

# 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

## 第 6 章 空间向量与立体几何

### § 6.1 空间向量及其运算

#### 6.1.1 空间向量的线性运算

研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时  
长：60min)

1. (多选)下列命题中，真命题是( )

- A. 同平面向量一样，任意两个空间向量都不能比较大小
- B. 两个相同的向量，若起点相同，则终点也相同
- C. 只有零向量的模等于 0
- D. 共线的单位向量都相等

2. (多选)已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ，则下列各式运算结果是  $\vec{AC}_1$  的为( )

- A.  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}_1$
- B.  $\vec{AA}_1 + \vec{A_1B_1} + \vec{A_1D_1}$
- C.  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC}_1$
- D.  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{CC}_1$

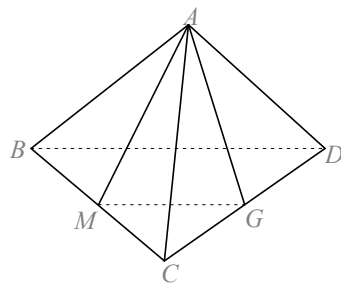
3. 在三棱锥  $A-BCD$  中，若  $\triangle BCD$  是正三角形， $E$  为其中心，则  $\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} - \frac{3}{2}\vec{DE} - \vec{AD}$  化简的结果为\_\_\_\_\_.

4. 在平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，若  $\vec{AC}_1 = x\vec{AB} + 2y\vec{BC} + 3z\vec{C_1C}$ ，则  $x+y+z =$ \_\_\_\_\_.

5. 已知空间四边形  $ABCD$ ，连结  $AC, BD$ ，设  $M, G$  分别是  $BC, CD$  的中点，化简下列各表达式，并标出化简结果向量：

(1)  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$ ；      (2)  $\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{BD} + \vec{BC})$ ；

(3)  $\vec{AG} - \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ .



6. 已知  $M, N$  分别是空间四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$  和  $BD$  的中点，求证：

$$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$$

7. 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $BC_1$  与  $B_1C$  交于点  $O$ , 试用向量  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AA_1}$  表示向量  $\overrightarrow{AO}$ 。

8. 已知四棱锥  $P - ABCD$  的底面是平行四边形,  $E$  为棱  $PC$  上的点, 且  $CE = 2EP$ , 试用  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AP}$  表示向量  $\overrightarrow{CE}$ 。

9. 在空间四边形  $ABCD$  中, 已知  $G$  是  $\triangle BCD$  的重心,  $E, F, H$  分别为边  $CD, AD$  和  $BC$  的中点, 化简下列各式: (1)  $\overrightarrow{AG} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ ; (2)  $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$ ; (3)  $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

★10. 在平行六面体  $ABCD - A'B'C'D'$  中,  $M$  是棱  $AA'$  的中点, 点  $G$  在对角线  $A'C$  上, 且  $CG : GA' = 2 : 1$ 。设  $\overrightarrow{CD} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$ , 试用向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  表示向量  $\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{CA'}$ ,  $\overrightarrow{CM}$ ,  $\overrightarrow{CG}$ 。

## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.1.2 空间向量的数量积

研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时长：60min)

1. 判断对错：(1)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} \Rightarrow \vec{b} = \vec{c}$  ( )

(2)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$  或  $\vec{b} = \vec{0}$  ( )

(3)  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$  ( )

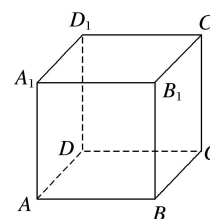
2. (多选) 如图所示，在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，下列各组向量的夹角为  $45^\circ$  的是( )

A.  $\vec{AB}$  与  $\vec{A_1C_1}$

B.  $\vec{AB}$  与  $\vec{C_1A_1}$

C.  $\vec{BC}$  与  $\vec{C_1B}$

D.  $\vec{BC}$  与  $\vec{AD_1}$



3. 已知空间四边形  $OABC$  中， $OB=OC$ ， $\angle AOB = \angle AOC = \frac{\pi}{3}$ ，则  $\cos \langle \vec{OA}, \vec{BC} \rangle$  的值为

( )

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C.  $-\frac{1}{2}$

D. 0

4. 平行六面体(底面为平行四边形的四棱柱)  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的所有棱长都为 1，且  $\angle A_1AD = \angle A_1AB = 60^\circ$ ， $\angle DAB = 45^\circ$ ，则  $BD_1$  等于( )

