江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期高二数学

期末模拟试卷（3）

测试范围：直线、圆、圆锥曲线、数列、导数　　　命题人：童旗军　　审题人：鲁媛媛

一、单选题（本大题共 **8** 小题，共 **40.0** 分）

1. 直线$x+\sqrt{3}y-1=0$的倾斜角为(　　)

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

2. 若等差数列$\{ a_n \}$的前7项和$S_7=49$，且$a_3+a_4=12$，则$a_8=$(　　)

A. 12　　B. 13　　C. 14　　D. 15

3. 函数$f(x)=2x-lnx$的单调递减区间为(　　)

A. $(-\infty,\frac{1}{2})$　　B. $(\frac{1}{2},+\infty)$　　C. $(0,\frac{1}{2})$　　D. $(0,+\infty)$

4. 若椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{m+9}=1$的离心率是$\frac{1}{2}$，则$m$的值等于(　　)

A. $-\frac{9}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $-\frac{9}{4}$或3　　D. $\frac{1}{4}$或3

5. 若函数$f(x)$在R上可导，且$f(x)=x^2+3f'(4)x+a$，则(　　)

A. $f(0)<f(7)$　　B. $f(0)=f(7)$　　C. $f(0)>f(7)$　　D. $f(0)\geq f(7)$

6. 已知直线l: $x+ay-1=0(a\in R)$是圆C: $x^2+y^2-4x-2y+1=0$的对称轴.过点$A(-4,a)$作圆C的一条切线，切点为B，则$|AB|=$(　　)

A. 2　　B. $4\sqrt{2}$　　C. 6　　D. $2\sqrt{10}$

7. 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为$F$，右顶点为$A$，点$B$在椭圆上，且$BF\perp x$轴，直线$AB$交$y$轴于点$P$，若$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$，则椭圆的离心率为(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

8. 若过点$P(-1,m)$可以作三条直线与曲线C: $y=xe^x$相切，则m的取值范围是(　　)

A. $(-\frac{3}{e^2},+\infty)$　　B. $(-\frac{1}{e},0)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $(-\frac{3}{e^2},-\frac{1}{e})$

二、多选题（本大题共 **4** 小题，共 **20.0** 分）

9. 下列求导数的运算中错误的是(　　)

A. $(3^x)'=3^x\ln 3$　　B. $(x^2\ln x)'=2x\ln x+x$

C. $(\frac{\cos x}{x})'=\frac{x\sin x-\cos x}{x^2}$　　D. $(\sin x\cdot\cos x)'=\sin 2x$

10. 公差为d的等差数列$\{a_n\}$，其前n项和为S_n，$S_{11}>0$，$S_{12}<0$，下列说法正确的有(　　)

A. $d<0$　　B. $a_7>0$　　C. $\{S_n\}$中S_5最大　　D. $|a_4|<|a_9|$

11. 下面四个命题中是真命题的有(　　)

A. 点$P(0,2)$到动直线$l: x\cos\theta+(y-2)\sin\theta=1(0\le\theta\le 2\pi)$的距离为定值

B. 圆$x^2+y^2=16$上有且仅有3个点到直线$l: x-y+2\sqrt{2}=0$的距离等于2

C. 已知圆$O; x^2+y^2=9$，P为直线$x+y-6=0$上一动点，过点P向圆O引一条切线PA，其中A为切点，则$|PA|$的最小值为4

D. 若圆$C_1: x^2+y^2+2x=0$与圆$C_2: x^2+y^2-6x-6y+m=0$恰有三条公切线，则$m=3$

12. 定义在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上的函数$f(x)$，$f'(x)$是$f(x)$的导函数，且$f'(x)<-\tan x\cdot f(x)$恒成立，则(　　)

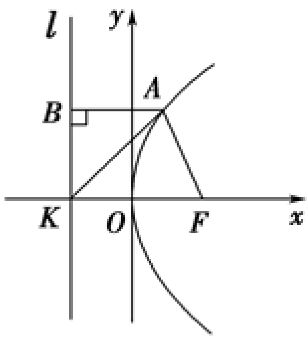
A. $f\left(\frac{\pi}{6}\right)>\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{4}\right)$　　B. $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{6}\right)>f\left(\frac{\pi}{3}\right)$

