

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科导学案

第一章 第 4 讲 不等关系与不等式

研制人：鲁媛媛

审核人：周国祥

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：2022.5.11

【本课在课程标准中的表述】

等式与不等式的性质：梳理等式的性质，理解不等式的概念，掌握不等式的性质。

【课前热身】

1. 若 $M=(x-3)^2$, $N=(x-2)(x-4)$, 则有()
A. $M>N$ B. $M\geq N$ C. $M<N$ D. $M\leq N$
2. $e^\pi \cdot \pi^e$ 与 $e^e \cdot \pi^\pi$ 的大小关系为_____.
3. 设 $a>b$, $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下列式子正确的是()
A. $ac>bc$ B. $\frac{a}{b}>1$ C. $a-c>b-c$ D. $a^2>b^2$
4. 若 $a>b>0$, $c<d<0$, 则一定有()
A. $\frac{a}{d}>\frac{b}{c}$ B. $\frac{a}{d}<\frac{b}{c}$ C. $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$ D. $\frac{a}{c}<\frac{b}{d}$
5. (多选) 下列命题为真命题的是()
A. 若 $a>b>0$, 则 $ac^2>bc^2$ B. 若 $a<b<0$, 则 $a^2>ab>b^2$
C. 若 $a>b>0$ 且 $c<0$, 则 $\frac{c}{a^2}>\frac{c}{b^2}$ D. 若 $a>b$ 且 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$, 则 $ab<0$
6. 若 $1<a<3$, $-4<\beta<2$, 则 $\frac{a}{2}-\beta$ 的取值范围是_____

【知识梳理】

【典例探究】

考点一 比较两个数(式)的大小

例 1 (1) 若 $a<0$, $b<0$, 则 $p=\frac{b^2}{a}+\frac{a^2}{b}$ 与 $q=a+b$ 的大小关系为()

- A. $p<q$ B. $p\leq q$ C. $p>q$ D. $p\geq q$

(2) 已知 $a>b>0$, 则 $p=a^ab^b$ 与 $q=a^bb^a$ 的大小关系为()

- A. $p>q$ B. $p\geq q$ C. $p<q$ D. $p\leq q$

(3) 若 $a = \frac{\ln 3}{3}$, $b = \frac{\ln 4}{4}$, $c = \frac{\ln 5}{5}$, 则()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

考点二 不等式的基本性质

例 2 (1) 下列命题中正确的是()

- A. 若 $a > b$, $c \in \mathbf{R}$, 则 $ac > bc$ B. 若 $a > b$, $c < d$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$
C. 若 $a > b$, $c > d$, 则 $a - c > b - d$ D. 若 $ab > 0$, $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(2) (多选) 设 $b > a > 0$, $c \in \mathbf{R}$, 则下列不等式中正确的是()

- A. $a^{\frac{1}{2}} < b^{\frac{1}{2}}$ B. $\frac{1}{a} - c > \frac{1}{b} - c$ C. $\frac{a+2}{b+2} > \frac{a}{b}$ D. $ac^2 < bc^2$

(3) (多选) 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则下列不等式中正确的是()

- A. $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{ab}$ B. $|a| + b > 0$ C. $a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$ D. $\ln a^2 > \ln b^2$

考点三 不等式性质的综合应用

例 3 (1) 已知 $-1 < x < 4$, $2 < y < 3$, 则 $x - y$ 的取值范围是_____, $3x + 2y$ 的取值范围是_____

变式 1: 将本例条件改为 “ $-1 < x < y < 3$ ”, 求 $x - y$ 的取值范围.

变式 2: 将本例条件改为 “已知 $-1 < x - y < 4$, $2 < x + y < 3$ ”, 求 $3x + 2y$ 的取值范围.

(2) 已知 $3 < a < 8$, $4 < b < 9$, 则 $\frac{a}{b}$ 的取值范围是_____.

