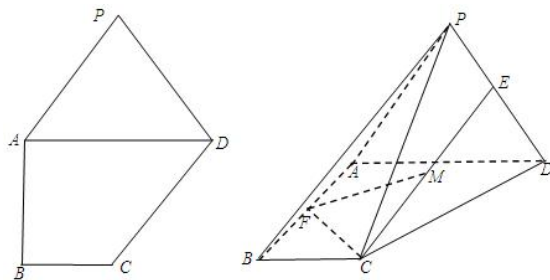
12. 请从下面三个条件中任选一个，补充在下面的横线上，并作答.

① $\overrightarrow{BA} \cdot (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PD}) = 0$; ② $PC = \sqrt{7}$; ③ 点 P 在平面 $ABCD$ 的射影在直线 AD 上.

如图，平面五边形 $PABCD$ 中， $\triangle PAD$ 是边长为 2 的等边三角形， $AD \parallel BC$ ， $AB = 2BC = 2$ ， $AB \perp BC$ ，将 $\triangle PAD$ 沿 AD 翻折成四棱锥 $P - ABCD$ ， E 是棱 PD 上的动点 (端点除外)， F, M 分别是 AB, CE 的中点，且_____.

(1) 求证： $AB \perp FM$;

(2) 当 EF 与平面 PAD 所成角最大时，求平面 ACE 与平面 PAD 所成的锐二面角的余弦值.



13. 已知函数 $f(x) = ax - \frac{1}{x} - (a + 1)\ln x$.

(1) 当 $a = 0$ 时，求 $f(x)$ 的最大值;

(2) 若 $f(x)$ 恰有一个零点，求 a 的取值范围.