

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学期末复习 4

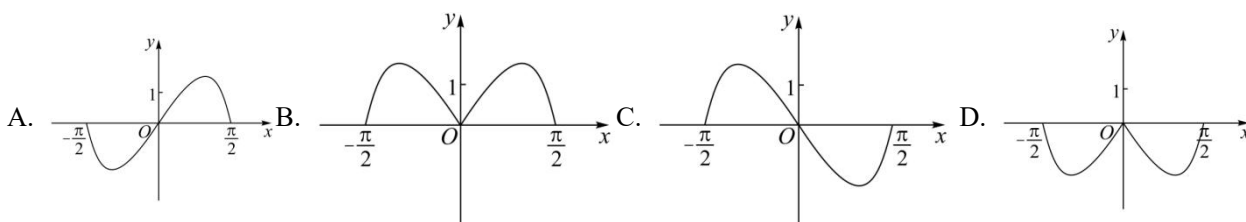
2022 年 6 月 21 日

一. 单选题

1. 已知集合 $A = \{x | x \geq 1, x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | 2^x < 8\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $[1, 3)$ B. $(1, 3)$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

2. 函数 $y = (3^x - 3^{-x}) \cos x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 的图象大致为 ()



3. 某地区安排 A, B, C, D, E, F 六名党员志愿者同志到三个基层社区开展防诈骗宣传活动, 每个地区至少安排一人, 至多安排三人, 且 A, B 两人安排在同一个社区, C, D 两人不安排在同一个社区, 则不同的分配方法总数为 ()

- A. 72 B. 84 C. 90 D. 96

4. 从 0, 1, 2, ..., 9 这十个数字中随机抽取 3 个不同的数字, 记 A 为事件: “恰好抽的是 2, 4, 6”, 记 B 为事件: “恰好抽取的是 6, 7, 8”, 记 C 为事件: “抽取的数字里含有 6”. 则下列说法正确的是 ()

- A. $P(AB) = P(A)P(B)$ B. $P(C) = \frac{1}{10}$ C. $P(C) = P(AB)$ D. $P(A|C) = P(B|C)$

5. $(1+x)^2(1-2x)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 a_3 的值为 ()

- A. 10 B. 20 C. 24 D. 32

6. 过平面内一点 P 作曲线 $y = |\ln x|$ 的两条互相垂直的切线 l_1, l_2 , 切点分别为 P_1, P_2 (P_1, P_2 不重合), 设直线 l_1, l_2 分别与 y 轴交于点 A, B , 则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围为 ()

- A. $\left(0, \frac{1}{2}\right]$ B. $(0, 1)$ C. $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$ D. $(0, 2]$

二. 多选题

7. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(1, 3^2)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $E(X) = 1$, $D(X) = 9$ B. 随机变量 Y 满足 $2X + Y = 4$, 则 $E(Y) = 4$

C. $P(X > 1) = \frac{1}{2}$

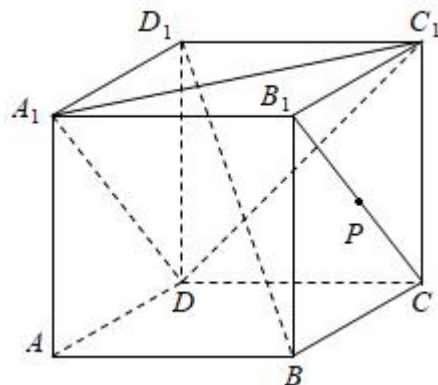
D. 若 $P(X > 2) = p$, 则 $P(0 < X \leq 1) = \frac{1}{2} - p$

8. 若 $\ln b + b = a \ln a + a^2$, 则下列式子可能成立的是 ()

- A. $a > b > 1$ B. $b > a > 1$ C. $1 > b > a$ D. $1 > a > b$

9. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在线段 B_1C 上运动, 则 ()

- A. 直线 $BD_1 \perp$ 平面 A_1C_1D
 B. 点 P 到平面 A_1C_1D 的距离为定值
 C. 异面直线 AP 与 A_1D 所成角的取值范围是 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$
 D. 直线 C_1P 与平面 A_1C_1D 所成角的正弦值的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$



三. 填空题

10 已知多项式 $(x+2)(x-1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 $a_2 =$ _____,

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ _____.