【课堂小结】

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学学科作业

第一章 第 4 讲 不等关系与不等式

研制人：鲁媛媛 审核人：周国祥

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 完成日期：2022.5.11 (时长：60min)

一、单选题

1. 若 a, b 都是实数，则 “ $\sqrt{a}-\sqrt{b}>0$ ” 是 “ $a^2-b^2>0$ ” 的()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
2. 已知非零实数 a, b 满足 $a<b$ ，则下列命题成立的是()
- A. $a^2<b^2$ B. $ab^2<a^2b$
- C. $\frac{1}{ab^2}<\frac{1}{a^2b}$ D. $\frac{b}{a}<\frac{a}{b}$
3. 如果 $x+y<0$ ，且 $y>0$ ，那么下列不等式成立的是()
- A. $y^2>x^2>-xy$ B. $x^2>y^2>-xy$
- C. $x^2<-xy<y^2$ D. $x^2>-xy>y^2$
4. 已知 $a_1 \in (0,1)$ ， $a_2 \in (0,1)$ ，记 $M=a_1a_2$ ， $N=a_1+a_2-1$ ，则 M 与 N 的大小关系是()
- A. $M<N$ B. $M>N$
- C. $M=N$ D. 不确定
- ★5. 已知实数 a, b, c 满足 $b+c=6-4a+3a^2$ ， $c-b=4-4a+a^2$ ，则 a, b, c 的大小关系为()
- A. $a<b \leq c$ B. $b \leq c<a$
- C. $b<c<a$ D. $b<a<c$

二、多选题

6. (多选)已知 $c<b<a$ ，且 $ac<0$ ，那么下列不等式中，一定成立的是()
- A. $ab>ac$ B. $c(b-a)>0$
- C. $cb^2<ab^2$ D. $ac(a-c)<0$
7. (多选)有外表一样，重量不同的六个小球，它们的重量分别是 a, b, c, d, e, f ，已知 $a+b+c=d+e+f$ ， $a+b+e>c+d+f$ ， $a+b+f<c+d+e$ ， $a+e<b$ 。则下列判断正确的有()
- A. $b>c>f$ B. $b>e>f$ C. $c>e>f$ D. $b>e>c$
- ★8. (多选)若 $0<a<1$ ， $b>c>1$ ，则()
- A. $\left(\frac{b}{c}\right)^a>1$ B. $\frac{c-a}{b-a}>\frac{c}{b}$
- C. $c^{a-1}<b^{a-1}$ D. $\log_c a<\log_b a$

三、填空题

9. 已知 $M=x^2+y^2+z^2$ ， $N=2x+2y+2z-\pi$ ，则 M _____ N . (填 “>” “<” 或 “=”)
10. 已知非零实数 a, b 满足 $a>b$ ，则下列结论正确的是_____ (填序号).
- ① $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$; ② $a^3>b^3$; ③ $2^a>2^b$; ④ $\ln a^2>\ln b^2$.

11. 近来鸡蛋价格起伏较大, 每两周的价格均不相同, 假设第一周、第二周鸡蛋价格分别为 a 元/斤、 b 元/斤, 家庭主妇甲和乙买鸡蛋的方式不同: 家庭主妇甲每周买 3 斤鸡蛋, 家庭主妇乙每周买 10 元钱的鸡蛋, 试比较谁的购买方式更优惠(两次平均价格低视为更优惠)_____. (在横线上填甲或乙即可)

12. (2021 浙江宁海中学月考)已知等比数列 $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 满足 $a_1 \in (0,1)$, $a_2 \in (1,2)$, $a_3 \in (2,3)$, 则 a_4 的取值范围是_____.

四、解答题

13. 已知 $a+b>0$, 试比较 $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}$ 与 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的大小.

14. (1)若 $bc-ad \geq 0$, $bd>0$, 求证: $\frac{a+b}{b} \leq \frac{c+d}{d}$;

(2)已知 $c>a>b>0$, 求证: $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-b}$.