C. $f\left(\frac{\pi}{6}\right)>\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$　　D. $\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{6}\right)>\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

三、填空题（本大题共 **4** 小题，共 **20.0** 分）

13. 在等比数列$\{a_n\}$中，$4a_1$，$2a_4$，a_7成等差数列，则$\frac{a_3+a_5}{a_6+a_8}=$__________.

14. 如图所示，已知抛物线C：$y^2=8x$的焦点为F，准线l与x轴的交点为K，点A在抛物线C上，且在x轴的上方，过点A作$AB\perp l$于B，$|AK|=\sqrt{2}|AF|$，则$\triangle AFK$的面积为______.



15. 设椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点为$F_1$，$F_2$，过$F_2$作$x$轴的垂线与$C$相交于$A$，$B$两点，$F_1B$与$y$轴相交于点$D$，若$AD\perp F_1B$，则椭圆$C$的离心率等于___________.

16. 已知函数$f(x)=x\ln x+2x(x-a)^2(a\in R)$.若存在$x\in[1,3]$，使得$f(x)\le xf'(x)$成立，则实数$a$的取值范围是___________.

四、解答题（本大题共 **6** 小题，共 **70.0** 分）

17. 求经过直线l_1：$2x-y+4=0$与直线l_2：$x-y+5=0$的交点M，且满足下列条件的直线方程.

(1)与直线$x-2y-1=0$平行；

(2)与直线$x+3y+1=0$垂直.

18．在平面直角坐标系xOy中，直线l_1：$y=2x-4$，l_2：$y=x-1$，设圆C的半径为1，圆心在l_1上.

(Ⅰ)若圆心C也在直线l_2上，

①求圆C的方程；②过点$A(2,0)$作圆C的切线，求切线的方程；

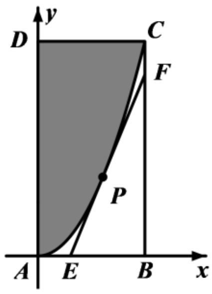
(Ⅱ)若圆在直线l_2截得的弦长为$\sqrt{2}$，求圆C的方程.

19．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，其前n项和为S_n，等比数列$\{b_n\}$的各项均为正数，$b_1=1$，公比为q，且$b_2+S_2=12$，$q=\frac{S_2}{b_2}$.

(1)求a_n与b_n；

(2)证明：$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots\cdots+\frac{1}{S_n}<\frac{2}{3}$.

20．如图，有一个长方形地块$ABCD$，边AB的长为2 km，该地块的一角为湿地(图中阴影部分)，其边缘线AC是抛物线$y=x^2$的一部分．现要铺设一条过边缘线AC上一点P的直线型隔离带EF，点E,F分别在边AB,BC上(隔离带不能穿越湿地，且占地面积忽略不计).设点P到边AD的距离为t km，$\triangle BEF$的面积为S(单位：km²).



(1)求S关于t的函数解析式，并指出该函数的定义域；

(2)求$\triangle BEF$面积S的最大值.

21．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为2，以椭圆短轴为直径的圆经过点$M(1,\sqrt{2})$，椭圆的右顶点为$A$.

(1)求椭圆C的方程;

(2)过点$D(2,-2)$的直线与椭圆C相交于两个不同的交点P，Q，记直线AP，AQ的斜率分别为k_1,k_2，问k_1+k_2是否为定值?并证明你的结论.

22．已知函数$f(x)=x(1+\ln x)$.

(1)求函数$f(x)$的图象在$x=1$处的切线方程;

(2)求函数$f(x)$的极值;

(3)若$k\in Z$，且$k(x-1)<f(x)$对任意$x>1$恒成立，求k的最大值.

答案和解析

1.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查了直线的倾斜角与斜率的关系，属于基础题.