A.  $\sqrt{3}-1$

B.  $\sqrt{2}-1$

C.  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

5. (多选) 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，下列命题是真命题的是( )

A.  $(\vec{AA_1} + \vec{AD} + \vec{AB})^2 = 3\vec{AB}^2$

B.  $\vec{A_1C} \cdot (\vec{A_1B_1} - \vec{A_1A}) = 0$

C.  $\vec{AD}_1$ 与 $\vec{A_1B}$ 的夹角为  $60^\circ$

D. 正方体的体积为 $|\vec{AB} \cdot \vec{AA_1} \cdot \vec{AD}|$

6. 已知向量  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角为  $60^\circ$ ,  $|\mathbf{a}|=2$ ,  $|\mathbf{b}|=6$ , 则  $2\mathbf{a}-\mathbf{b}$  在  $\mathbf{a}$  方向上的投影向量为\_\_\_\_\_.

7. 已知 $|\mathbf{a}|=3\sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{b}|=4$ ,  $\mathbf{m}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{n}=\mathbf{a}+\lambda\mathbf{b}$ ,  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = 135^\circ$ ,  $\mathbf{m} \perp \mathbf{n}$ , 则 $\lambda=$ \_\_\_\_\_.

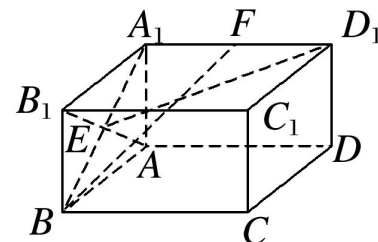
8. 已知 $|\vec{\mathbf{a}}+\vec{\mathbf{b}}|=2$ ,  $|\vec{\mathbf{a}}-\vec{\mathbf{b}}|=3$ , 且 $\cos\langle \vec{\mathbf{a}}+\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}-\vec{\mathbf{b}} \rangle = \frac{1}{4}$ , 求:  $|\vec{\mathbf{a}}|$ ,  $|\vec{\mathbf{b}}|$

9. 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 已知 E, F 分别是  $BB_1$ ,  $D_1B_1$  的中点, 求证:

- (1)  $EF \parallel BD_1$       (2)  $BD_1 \perp A_1D$ .

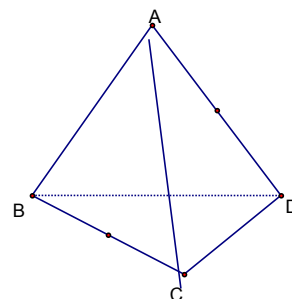
10. 已知在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=AA_1=2$ ,  $AD=4$ , E 为侧面  $AB_1$  的中心, F 为  $A_1D_1$  的中点, 试计算:

- (1)  $\vec{BC} \cdot \vec{ED_1}$ ;      (2)  $\vec{BF} \cdot \vec{AB_1}$ .



★11. 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1, 若动点 P 在线段  $BD_1$  上运动, 则  $\vec{DC} \cdot \vec{AP}$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

★12. 在空间四边形 ABCD 中,  $AB \perp CD$ ,  $AC \perp BD$ , 求证:  $AD \perp BC$



## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.1.3 共面向量定理

研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时长：60min)

1. 已知 A, B, C 三点不共线, 对于平面 ABC 外的任意一点 O, 分别根据下列条件, 判断点 M 是否与点 A, B, C 共面:

(1)  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$  ;    (2)  $\overrightarrow{OM} = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$

2. 已知  $\vec{u}, \vec{v}$  是两个不共线的向量,  $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$ 。求证:  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  共面。

3. 已知非零向量  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  不共线, 如果  $\vec{AB} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{AC} = 2\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2, \vec{AD} = 3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ , 求证: A、B、C、D 共面。

4. 已知平行四边形 ABCD, 从平面 AC 外一点 O 引向量  $\vec{OE} = k\vec{OA}, \vec{OF} = k\vec{OB}, \vec{OG} = k\vec{OC}, \vec{OH} = k\vec{OD}$ 。

