

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度高二数学第二学期周练试卷 3

测试范围：解析几何、数列、导数、空间向量、排列

命题人：陆烽琴 审题人：鲁媛媛 时间：2022 年 3 月 12 日

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40.0 分）

1. 已知直线 $l_1: ax + 2y = 0$ 与直线 $l_2: 2x + (2a + 2)y + 1 = 0$ 垂直，则实数 a 的值为()

- A. -2 B. $-\frac{2}{3}$ C. 1 D. 1或-2

2. 两圆 $x^2 + y^2 - 36 = 0$ 和 $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 1$ 的位置关系是()

- A. 内切 B. 外离 C. 外切 D. 相交

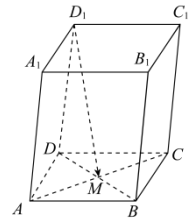
3. 6 名同学排成一排，其中甲、乙两人必须在一起的不同排法共有()

- A. 720 B. 360 C. 240 D. 120

4. 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， AC 与 BD 的交点为 M ，设 $\overrightarrow{A_1B_1} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{A_1D_1} = \vec{b}$ ，

$\overrightarrow{A_1A} = \vec{c}$ ，则 $\overrightarrow{D_1M} = ()$

- A. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$
C. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ D. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$



5. 若双曲线经过点 $(-\sqrt{3}, 6)$ ，且它的一条渐近线方程是 $y = 3x$ ，则双曲线的方程是()

- A. $\frac{y^2}{9} - x^2 = 1$ B. $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1$ C. $\frac{y^2}{27} - \frac{x^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{3} = 1$

6. 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $a_1 = -2$ ， $a_{n+1} = S_n$ ，那么 $a_6 = ()$

- A. -64 B. -32 C. -16 D. -8

7. 设 $a \in R$ ，若函数 $y = e^{ax} + 3x$ ， $x \in R$ 有大于零的极值点，则()

- A. $a > -3$ B. $a < -3$ C. $a > -\frac{1}{3}$ D. $a < -\frac{1}{3}$

8. 设函数 $f(x) = ax^2 + ax - \ln(x + 1)$ ，若 $f(x_0) < 0$ 的整数 x_0 有且仅有两个，则 a 的取值范围是()

- A. $(\frac{\ln 3}{6}, \frac{\ln 2}{2})$ B. $(\frac{\ln 2}{6}, \frac{\ln 3}{6})$ C. $[\frac{\ln 3}{6}, \frac{\ln 2}{2})$ D. $[\frac{\ln 2}{6}, \frac{\ln 3}{6})$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

9. 已知空间向量 $\vec{a} = (1, 2, -1)$ ， $\vec{b} = (3, -2, -1)$ ，则()

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{6}$ B. $\vec{a} // \vec{b}$ C. $\vec{a} \perp \vec{b}$ D. $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = 10$

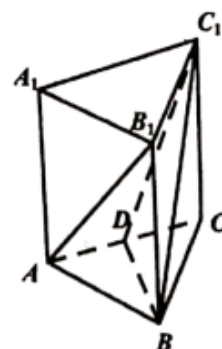
10. 已知三个数 1, a , 9 成等比数列，则圆锥曲线 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的离心率为()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

11. 设数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, 且对任意的 $n \in N^*$, 都有 $a_{n+1} = 2a_n + 1$, S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则()

- A. $\{a_n\}$ 为等比数列 B. $a_n = 2^n - 1$ C. $\{\frac{1}{a_{n+1}}\}$ 为等比数列 D. $S_n = 2^n - n$

12. 如图, 正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BC_1 \perp AB_1$ 、点 D 为 AC 中点, 点 E 为四边形 BCC_1B_1 内(包含边界)的动点则以下结论正确的是()



- A. $\overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{A_1A} - \overrightarrow{B_1A} + \overrightarrow{BC})$
- B. 若 $DE \parallel$ 平面 ABB_1A_1 , 则动点 E 的轨迹的长度等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}AC$
- C. 异面直线 AD 与 BC_1 , 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- D. 若点 E 到平面 ACC_1A_1 的距离等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}EB$, 则动点 E 的轨迹为抛物线的一部分