利用直线的倾斜角与斜率的关系即可得出.

【解答】

解：设直线$x+\sqrt{3}y-1=0$的倾斜角为α.

直线$x+\sqrt{3}y-1=0$化为$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

$\because \alpha\in[0^{\circ},180^{\circ})$，

$\therefore \alpha=150^{\circ}$.

故选：D.

2.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查了等差数列的通项公式与求和公式及其性质，考查了推理能力与计算能力，考查学生方程思想，属于基础题.

设等差数列的公差为d，利用等差数列求和公式以及已知建立方程，求出$a_4=7$，$a_3=5$，利用通项公式即可得到a_8的值.

【解答】

解：设等差数列的公差为d，

因为等差数列$\{a_n\}$，所以$a_1+a_7=2a_4$，

因为$S_7=49$，且$a_3+a_4=12$，所以$\frac{a_1+a_7}{2}\times 7=49$，

所以$a_4=7$，$a_3=5$；

所以$d=a_4-a_3=2$，所以$a_8=a_4+4d=7+8=15$；

故选 D.

3.【答案】C

【解析】

【分析】

本题考查运用导数研究函数的单调性，注意考虑函数定义域.

求出$f'(x)$，在定义域内解不等式$f'(x)<0$即得单调减区间.

【解答】

解：$f(x))=2x-lnx$的定义域为$(0,+\infty)$.

$f'(x)=2-\frac{1}{x}=\frac{2x-1}{x}$,

令$f'(x)<0$，解得$0<x<\frac{1}{2}$,

所以函数$f(x)=2x-lnx$的单调减区间是$(0,\frac{1}{2})$.

故选 C.

4.【答案】C

【解析】

【分析】

本题主要考查了椭圆的简单性质.注意讨论椭圆焦点在y轴和在x轴两种情况，属于基础题.

先看当焦点在y轴和x轴时，根据方程分别求得a和c，进而根据离心率求得m.

【解答】

解：当$m+9>9$，即$m>0$时，焦点在y轴上

$$c=\sqrt{m+9-9}=\sqrt{m}$$

$e=\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m+9}}=\frac{1}{2}$求得$m=3$

当$m+9<9$时，且要满足椭圆方程，需$0<m+9$，

即故 $-9<m<0$时，焦点在x轴上，

$$c=\sqrt{9-9-m}=\sqrt{-m}$$

$e=\frac{\sqrt{-m}}{3}=\frac{1}{2}$，求得$m=-\frac{9}{4}$.

故选 C.

5.【答案】C

【解析】

【分析】

本题考查了基本初等函数的求导公式，考查了计算能力，属于基础题.

求导函数得出$f'(x)=2x+3f'(4)$，对x赋值，计算出$f'(4)=-4$，可得$f(x)=x^2-12x+a$，根据二次函数的图象即可求解.

【解答】

解：$\because f(x)=x^2+3f'(4)x+a$，$\therefore f'(x)=2x+3f'(4)$，

令$x=4$，得$f'(4)=2\times4+3f'(4)$，$\therefore f'(4)=-4$，

$\therefore f(x)=x^2-12x+a$，

$\because f(x)$图象的对称轴为$x=6$，开口向上，$\therefore f(0)>f(7)$.

故选 C.

6.【答案】C

【解析】

【分析】

本题主要考查圆的切线长的求法，解题时要注意圆的标准方程，直线和圆相切的性质的合理运用，属于基础题.

求出圆的标准方程可得圆心和半径，由直线l：$x+ay-1=0$经过圆C的圆心$(2,1)$，求得a的值，可得点A的坐标，再利用直线和圆相切的性质求得$|AB|$的值.

【解答】

解：由于直线$x+ay-1=0$是圆C：$x^2+y^2-4x-2y+1=0$的对称轴，

圆C：$x^2+y^2-4x-2y+1=0$的标准方程为$(x-2)^2+(y-1)^2=4$，

$\therefore$圆心$C(2,1)$在直线$x+ay-1=0$上，

即$2+a-1=0$，

$\therefore a=-1$，得$A(-4,-1)$，

即$|AC|^2=36+4=40$.