求证: (1) 四点 E、F、G、H 共面; (2) 平面 AC//平面 EG。

5. 已知四棱锥  $P-ABCD$  的底面是平行四边形, M 是 PC 的中点。求证: PA//平面 BMD。

6. 课本 16 页第 10 题

★7. 课本 16 页第 12 题

## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.2.1 空间向量基本定理

研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时长：60min)

1. 在下列命题中：①若  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  共线，则  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  所在的直线平行；②若  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  所在的直线是异面直线，则  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  一定不共面；③若  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  三向量两两共面，则  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  三向量一定也共面；④已知三向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ ，则空间任意一个向量  $\vec{p}$  总可以唯一表示为  $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ 。其中正确命题的个数为 ( )

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

2. 已知 P 是  $\triangle ABC$  所在平面外一点，M 是 PC 中点，且  $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AP}$ ，求  $x, y, z$  的值。

3. 在三棱柱  $ABC - A'B'C'$  中, 已知  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ , 点 M, N 分别是  $BC'$ ,  $B'C'$  的中点, 试用基底  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  表示向量  $\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{AN}$ 。

4. 在空间四边形 ABCD 中, AC 和 BD 为对角线, G 为  $\triangle ABC$  的重心, E 是 BD 上一点,  $BE = 3ED$ , 试用基底  $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\}$  表示向量  $\overrightarrow{GE}$ 。

★5. 在平行六面体  $ABCD - A'B'C'D'$  中, 已知  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ , 点 P, M, N 分别是  $CA'$ ,  $CD'$ ,  $C'D'$  的中点, 点 Q 在  $CA'$  上, 且  $CQ : QA' = 4 : 1$ , 试用基底  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  表示下列向量:



(1)  $\overrightarrow{AP}$ , (2)  $\overrightarrow{AM}$ , (3)  $\overrightarrow{AN}$ , (4)  $\overrightarrow{AQ}$ 。

## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.2.2 空间向量的坐标表示 (1)

研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时  
长：60min)

1. 已知  $A(3, 8, -5)$ ,  $B(-2, 0, 8)$ , 求向量  $\overrightarrow{AB}$

2. 已知  $\vec{a} = (-3, 2, 5)$ ,  $\vec{b} = (1, 5, -1)$ , 求：(1)  $\vec{a} + \vec{b}$ ; (2)  $\vec{a} - \vec{b}$ ; (3)  $6\vec{a}$

3. 若  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$  为一个单位正交基底, 试写出下列向量的坐标:

(1)  $\vec{a} = -2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$       (2)  $\vec{b} = -5\vec{k}$       (3)  $\vec{c} = -5\vec{i} + 2\vec{k}$

4. 已知  $A(3, 5, -7)$ ,  $B(-2, 4, 3)$ ,  $M$  是线段  $AB$  的中点, 求  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$  以及点  $M$  的坐标。

5. 已知  $\triangle ABC$  中,  $A(2, -5, 3)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (4, 1, 2)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (3, -2, 5)$ , 求其余顶点和向量  $\overrightarrow{AC}$

6. 已知  $A(4, 1, 3)$ ,  $B(2, -5, 1)$ ,  $C$  为线段  $AB$  上一点, 且满足  $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ , 则点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_

7. 判断下列各题中的两个向量是否平行:

(1)  $\vec{a} = (2, -1, -2), \vec{b} = (6, -3, -6)$ ; (2)  $\vec{a} = (0, 0, 1), \vec{b} = (0, 0, -3)$ ;

★8. 已知  $A(2, -5, -1), B(-1, -4, -2), C(\lambda + 3, -3, \mu)$  在同一直线上, 则  $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\mu = \underline{\hspace{2cm}}$

## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.2.2 空间向量的坐标表示 (2)

研制人: 周国祥      审核人: 鲁媛媛

班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 完成日期: \_\_\_\_\_ (时  
长: 60min)

1. 求下列各题中两个向量夹角的大小:

(1)  $\vec{a} = (2, -3, \sqrt{3}), \vec{b} = (1, 0, 0)$ ;

(2)  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\sqrt{6}\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{k}$ , 其中  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$  是单位正交基底。

2. 已知向量  $\vec{a} = (2, -1, 3)$ ,  $\vec{b} = (-4, 2, x)$ , 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 求  $x$ ; 若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  求  $x$ 。

