

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学期末复习 2

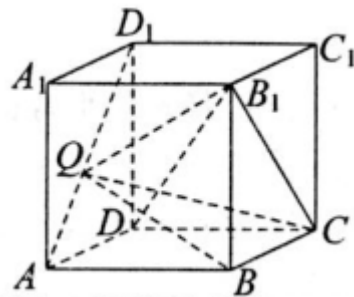
2022 年 6 月 17 日

一、单选题

- 已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 “ $\mu < 2$ ” 是 “ $P(X < 1) > P(X > 3)$ ” 的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) + f(x) = 0$, 且在 $x = 1$ 处的导数 $f'(1) = -2$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(-7, f(-7))$ 处的切线方程为 ()
 A. $2x + y + 14 = 0$
 B. $2x - y + 14 = 0$
 C. $x - 2y - 7 = 0$
 D. $x + 2y + 7 = 0$
- 已知某同学在高二期末考试中, A 和 B 两道选择题同时答对的概率为 $\frac{2}{3}$, 在 A 题答对的情况下, B 题也答对的概率为 $\frac{8}{9}$, 则 A 题答对的概率为 ()
 A. $\frac{1}{4}$
 B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{3}{4}$
 D. $\frac{7}{9}$
- 国际高峰论坛, 组委会要从 6 个国内媒体团和 3 个国外媒体团中选出 3 个媒体团进行提问, 要求这三个媒体团中既有国内媒体团又有国外媒体团, 且国内媒体团不能连续提问, 则不同的提问方式的种数为 ()
 A. 378
 B. 306
 C. 268
 D. 198
- 已知定义域为 $[-5, 5]$ 的函数 $f(x)$ 的图像是一条连续不断的曲线, 且满足 $f(-x) + f(x) = 0$. 若 $\forall x_1, x_2 \in (0, 5]$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 总有 $\frac{f(x_2)}{x_1} > \frac{f(x_1)}{x_2}$, 则满足 $(2m-1)f(2m-1) \leq (m+4)f(m+4)$ 的实数 m 的取值范围为 ()
 A. $[-1, 1]$
 B. $[-1, 5]$
 C. $[-2, 3]$
 D. $[-2, 1]$
- 已知函数 $f(x) = xe^x, g(x) = x \ln x$, 若 $f(x_1) = g(x_2) = t$, 其中 $t > 0$, 则 $\frac{\ln t}{x_1 x_2}$ 的最大值为 ()
 A. $\frac{1}{e^2}$
 B. $\frac{4}{e^2}$
 C. $\frac{1}{e}$
 D. $\frac{2}{e}$

二、多选题

- 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 Q 为线段 AD_1 上一动点, 则 ()
 A. 对任意的点 Q , 都有 $B_1D \perp CQ$
 B. 三棱锥 $B - B_1CQ$ 的体积为定值
 C. 当 Q 为 AD_1 中点时, 异面直线 B_1Q 与 BC 所成的角最小
 D. 当 Q 为 AD_1 中点时, 直线 B_1Q 与平面 BCC_1B_1 所成的角最大



8. 现有来自两个社区的核酸检验报告表，分装2袋，第一袋有5名男士和5名女士的报告表，第二袋有6名男士和4名女士的报告表。随机选一袋，然后从中随机抽取2份，则()

- A. 在选第一袋的条件下，两份报告表都是男士的概率为 $\frac{1}{3}$
- B. 两份报告表都是男士的概率为 $\frac{5}{18}$
- C. 在选第二袋的条件下，两份报告表恰好男士和女士各1份的概率为 $\frac{8}{15}$
- D. 两份报告表恰好男士和女士各1份的概率为 $\frac{8}{15}$

9. 某中学为了研究高三年级学生的身高和性别的相关性问题，从高三年级800名学生中随机抽取200名学生测量身高，测量数据的列联表如表：

单位：人

性别	身高		合计
	低于170cm	不低于170cm	
女	80	16	96
男	20	84	104
合计	100	100	200

下列说法正确的有()

附1: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d.$)

临界值表：

$P(\chi^2 \geq \chi_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
χ_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

附2: 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则随机变量 X 取值落在区间 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 上的概率约为68.3%.

- A. 从列联表可以判断该样本是由分层抽样而得
- B. 从列联表可以看出该中学高三学生身高最高的是男生
- C. 有99.9%的把握认为该中学高三学生的身高与性别有关联
- D. 若该样本中男生身高 h (单位：cm)服从正态分布 $N(175,25)$ ，则该样本中身高在区间 $(175,180]$ 内的男生超过30人

三、填空

- 10. 已知点 $A(2,1,0)$, $B(1,3,0)$, $C(-2,-1,1)$, $D(2,3,1)$ ，则向量 $\overrightarrow{AB}$ 在向量 $\overrightarrow{CD}$ 上的投影向量的模为_____.
- 11. 已知 $(x+m)(2x-1)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7 (m \in R)$, $a_2 = 48$ ，则 $m =$ _____.
- 12. 若过点 $A(a,0)$ 的任意一条直线都不与曲线 $C: y = (x-2)e^{x-1}$ 相切，则 a 的取值范围是_____.

