

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度高二数学第二学期周练试卷 2

测试范围：解析几何、数列、导数、空间向量

命题人：李生波 审题人：鲁媛媛 时间：2022 年 3 月 5 日

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40 分）

1. 设平面 α 的一个法向量为 $\vec{n}_1 = (1, 2, -2)$ ，平面 β 的一个法向量为 $\vec{n}_2 = (-2, -4, k)$ ，若 $\alpha // \beta$ ，则 $k = (\quad)$
A. 2 B. -4 C. -2 D. 4
2. 函数 $f(x) = x \ln x$ 的单调递减区间是(\quad)
A. $(\frac{1}{e}, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{e})$ C. $(e, +\infty)$ D. $(0, \frac{1}{e})$
3. 已知圆 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$ ，直线 $l: (2m+1)x + (m+1)y - 7m - 4 = 0$ ，则直线 l 被圆 C 截得的弦长的最小值为(\quad)
A. $2\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$
4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{m} = 1$ 的一条渐近线方程为 $x - 4y = 0$ ，其虚轴长是(\quad)
A. 16 B. 8 C. 2 D. 1
5. 若函数 $y = -\sqrt{4 - (x-1)^2}$ 的图象与直线 $x - 2y + m = 0$ 有公共点，则实数 m 的取值范围为(\quad)
A. $[-2\sqrt{5} - 1, -2\sqrt{5} + 1]$ B. $[-2\sqrt{5} - 1, 1]$
C. $[-2\sqrt{5} + 1, -1]$ D. $[-3, 1]$
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 2n^2 - 3n + 2$ ，则 $a_1 + a_{11} + a_{21}$ 的值为(\quad)
A. 120 B. 119 C. 118 D. 117
7. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ，前 n 项和为 S_n ，且点 $P(a_n, a_{n+1})$ 在直线 $y = x + 1$ 上，则 $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_n} = (\quad)$
A. $\frac{2n}{n+1}$ B. $\frac{2}{n(n+1)}$ C. $\frac{n(n+1)}{2}$ D. $\frac{n}{2(n+1)}$
8. 若定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ，且满足 $f'(x) > f(x) + 9e^x$ ， $f(3) = 27e^3$ ，则不等式 $\frac{f(x)}{9} > xe^x$ 的解集是(\quad)
A. $(3, +\infty)$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(-3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3)$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20 分）

9. 过点A(1,2)的直线在两坐标轴上的截距之和为零，则该直线方程可能为()

- A. $2y - x = 3$ B. $y + x = 3$ C. $y = 2x$ D. $y - x = 1$

10. 下列命题中正确的是()

- A. 双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 与直线 $x + y - 2 = 0$ 有且只有一个公共点
B. 平面内满足 $||PA| - |PB|| = 2a(a > 0)$ 的动点P的轨迹为双曲线
C. 若方程 $\frac{x^2}{4-t} + \frac{y^2}{t-1} = 1$ 表示焦点在y轴上的双曲线，则 $t > 4$
D. 过给定圆上一定点A作圆的动弦AB，则弦AB的中点P的轨迹为椭圆

11. 数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n ，若 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = 2S_n(n \in N^*)$ ，则有()

- A. $S_n = 3^{n-1}$ B. $\{S_n\}$ 为等比数列
C. $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ D. $a_n = \begin{cases} 1, n = 1, \\ 2 \cdot 3^{n-2}, n \geq 2 \end{cases}$

12. 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2 - 2ax + \frac{1}{2}$ ，下列结论错误的是()

- A. 当 $-1 < a < 1$ 时，函数 $f(x)$ 有极值
B. 当 $a = 1$ 时， $x = 1$ 是 $f(x)$ 的极小值点
C. 当 $a > 1$ 时， $f(x)$ 的极小值小于 0
D. $\exists a \in R$ ， $f(x)$ 无零点

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

13. 若直线 $l: y = kx$ 是曲线 $y = 2\ln x$ 的切线，则实数 $k =$ _____

14. 已知空间直线 l 的方向向量是 $\vec{m} = (1, a + 2b, a - 1)(a, b \in R)$ ，平面 α 的法向量 $\vec{n} = (2, 3, 3)$.

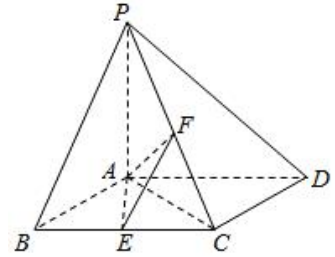
若 $l \perp \alpha$ ，则 $a + b =$ _____

15. 曲线 $y = \frac{n}{2}x + \ln x(n \in N^*)$ 在 $x = \frac{2}{n}$ 处的切线斜率为 a_n ，则数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前n项的和为_____

16. 设P为方程 $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 12$ 表示的曲线上的点，M、N分别为圆 $(x+4)^2 + y^2 = 4$ 和圆 $(x-4)^2 + y^2 = 1$ 上的点，则 $|PM| + |PN|$ 的最小值为_____

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. 如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， E 、 F 分别是 BC 、 PC 的中点。



(1) 求证： $AE \perp PD$ ；

(2) 若 $PA = 4$ ，求二面角 $E-AF-C$ 的余弦值。

18. 已知圆 M 过两点 $C(1, -1)$ ， $D(-1, 1)$ ，且圆心 M 在 $x + y - 2 = 0$ 上。

(1) 求圆 M 的方程；

(2) 设 P 是直线 $3x + 4y + 8 = 0$ 上的动点， PA ， PB 是圆 M 的两条切线， A ， B 为切点，求四边形 $PAMB$ 面积的最小值。

19. 在各项均不相等的等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ，且 a_1, a_2, a_5 成等比数列，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^{n+1} - 2$

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $c_n = 2^{a_n} + \log_2 b_n$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n

20. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 上顶点为 $A(0,1)$.

(1)求 E 的方程;

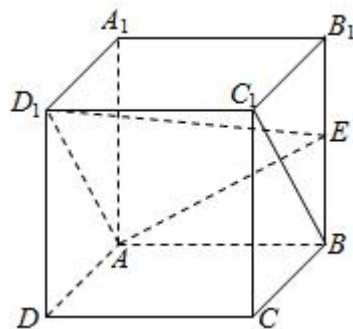
(2)过点 $P(0, \sqrt{3})$ 斜率为 k 的直线 l 与椭圆 E 交于不同的两 M 、 N , 且 $MN = \frac{8\sqrt{2}}{7}$, 求 k 的值.

21. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 BB_1 的中点.

(1)求证: $BC_1 //$ 平面 AD_1E ;

(2)求直线 AA_1 与平面 AD_1E 所成角的正弦值;

(3)若正方体的棱长为2, 求点 C 到平面 AD_1E 的距离.



22. 已知函数 $f(x) = a \ln x - x^2 + (2a - 1)x$, 其中 $a \in R$.

(1)当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2)求函数 $f(x)$ 的极值;

(3)若函数 $f(x)$ 有两个不同的零点, 求 a 的取值范围.