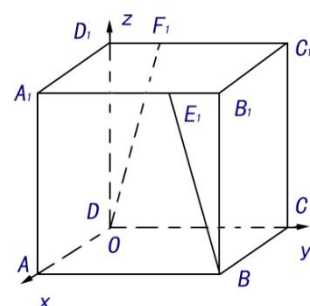
3. 若  $\vec{a} = (x, -1, 0)$ ,  $\vec{b} = (3, x^2, 9)$  的夹角为钝角, 求实数  $x$  的取值范围。

4. 已知  $\vec{a} = (-4, 3, 0)$ , 求与  $\vec{a}$  垂直的单位向量为  $\vec{b}_0$ 。

5. 已知  $A(m, 1+m, 2+m)$ ,  $B(1-m, 3-2m, 3m)$  是空间两个动点, 求  $|\overline{AB}|$  的最小值。

6. 已知  $\overline{OA} = (1, 2, 3)$ ,  $\overline{OB} = (2, 1, 2)$ ,  $\overline{OC} = (1, 1, 2)$ , 点  $M$  在直线  $OC$  上运动, 当  $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$  取最小值时, 求点  $M$  的坐标。

★7. 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 2,  $M, N$  分别为  $AA_1, BB_1$  的中点。求  $CM$  与  $D_1N$  所成角的余弦值。



## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.3.1 直线的方向向量与平面的法向量

研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时长：60min)

1. 已知直线  $l_1$  的方向向量为  $\vec{a} = (2, 4, x)$ , 直线  $l_2$  的方向向量为  $\vec{b} = (2, y, 4)$ ,

若  $l_1 \parallel l_2$ , 则  $x + y =$  \_\_\_\_\_; 若  $l_1 \perp l_2$ , 则  $x + y =$  \_\_\_\_\_;

2. 已知  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(0, 0, 1)$ , 平面  $ABC$  的一个法向量  $\vec{n} = (2, y, z)$ , 则  $y =$  \_\_\_\_\_,  $z =$  \_\_\_\_\_。

3. 平面  $\alpha$  的法向量  $\vec{n} = (1, 2, -2)$ , 平面  $\beta$  的法向量  $\vec{n}_2 = (-2, -4, k)$ , 若  $\alpha \parallel \beta$ , 则

$k =$  \_\_\_\_\_.

4. 已知  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,1,0)$ ,  $C(0,0,1)$ , 以下向量中是平面  $ABC$  的单位法向量的  
是\_\_\_\_\_.

①  $(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ ;

②  $(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ ;

③  $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ ;

④  $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ 。

5. 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 求证:  $\vec{A_1D}$  是平面  $ABC_1D_1$  的法向量。

6. 已知  $A(1,1,1)$ ,  $B(1,0,0)$ ,  $C(0,1,-1)$ . (1) 写出直线  $BC$  的一个方向向量;

(2) 设平面  $\alpha$  经过点  $A$ , 且  $\vec{BC}$  是  $\alpha$  的法向量,  $M(x,y,z)$  是平面  $\alpha$  内任意一点, 试求出  $x,y,z$  满足的关系式.

7. 已知点  $P$  是平行四边形  $ABCD$  所在平面外一点, 如果  $\vec{AB} = (2,-1,-4)$ ,  $\vec{AD} = (4,2,0)$ ,

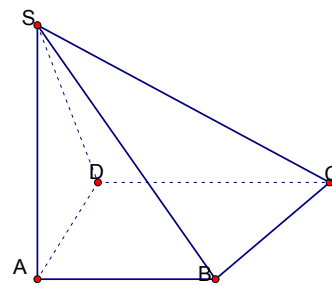
$\vec{AP} = (-1,2,-1)$ .

- (1) 求证:  $\vec{AP}$  是平面  $ABCD$  的法向量; (2) 求平行四边形  $ABCD$  的面积.

★8. 如图,  $ABCD$  是直角梯形,  $AB \parallel DC$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ ,  $SA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AB = \frac{1}{2}$ ,

$SA = AD = DC = 1$ .

- (1) 求平面  $SCB$  的一个法向量;
- (2) 求平面  $SDA$  的一个法向量;
- (3) 求平面  $SBD$  的一个法向量.



## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.3.2 空间线面关系的判定 (1)

研制人: 周国祥      审核人: 鲁媛媛

班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 完成日期: \_\_\_\_\_ (时长: 60min)

1. 已知直线  $l_1$ 、 $l_2$  的方向向量分别为  $\vec{a} = (1, 3, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 2, -4)$ , 直线  $l_1$  与  $l_2$  是否垂直。

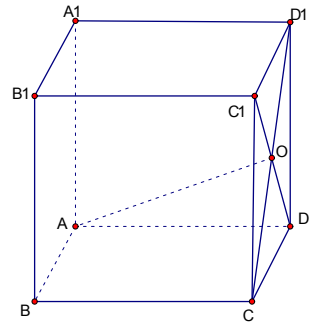
2. 若直线  $l$  的方向向量为  $\vec{a} = (2, 3, 5)$ ，平面  $\alpha$  的法向量为  $\vec{n} = (1, 0, 2)$ ，则直线  $l$  与平面  $\alpha$  的位置关系是\_\_\_\_\_.

3. 若直线  $l \parallel \alpha$ ，且  $l$  的方向向量为  $(2, m, 1)$ ，平面  $\alpha$  的法向量为  $(1, \frac{1}{2}, 2)$ ，则  $m =$ \_\_\_\_\_.

4. 若直线  $l \perp \alpha$ ，且  $l$  的一个方向向量为  $(1, 3, z)$ ，向量  $\vec{a} = (3, -2, 1)$  与平面  $\alpha$  平行，则  $z =$ \_\_\_\_\_.

5. 如图，在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $CD_1$  和  $DC_1$  相交于点  $O$ ，

求证：(1)  $A_1B \perp AC_1$ ； (2)  $AO \perp A_1B$ .

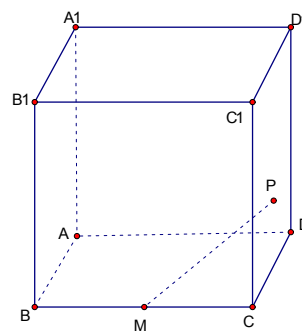


6. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $G$ 、 $E$ 、 $F$  分别是  $DD_1$ 、 $BB_1$ 、 $D_1B_1$  的中点。

求证：(1)  $EF \perp$  平面  $B_1AC$ ； (2)  $EF \parallel$  平面  $GAC$ .



★7. 已知M为长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱BC的中点，点P在长方体的面  $CC_1D_1D$  内，且  $PM \parallel$  平面  $BB_1D_1D$ ，试探讨点P的确切位置。



# 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

## 6.3.2 空间线面关系的判定 (2)

研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时长：60min)

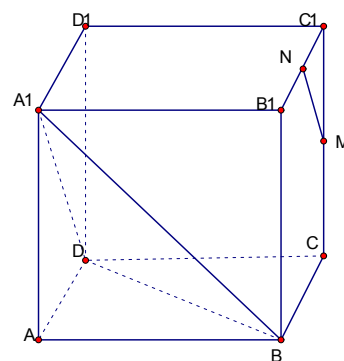
1. 若直线  $l$  的一个方向向量为  $(1,1,1)$ ，向量  $(1,-1,0)$  及  $(0,1,-1)$  都与平面  $\alpha$  平行，则  $l$  与平面  $\alpha$  的关系为\_\_\_\_\_.

2. 如图所示，在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，M、N 是棱  $CC_1$ 、 $B_1C_1$  的中点，E、F 分别是  $BB_1$ 、 $DD_1$  的中点。

(1) 求证：  $MN \parallel$  平面  $A_1BD$  ；

(2) 求证：  $FC_1 \parallel$  平面  $ADE$  ；

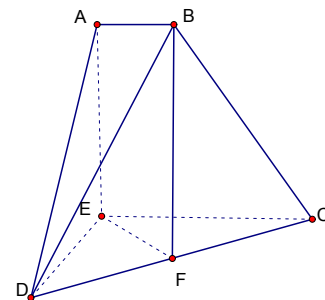
(3) 求证：平面  $ADE \parallel$  平面  $B_1C_1F$  .