又$r=2$，

$\therefore |AB|^2 = 40 - 4 = 36$，

$\therefore |AB| = 6$.

故选 C.

7.【答案】在此处键入公式。

【解析】

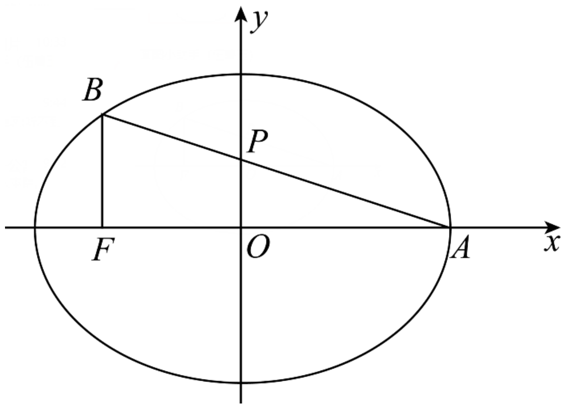
【分析】

本题考查椭圆的几何性质，涉及向量的线性关系，属基础题.

根据向量关系得出$|\overrightarrow{AP}| = 2|\overrightarrow{PB}|$，根据平行线截线段成比例定理得出$\frac{|AO|}{|AF|}$的值，得到$a$，$c$的关系，求得离心率.

【解答】

解：如图所示：



$\because \overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PB}$，

$\therefore |\overrightarrow{AP}| = 2|\overrightarrow{PB}|$，$\therefore \frac{|PA|}{|AB|} = \frac{2}{3}$,

又$\because PO//BF$，

$\therefore \frac{|AO|}{|AF|} = \frac{|PA|}{|AB|} = \frac{2}{3}$,

即$\frac{a}{a+c} = \frac{2}{3}$,

$\therefore e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$.

故选 C.

8.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查导数的的应用研究函数的单调性和极值，导数的几何意义，函数零点与方程根关系，属于中档题.

设切点为(x_0,y_0)，写出过点P的切线方程，则$m=(-x_0{}^2-x_0-1)e^{x_0}$有三个不等根，令$f(x)=(-x^2{}_0-x_0-1)e^{x_0}$，求导得极值即可得$m$的取值范围.

【解答】

解：由$y=xe^x$，则$y'=(x+1)e^x$，

设切点为(x_0,y_0)，过点P的切线方程为$y=(x_0+1)e^{x_0}(x-x_0)+x_0e^{x_0}$，

代入点P坐标化简为$m=(-x_0{}^2-x_0-1)e^{x_0}$，

即这个方程有三个不等根即可，

令$f(x)=(-x^2{}_0-x_0-1)e^{x_0}$，求导得到$f'(x)=(-x-1)(x+2)e^x$，

函数在$(-\infty,-2)$上单调递减，在$(-2,-1)$上单调递增，在$(-1,+\infty)$上单调递减，

故得到$f(-2)<m<f(-1)$，即$(\frac{-3}{e^2},-\frac{1}{e})$.

故选D.

9.【答案】CD

【解析】

【分析】

本题考查导数的运算，属于基础题.

根据导数的运算性质进行求解即可.

【解答】

解：$(3^x)'=3^x\ln 3$，故A正确；

$(x^2\ln x)'=2x\ln x+x$，故B正确；

因为$\left(\frac{\cos x}{x}\right)'=\frac{-x\sin x-\cos x}{x^2}$，故$C$错误.

又$(\sin x\cos x)'=\cos^2x-\sin^2x=\cos 2x$，故$D$错误.

故选CD.

10.【答案】AD

【解析】

【分析】

本题主要考查了等差数列的性质、求和公式，属于中档题.

根据等差数列的性质及求和公式及条件判断$a_6>0$，$a_6+a_7<0$，$d<0$，从而知数列是以首项为正数的递减等差数列，可判断ABC的正误，再结合等差数列的性质可判断D正确.