四、解答题

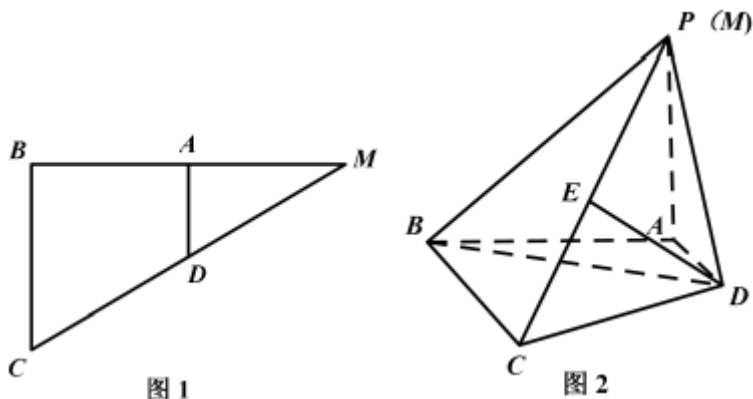
13. 已知 $f(x) = (1 + 2x)^n$ 展开式的二项式系数和为128, 且 $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1(x + 1) + a_2(x + 1)^2 + \cdots + a_n(x + 1)^n$.

(1)求 a_2 的值; (2)求 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ 的值; (3)求 $f(20) - 20$ 被6整除的余数.

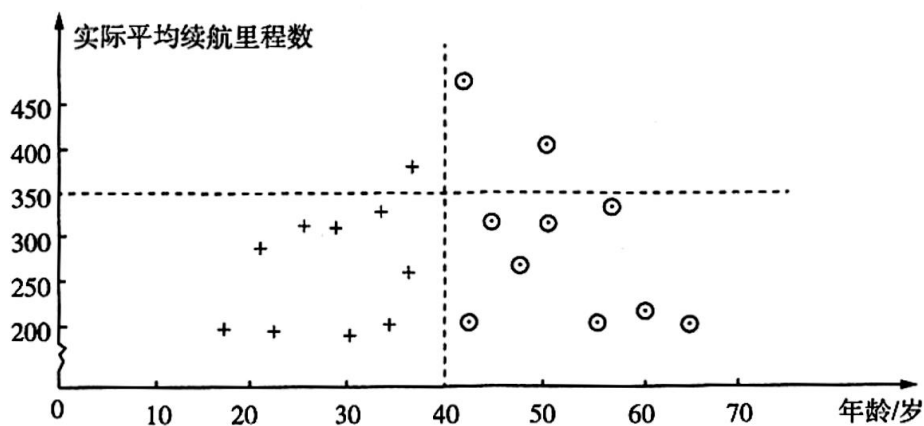
14. 如图1, 在 $\triangle MBC$ 中, $BM \perp BC$, A, D 分别为边 MB, MC 的中点, 且 $BC = AM = 2$, 将 $\triangle MAD$ 沿 AD 折起到 $\triangle PAD$ 的位置, 使 $PA \perp AB$, 如图2, 连结 PB, PC .

(1)若 E 为 PC 的中点, 求异面直线 DE 与 PB 所成的角大小;

(2)线段 PC 上一动点 G 满足 $\frac{PG}{PC} = \lambda (0 \leq \lambda \leq 1)$, 判断是否存在 λ , 使得二面角 $G - AD - P$ 的正弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$, 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



15. 某汽车生产厂家为了解某型号电动汽车的“实际平均续航里程数”，收集了使用该型号电动汽车1年以上的部分客户的相关数据，得到他们的电动汽车的“实际平均续航里程数”.从年龄在40岁以下的客户中抽取10位归为A组，从年龄在40岁及以上的客户中抽取10位归为B组，将他们的电动汽车的“实际平均续航里程数”整理成下图，其中“+”表示A组的客户，“⊙”表示B组的客户.



注：“实际平均续航里程数”是指电动汽车的行驶总里程与充电次数的比值.

- (1)记A, B两组客户的电动汽车的“实际平均续航里程数”的平均值分别为 m , n , 根据图中数据, 试比较 m , n 的大小(结论不要求证明);
- (2)从抽取的20位客户中随机抽取2位, 求其中至少有1位是A组的客户的概率;
- (3)如果客户的电动汽车的“实际平均续航里程数”不小于350, 那么称该客户为“驾驶达人”, 从A, B两组客户中, 各随机抽取1位, 记“驾驶达人”的人数为 ξ , 求随机变量 ξ 的分布列.

16. 已知函数 $f(x) = \frac{ax}{e^x}$ (e 为自然对数的底数).

- (1)若函数 $g(x) = x - f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 求实数 a 的取值范围;
- (2)证明: 对任意实数 a , 函数 $h(x) = f(x) - \ln x$ 有且只有一个零点.