3. 如图，在五面体  $ABCDE$  中， $EA$ 、 $EC$ 、 $ED$  两两垂直， $AB \parallel CE$ ，且  $AE = EC = ED = 2$ ， $AB = 1$ ， $F$  为  $CD$  的中点。

(1) 求证： $BF \parallel$  平面  $ADE$ ；

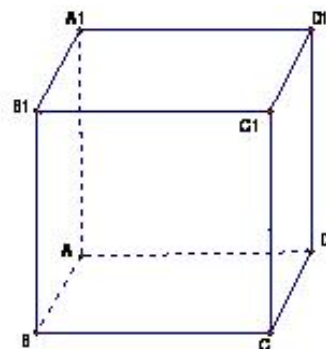
(2)  $EF$  与平面  $BCD$  能否垂直？请证明你的结论。



★4. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $E$  是棱  $CC_1$  的动点。

(1) 求证： $A_1E \perp BD$ ；

(2) 若平面  $A_1BD \perp$  平面  $EBD$ ，试确定  $E$  点的位置。



# 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

## 6.3.3 空间角的计算 (1)

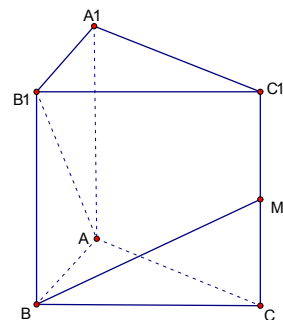
研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时长：60min)

1. 已知直线  $l_1$  的一个方向向量为  $\vec{a} = (1, -2, 1)$ ，直线  $l_2$  的一个方向向量为  $\vec{b} = (2, -2, 0)$ ，则两直线所成角的余弦值为\_\_\_\_\_.

2. 若平面  $\alpha$  的一个法向量  $\vec{n} = (2, 1, 1)$ ，直线  $l$  的一个方向向量为  $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ，则  $l$  与  $\alpha$  所成角的正弦值为\_\_\_\_\_.

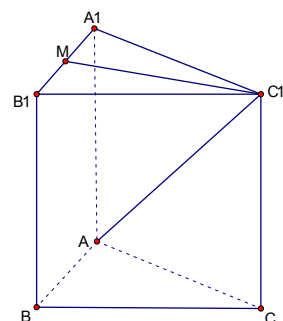
3. 已知正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的各棱长都相等，M 是侧棱  $CC_1$  的中点，则异面直线  $AB_1$  和  $BM$  所成的角的大小为\_\_\_\_\_.



4. 如图，正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的底面边长为  $a$ ，侧棱长为  $\sqrt{2}a$ ，M 是  $A_1B_1$  的中点。

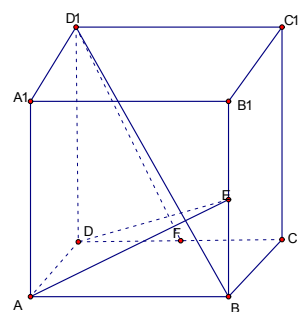
(1) 求  $AC_1$  与  $BM$  所成角的余弦值；

(2) 求  $AC_1$  与平面  $ABB_1A_1$  所成的角。



★5. 如图，在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，E、F 分别是  $BB_1$ 、 $CD$  的中点.

- (1) 求证:  $D_1F \perp$  平面  $ADE$ ;
- (2) 求  $EF$  与  $BD_1$  所成角的余弦值;
- (3) 求  $FB_1$  与平面  $AD_1F$  所成角的余弦值.



## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.3.3 空间角的计算 (2)

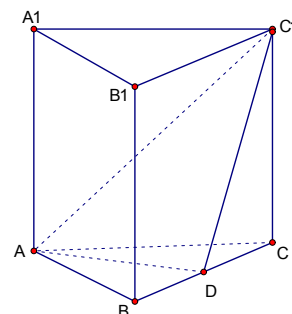
研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时长：60min)

1. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $M$  是棱  $AB$  的中点, 则对角线  $DB_1$  与  $CM$  所成的角的余弦值为\_\_\_\_\_。

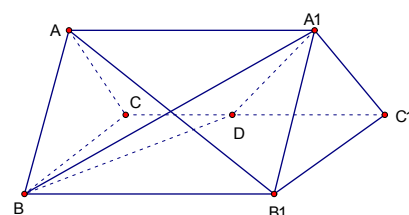
2. 如图, 已知正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的各棱长均相等,  $D$  是侧棱  $BC$  上的一点,  $AD \perp C_1D$ .

- (1) 求证: 平面  $ADC_1 \perp$  平面  $BCC_1B_1$ ;
- (2) 二面角  $C - AC_1 - D$  的余弦值大小.