【解答】

解：根据等差数列的性质及求和公式得到$\begin{cases} S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6>0 \\ S_{12}=\frac{12(a_1+a_{12})}{2}=6(a_6+a_7)<0 \end{cases}$，

$\therefore a_6>0$，$a_7<0$，$\therefore d<0$，$|a_6|<|a_7|$，

∴该数列的前6项和最大，故 A 正确，B 错误，C 错误，

$\because a_4>a_6>0$，$a_9<a_7<0$，$a_4+a_9=a_6+a_7<0$，

即，$a_4<-a_9$，$\therefore |a_4|<|a_9|$，D 正确，

故选 AD.

11.【答案】AB

【解析】

【分析】

本题考查点到直线的距离，直线与圆的位置关系，圆与圆的位置关系，属于综合题.

求出点到直线的距离即可判断A；由题意可知到直线l距离为2有两条直线，一条与圆相切，一条与圆相交，因此圆上有三个点到直线$l: x-y+2\sqrt{2}=0$的距离等于2，B 正确；由切线的性质，结合圆中最值的求法可判断C；两圆有3条切线，则两圆外切，由此可求出m的值.

【解答】

解：设点$P(0,2)$到直线$l: x\cos\theta+(y-2)\sin\theta=1(0\leq\theta\leq 2\pi)$的距离为$d$，则$d=\frac{1}{\sqrt{\cos^2\theta+\sin^2\theta}}=1$，显然 A 正确.

因为圆心到直线$l: x-y+2\sqrt{2}=0$的距离等于2，而圆的半径为4，所以到直线距离为2的两条直线，一条与圆相切，一条与圆相交，因此圆上有三个点到直线$l: x-y+2\sqrt{2}=0$的距离等于2，故 B 正确.

圆O.$x^2+y^2=9$的圆心为$O(0,0)$，半径$r=3$，

圆心$O(0,0)$到直线$x+y-6=0$的距离$d=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}>r$，所以直线与圆相离.

由切线的性质知，$\triangle PAO$为直角三角形，$|PA|=\sqrt{|PO|^2-r^2}\geq\sqrt{18-9}=3$，

当且仅当PO与直线$x+y-6=0$垂直时，等号成立，所以$|PA|$的最小值为3，C 错误.

两圆有三条公切线，则两圆外切，圆$C_1: x^2+y^2+2x=0$的标准方程为$(x+1)^2+y^2=1$，圆$C_2: x^2+y^2-6x-6y+m=0$的标准方程为$(x-3)^2+(y-3)^2=18-m$，所以$|C_1C_2|=\sqrt{4^2+3^2}=5$，由$\sqrt{18-m}+1=5$，解得$m=2$，所以 D 错误.

12.【答案】CD

【解析】

【分析】

本题考查了导数的运算法则，考查了利用函数导函数的符号判断函数的单调性，考查了函数构造法，属中档题.

构造函数$g(x)=\frac{f(x)}{\cos x}$，可得$g(x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$上单调递减，则$g(\frac{\pi}{6})>g(\frac{\pi}{4})$，$g(\frac{\pi}{6})>g(\frac{\pi}{3})$，整理后即可得到答案.

【解答】

解：因为$x\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以$sinx>0$，$cosx>0$，

由$f'(x)<-f(x)tanx$，得$f'(x)cosx<-f(x)sinx$，

即$f(x)sinx+f'(x)cosx<0$，

令$g(x)=\frac{f(x)}{\cos x}$，$x\in(0,\frac{\pi}{2})$，

则$g'(x)=\frac{f'(x)\cos x+f(x)\sin x}{\cos^2 x}<0$，

所以函数$g(x)=\frac{f(x)}{\cos x}$在$x\in(0,\frac{\pi}{2})$上单调递减，

则$g(\frac{\pi}{6})>g(\frac{\pi}{4})$，$g(\frac{\pi}{6})>g(\frac{\pi}{3})$，

即 $f(\frac{\pi}{6})>\sqrt{3}f(\frac{\pi}{3})$，$\sqrt{2}f(\frac{\pi}{6})>\sqrt{3}f(\frac{\pi}{4})$，

故选 *CD*.

