

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学暑假作业 3

完成时间：2022 年 7 月 4 日 完成时长：60min

一、单选题

1. 若集合 $A = \{x \mid \frac{x-3}{x+1} \geq 0\}$, $B = \{x \mid ax + 1 \leq 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $[-\frac{1}{3}, 1)$ B. $(-\frac{1}{3}, 1]$
C. $(-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$ D. $[-\frac{1}{3}, 0) \cup (0, 1)$
2. 设 $a > b > c > 0$, 则 $2a^2 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{a(a-b)} - 10ac + 25c^2$ 的最小值是 ()
A. $2\sqrt{5}$ B. 5 C. 4 D. 2
3. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50) =$ ()
A. -50 B. 0 C. 2 D. 50
4. 在体育选修课排球模块基本功(发球)测试中, 计分规则如下(满分为 10 分): ①每人可发球 7 次, 每成功一次记 1 分; ②若连续两次发球成功加 0.5 分, 连续三次发球成功加 1 分, 连续四次发球成功加 1.5 分, 以此类推, ..., 连续七次发球成功加 3 分. 假设某同学每次发球成功的概率为 $\frac{2}{3}$, 且各次发球之间相互独立, 则该同学在测试中恰好得 5 分的概率是 ()
A. $\frac{2^6}{3^5}$ B. $\frac{2^5}{3^5}$ C. $\frac{2^6}{3^6}$ D. $\frac{2^5}{3^6}$
5. 已知随机变量 $X \sim N(1, \sigma^2)$, 且 $P(X \leq 0) = P(X \geq a)$, 则 $(1+ax)^3 \cdot (x^2 + \frac{2}{x})^5$ 的展开式中 x^4 的系数为 ()
A. 680 B. 640 C. 180 D. 40
6. 已知函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, $x \in [0, 2]$, 函数 $g(x) = ax - 1$, $x \in [-1, 1]$, 对于任意 $x_1 \in [0, 2]$, 总存在 $x_2 \in [-1, 1]$, 使得 $g(x_2) = f(x_1)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, -3]$ B. $[3, +\infty)$
C. $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

二、多选题

7. 已知 $p: \forall x \in R, ax^2 + ax + 1 > 0$, $q: \exists x_0 \in (-\infty, 64], a < x_0^{\frac{1}{3}}$, 则下列说法正确的是 ()

A. p 的否定是: $\exists x_0 \in R, ax_0^2 + ax_0 + 1 \leq 0$ B. q 的否定是: $\exists x_0 \in (-\infty, 64], a \geq x_0^{\frac{1}{3}}$

C. p 为真命题时, $0 < a < 4$

D. q 为真命题时, $a < 4$

8. 已知 x, y 是正数, 且 $2x + y = 1$, 下列叙述正确的是()

A. xy 最大值为 $\frac{1}{8}$

B. $4x^2 + y^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$

C. $x(x + y)$ 最大值为 $\frac{1}{4}$

D. $\frac{x+2y}{2xy}$ 最小值为 4

三、填空题

9. 若集合 $A = \{x | a + 1 \leq x \leq 2a - 1\}$ 是 $B = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$ 的子集, 则 a 的取值范围是 _____.

10. 函数 $f(x) = \frac{(x+1)^2 + 2^x - 2^{-x}}{x^2 + 1}$, 在区间 $[-2019, 2019]$ 上的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M + m =$ _____.

四、解答题

11. 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 侧面 PAD 为等边三

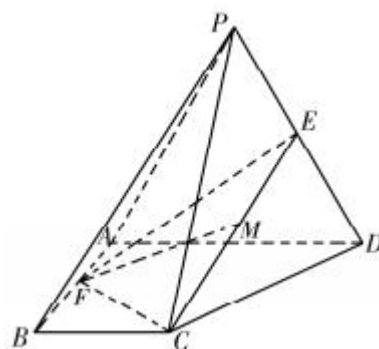
角形且垂直于底面 $ABCD$, $AD // BC$, $AB \perp$

AD . $AB = 2BC = 4$, 点 E 是棱 PD 上的动点(除端点

外), 点 F 、 M 分别为 AB 、 CE 的中点.

(1) 求证: $FM //$ 平面 PAD ;

(2) 若直线 EF 与平面 PAD 所成的最大角为 30° , 求平面 CEF 与平面 PAD 所成锐二面角的余弦值.



12. 某城市实施了机动车尾号限行，该市报社调查组为了解市区公众对“车辆限行”的态度，随机抽查了 50 人，将调查情况进行整理后制成下表：

年龄(岁)	[15,25)	[25,35)	[35,45)	[45,55)	[55,65)	[65,75]
频数	5	10	15	10	5	5
赞成人数	4	6	9	6	3	4

- (Ⅰ)请估计该市公众对“车辆限行”的赞成率和被调查者的年龄平均值；
- (Ⅱ)若从年龄在[15,25)，[25,35)的被调查者中各随机选取两人进行追踪调查，记被选 4 人中不赞成“车辆限行”的人数为 ξ ，求随机变量 ξ 的分布列及期望．
- (Ⅲ)若在这 50 名被调查者中随机发出 20 份的调查问卷，记 η 为所发到的 20 人中赞成“车辆限行”的人数，求使概率 $P(\eta = k)$ 取得最大值的整数 k ．

13. 已知定义域为 R 的函数 $f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{a}{2^x+1}$ 是奇函数.

(1)求 a 的值;

(2)判断函数 $f(x)$ 的单调性并证明;

(2)若关于 m 的不等式 $f(-2m^2 + m + 1) + f(m^2 - 2mt) \leq 0$ 在 $m \in (1,2)$ 有解, 求实数 t 的取值范围.