11. 从正方体的 8 个顶点中任选 4 个, 则这 4 个点在同一个平面的概率为_____.

12 已知某电脑卖家只卖甲、乙两个品牌的电脑, 其中甲品牌的电脑占 70%, 甲品牌的电脑中, 优质率为 80%; 乙品牌的电脑中, 优质率为 90%. 从该电脑卖家中随机购买一台电脑:

- (1) 则买到优质电脑的概率为_____,
 (2) 若已知买到的是优质电脑, 则买到的是甲品牌电脑的概率为 _____. (精确到 0.1%)

四. 解答题

13 已知 $(\sqrt[3]{x^2} + 3x^2)^n$ 展开式中各项的二项式系数和为 32.

- (1) 求展开式中的有理项;
 (2) 求展开式中系数最大的项.

14. 法国数学家庞加是个喜欢吃面包的人，他每天都会购买一个面包，面包师声称自己出售的每个面包的平均质量是 1000 g ，上下浮动不超过 50 g .这句话用数学语言来表达就是：每个面包的质量服从期望为 1000 g ，标准差为 50 g 的正态分布.

(1) 假设面包师的说法是真实的，从面包师出售的面包中任取两个，记取出的两个面包中质量大于 1000 g 的个数为 ζ ，求 ζ 的分布列和数学期望；

(2) 作为一个善于思考的数学家，庞加莱每天都会将买来的面包称重并记录，25 天后，得到数据如下表，经计算 25 个面包总质量为 24468 g .庞加莱购买的 25 个面包质量的统计数据（单位： g ）

981	972	966	992	1010	1008	954	952	969	978
989	1001	1006	957	952	969	981	984	952	959
987	1006	1000	977	966					

尽管上述数据都落在 $(950, 1050)$ 上，但庞加莱还是认为面包师撒谎，根据所附信息，从概率角度说明理由。附：

①若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，从 X 的取值中随机抽取 25 个数据，记这 25 个数据的平均值为 Y ，则由统计学知识

可知：随机变量 $Y \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{25}\right)$

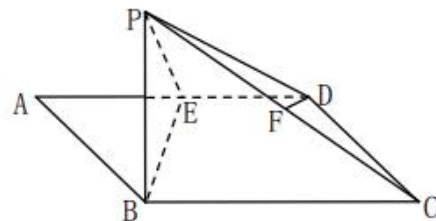
②若 $\eta \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $P(\mu - \sigma < \eta < \mu + \sigma) = 0.6826$ ， $P(\mu - 2\sigma < \eta < \mu + 2\sigma) = 0.9544$ ， $P(\mu - 3\sigma < \eta < \mu + 3\sigma) = 0.9974$ ；

③通常把发生概率在 0.05 以下的事件称为小概率事件.

15. 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 2AB = 2\sqrt{2}$, 点 E 是线段 AD 的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起到 $\triangle PBE$ 位置 (如图), 点 F 是线段 CP 的中点.

(1) 求证: $DF \parallel$ 平面 PBE ;

(2) 若二面角 $P-BE-C$ 的大小为 $\frac{\pi}{2}$, 求点 A 到平面 PCD 的距离.



16. 已知函数 $f(x) = -a \ln x - \frac{e^x}{x} + ax, a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a < 0$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a = 1$ 时, $F(x) = f(x) + (x + \frac{1}{x})e^x - bx$, 对任意 $x > 0$, 都有 $F(x) \geq 1$ 恒成立, 求实数 b 的取值范围。