13.【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】

本题考查等差数列的中项性质和等比数列的通项公式，考查方程思想和运算能力，属于基础题.

等比数列$\{a_n\}$的公比设为q，运用等差数列的中项性质和等比数列的通项公式，解方程可得公比，再由等比数列的通项公式，化简计算可得所求值.

【解答】

解：等比数列$\{a_n\}$的公比设为q，

由$4a_1$，$2a_4$，a_7成等差数列，可得$4a_4=4a_1+a_7$，

即$4a_1q^3=4a_1+a_1q^6$，

即为$q^6-4q^3+4=0$，解得$q^3=2$，

则$\frac{a_3+a_5}{a_6+a_8}=\frac{a_1q^2+a_1q^4}{a_1q^5+a_1q^7}=\frac{1}{q^3}=\frac{1}{2}$,

故答案为：$\frac{1}{2}$.

14.【答案】8

【解析】

【分析】

本题考查抛物线的定义，抛物线中的面积问题，属于中档题.

根据抛物线的方程可知焦点坐标和准线方程，进而可求得K的坐标，设$A(x_0,y_0)$，则$B(-2,y_0)$，根据$|AK|=\sqrt{2}|AF|$及$|AF|=|AB|=x_0+2$，进而可求得A点坐标，进而求得$\triangle AFK$的面积.

【解答】

解：$\because$抛物线C：$y^2=8x$的焦点为$F(2,0)$，准线为$x=-2$，

$\therefore K(-2,0)$，

设$A(x_0,y_0)$，

$\because AB\perp l$于B，$\therefore B(-2,y_0)$，

$\because |AK|=\sqrt{2}|AF|$，

$\therefore$由抛物线定义可得，$|AF|=|AB|=x_0-(-2)=x_0+2$，

$\therefore$由$BK^2=AK^2-AB^2$，得$y_0^2=(x_0+2)^2$，

即$8x_0=(x_0+2)^2$，解得$x_0=2$，

又A在x轴上方，

$\therefore A(2,4)$，

$\therefore\triangle AFK$的面积为$\frac{1}{2}|KF|\cdot y_0=\frac{1}{2}\times4\times4=8$.

故答案为8.

15.【答案】$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】

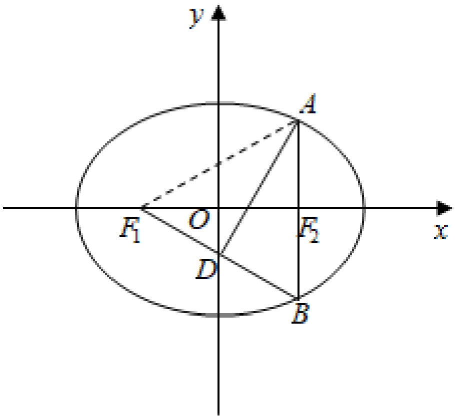
【分析】

本题主要考查椭圆离心率的求解，椭圆性质及几何意义的运用，属于中档题.

根据条件可得出$|AF_1|=|AB|=2|AF_2|$，再根据$\triangle AF_1F_2$为直角三角形，设$|AF_2|=n$，则$|AF_1|=2n$，$|F_1F_2|=\sqrt{3}n$，即可解得离心率.

【解答】

解：如图，连接AF_1，



$\because OD//AB$，O为F_1F_2的中点，

$\therefore D$为BF_1的中点，

又$AD\perp BF_1$，

$\therefore |AF_1|=|AB|$，

$\therefore |AF_1|=2|AF_2|$，

设$|AF_2|=n$，则$|AF_1|=2n$，$|F_1F_2|=\sqrt{3}n$，

$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{2c}{2a}=\frac{|F_1F_2|}{|AF_1|+|AF_2|}=\frac{\sqrt{3}n}{3n}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故答案为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

16.【答案】$(-\infty,\frac{37}{12}]$

【解析】

【分析】

本题主要考查了利用导数研究函数的单调性、最值，以及导致恒成立问题，解题的关键是根据已知不等式构造出函数$g(x)=\frac{f(x)}{x}$.