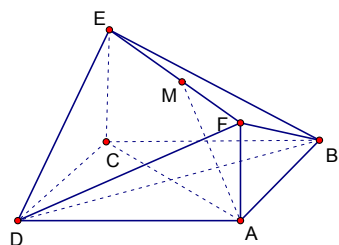
3. 如图, 已知正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的各棱长均为 2,  $D$  为  $CC_1$  中点.

- (1) 求证:  $AB_1 \perp$  平面  $A_1BD$ ;
- (2) 求平面  $AA_1D$  与平面  $A_1DB$  所成角的余弦值.



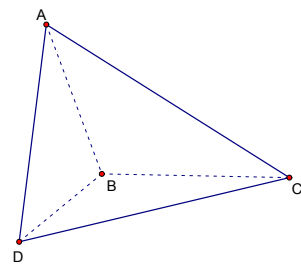
4. 如图, 已知正方形  $ABCD$  和矩形  $ACEF$  所在的平面互相垂直,  $AB = \sqrt{2}$ ,  $AF = 1$ ,  $M$  是线段  $EF$  的中点.

- (1) 求证:  $AM \parallel$  平面  $BDE$ ;
- (2) 求二面角  $A-DF-B$  的大小;
- (3) 试在线段  $AC$  上确定一点  $P$ , 使  $PF$  与  $BC$  所成的角是  $60^\circ$ .



★ 5. 如图, 已知  $\triangle ABC$  和  $\triangle DBC$  所在的平面互相垂直,  $AB = BC = BD$ ,  $\angle CBA = \angle DBC = 120^\circ$ .

- 求: (1)  $AD$  与  $BC$  所成的角;
- (2)  $AD$  与平面  $BCD$  所成的角;
- (3) 二面角  $A-BD-C$  的余弦值大小.



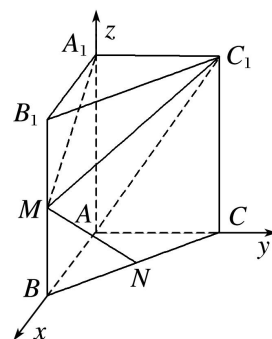
## 江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第二学期高二数学学科作业

### 6.3.4 空间距离的计算

研制人：周国祥      审核人：鲁媛媛

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 完成日期：\_\_\_\_\_ (时长：60min)

1. 已知  $A(0,0,2)$ ,  $B(1,0,2)$ ,  $C(0,2,0)$ , 则点  $A$  到直线  $BC$  的距离为( )  
A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       B. 1      C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$
2. 若三棱锥  $P-ABC$  的三条侧棱两两垂直, 且满足  $PA=PB=PC=1$ , 则点  $P$  到平面  $ABC$  的距离是( )  
A.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
3. 已知棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ , 则平面  $AB_1C$  与平面  $A_1C_1D$  之间的距离为( )  
A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $M, N$  分别是线段  $BB_1, B_1C_1$  的中点, 则直线  $MN$  到平面  $ACD_1$  的距离为\_\_\_\_\_.
5. 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB=AC=AA_1=2$ ,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $M$  为  $BB_1$  的中点,  $N$  为  $BC$  的中点.  
(1)求点  $M$  到直线  $AC_1$  的距离;  
(2)求点  $N$  到平面  $MA_1C_1$  的距离.

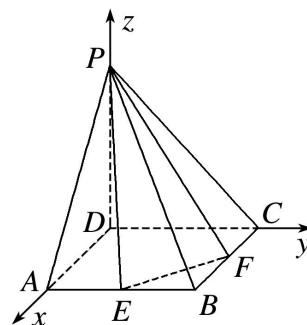




6. 已知正方形  $ABCD$  的边长为 1,  $PD \perp$  平面  $ABCD$ , 且  $PD=1$ ,  $E, F$  分别为  $AB, BC$  的中点.

(1) 求点  $D$  到平面  $PEF$  的距离;

(2) 求直线  $AC$  到平面  $PEF$  的距离.



★7. 如图所示, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 底面是等腰直角三角形,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $CA=2$ , 侧棱  $AA_1=2$ ,  $D$  是  $CC_1$  的中点, 则在线段  $A_1B$  上是否存在一点  $E$  (异于  $A_1, B$  两点), 使得点  $A_1$  到平面  $AED$  的距离为  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ .