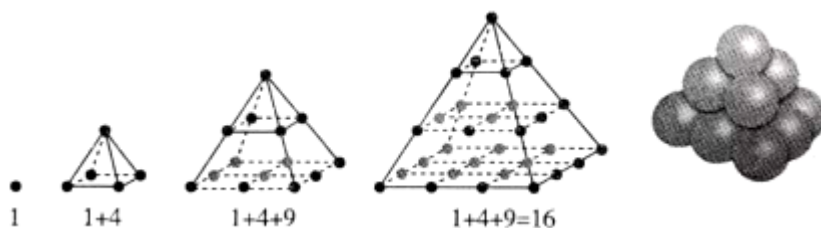
三、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分)

13. 已知 $A_n^m = 11 \times 10 \times 9 \times \dots \times 6 \times 5$, 则 $m + n =$ _____.

14. 抛物线 $y = ax^2$ 的准线方程是 $y = 1$, 则 a 的值为_____.

15. 点 $A(1,2,1), B(3,3,2), C(\lambda + 1, 4, 3)$, 若 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角, 则 λ 的取值范围为_____.

16. 传说古希腊毕达哥拉斯学派的数学家用沙粒和小石子来研究数. 用一点(或一个小石子)代表1, 两点(或两个小石子)代表2, 三点(或三个小石子)代表3, ...他们研究了各种平面数(包括三角形数、正方形数、长方形数、五边形数、六边形数等等)和立体数(包括立方数、棱锥数等等).如前四个四棱锥数为



第 n 个四棱锥数为 $1 + 4 + 9 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. 中国古代也有类似的研究, 如图的

形状出现在南宋数学家杨辉所著的《详解九章算法·商功》中, 后人称为“三角垛”. “三角垛”的最上层有1个球, 第二层有3个球, 第三层有6个球, ...若一个“三角垛”共有20层, 则第6层有_____个球, 这个“三角垛”共有_____个球.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70.0 分）

17. 有 3 名男生与 4 名女生，在下列不同条件下，分别求排法种数(要求用数字作答).

- (1) 全体排成一排，女生必须站在一起；
- (2) 全体排成一排，男生互不相邻；
- (3) 全体排成一行，其中甲，乙，丙三人从左至右的顺序不变.

18. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $a_1 = 4$ ， $S_n = a_{n+1} + 2n - 4$ ， $n \in N^*$.

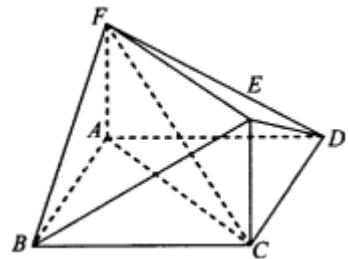
- (1) 证明数列 $\{a_n - 2\}$ 为等比数列；
- (2) 设 $b_n = \frac{a_n - 2}{(2^n + 1)(2^{n+1} + 1)}$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，求满足 $T_n > \frac{13}{40}$ 的正整数 n 的最小值.

19. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 - 2x + 10y - 24 = 0$ 和圆 $C_2: x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ 相交于 A, B 两点. (1) 求直线 AB 的方程，并求出 $|AB|$ ；

- (2) 在直线 AB 上取点 P ，过 P 作圆 C_1 的切线 $PQ(Q$ 为切点)，使得 $|PQ| = \sqrt{15}$ ，求点 P 的坐标.

20. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 1$ ， $BC = 2$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，四边形 $ACEF$ 为正方形，且平面 $ABCD \perp$ 平面 $ACEF$.

- (1) 证明： $AB \perp CF$ ；
- (2) 求点 C 到平面 BEF 的距离；
- (3) 求二面角 $B-EF-D$ 的大小.



21. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点为 F_1, F_2 , 离心率为 $\sqrt{5}$.

(1) 求双曲线 C 的渐近线方程;

(2) 过 F_1 作斜率为 k 的直线 l 分别交双曲线的两条渐近线于 A, B 两点, 若 $|AF_2| = |BF_2|$, 求 k 的值.

22. 设函数 $f(x) = -3\ln x + x^3 + ax^2 - 2ax, a \in R$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程;

(2) 若 x_1, x_2 为函数 $f(x)$ 的两个不等于1的极值点, 设 $P(x_1, f(x_1)), Q(x_2, f(x_2))$, 记直线 PQ 的斜率为 k , 求证: $k + 2 < x_1 + x_2$.