设$g(x)=\frac{f(x)}{x}=\ln x+2(x-a)^2$，则存在$x\in[1,3]$，使得$g'(x)\geqslant 0$成立，分离参数后转化为求解函数的最值即可.

【解答】

解：由$f(x)\leqslant xf'(x)$得$[\frac{f(x)}{x}]'=\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}\geqslant 0$，

设$g(x)=\frac{f(x)}{x}=\ln x+2(x-a)^2$，

则存在$x\in[1,3]$，使得$g'(x)\geqslant 0$成立，即$g'(x)=\frac{1}{x}+4(x-a)\geqslant 0$有解，

所以$a\leqslant\frac{1}{4x}+x$，$x\in[1,3]$有解，所以$a\leqslant(\frac{1}{4x}+x)_{\max}$成立，

又令$t(x)=\frac{1}{4x}+x$，$t'(x)=\frac{(2x+1)(2x-1)}{4x^2}$,

所以$x\in[1,3]$时，$t'(x)>0$，$t(x)$单调递增，

当$x=3$时，t有最大值$\frac{37}{12}$,

则$a\leq\frac{37}{12}$,

所以实数a的取值范围是$(-\infty,\frac{37}{12}]$.

故答案为：$(-\infty,\frac{37}{12}]$.

17.【答案】解：联立$\begin{cases}2x-y+4=0\\x-y+5=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=1\\y=6\end{cases}$，可得交点$M(1,6)$.

(1)若直线平行于直线$x-2y-1=0$，则斜率为$\frac{1}{2}$,

故可得方程为$y-6=\frac{1}{2}(x-1)$，即$x-2y+11=0$；

(2)若直线垂直于直线$x+3y+1=0$，则斜率为3，

故可得方程为$y-6=3(x-1)$，即$3x-y+3=0$.

【解析】本题考查了直线的交点、相互平行垂直的直线与斜率之间的关系，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

先联立$\begin{cases}2x-y+4=0\\x-y+5=0\end{cases}$，解得交点$M(1,6)$.

(1)由平行关系可得直线的斜率，进而可得点斜式方程，化为一般式即可；

(2)由垂直关系可得直线的斜率，进而可得点斜式方程，化为一般式即可.

18.【答案】解：(Ⅰ)①由题设，圆心C是直线$y=2x-4$，$y=x-1$的交点，解得点$C(3,2)$.

所以圆的方程是$(x-3)^2+(y-2)^2=1$，

②由题可知，若切线的斜率不存在，直线$x=2$是圆C的切线，

若切线的斜率存在，设其斜率为k，设切线方程为$y=k(x-2)$，

所以$\frac{|3k-2-2k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得$k=\frac{3}{4}$，即$3x-4y-6=0$.

综上所求切线方程为$x=2$和$3x-4y-6=0$；

(Ⅱ)因为圆心在直线l_1上，

所以设圆心C的坐标为$(a,2a-4)$，

因为圆在直线l_2截得的弦长为$\sqrt{2}$，

所以半弦长为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且半径为1，

所以圆心C到直线l_2的距离为$\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

即$\frac{|a-2a+4-1|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以$|3-a|=1$，截得$a=4$或$a=2$，

所以圆心分别为$(4,4)$，$(2,0)$，

故所求圆C的方程为$(x-4)^2+(y-4)^2=1$或$(x-2)^2+y^2=1$．

【解析】本题考查直线与圆的方程的综合应用，涉及直线与圆的位置关系，属于基础题．

(Ⅰ)①分析可得圆心C是直线$y=2x-4$，$y=x-1$的交点，据此求出C的坐标，由圆的标准方程分析可得答案；

②，根据题意，分2种情况讨论：若切线的斜率不存在，直线$x=2$是圆C的切线，若切线的斜率存在，设切线方程为$y=k(x-2)$，求出k的值，综合2种情况即可得答案；

(Ⅱ)根据题意，设圆心C的坐标为$(a,2a-4)$，结合直线与圆的位置关系可得$\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即$\frac{|a-2a+4-1|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解求出$a$的值，即可得圆心的坐标，即可得答案．

19.【答案】解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

因为$\begin{cases}b_2+S_2=12\\q=\frac{S_2}{b_2}\end{cases}$，

所以$\begin{cases}q+6+d=12\\q=\frac{6+d}{q}\end{cases}$，解得$q=3$或$q=-4$(舍)，$d=3$．

故$a_n=3+3(n-1)=3n$，$b_n=3^{n-1}$；

(2)证明：因为$S_n=\frac{n(3+3n)}{2}$，

所以$\frac{1}{S_n}=\frac{2}{n(3+3n)}=\frac{2}{3}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$．

故$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}=\frac{2}{3}[(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+\cdots+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})]=\frac{2}{3}(1-\frac{1}{n+1})$．

因为$n\geq1$，

所以$0<\frac{1}{n+1}$，于是$1-\frac{1}{n+1}<1$，

所以$\frac{2}{3}(1-\frac{1}{n+1})<\frac{2}{3}$，

即$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}<\frac{2}{3}$.

【解析】本题考查等差数列以及等比数列的应用，数列求和以及数列与不等式的关系，考查计算能力，属于中档题.

(1)利用等差数列以及等比数列列出方程求出公差与公比，然后求解通项公式.

(2)化简通项公式利用裂项消项法，求解数列的和即可.

20.【答案】解：(1)依题意设$P(t,t^2)$，又$y'=2x$，$k_{EF}=2t$，

所以在点P处的切线EF的方程为$y-t^2=2t(x-t)$，即$y=2tx-t^2$.

令$y=0$，得$E\left(\frac{t}{2},0\right)$；令$x=2$，得$F(2,4t-t^2)$，

所以$S=\frac{1}{2}\left(2-\frac{t}{2}\right)(4t-t^2)=\frac{1}{4}(t^3-8t^2+16t)$，定义域为$(0,2]$.

(2)$S'=\frac{1}{4}(3t^2-16t+16)=\frac{3}{4}(t-4)\left(t-\frac{4}{3}\right)$，

当$0<t<\frac{4}{3}$时，$S'>0$；当$\frac{4}{3}<t\leq 2$时，$S'<0$，

所以S在$\left(0,\frac{4}{3}\right)$单调递增，$S$在$\left(\frac{4}{3},2\right]$单调递减，

所以当$t=\frac{4}{3}$时，$S_{\max}=\frac{64}{27}$.

【解析】本题主要考查的是导数在解决实际问题中的应用，属于较难题.

(1)设$P(t,t^2)$，求出在点P处的切点方程，再分别令$y=0$，$x=2$即可求出E,F的坐标，即可求出S关于t的函数解析式及定义域;

(2)利用导数研究其在定义域内单调性，即可求出其最大值.

21.【答案】解：(1)由题意可知，$2c=2$，

则$c=1$，$b=|OM|=\sqrt{3}$，

$\therefore a=\sqrt{b^2+c^2}=2$，

故椭圆标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；

(2)当直线PQ的斜率不存在时，显然不合题意；

当直线PQ的斜率存在时，设直线方程为$y+2=k(x-2)$，代入$3x^2+4y^2=12$，

得$(3+4k^2)x^2-16(k^2+k)x+(16k^2+32k+4)=0$.

由$\Delta=-48(8k+1)>0$，得$k<-\frac{1}{8}$.

设$P(x_1,y_1)Q(x_2,y_2)$，

则$x_1+x_2=\frac{16(k^2+k)}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{16k^2+32k+4}{3+4k^2}$.

$$\therefore k_1+k_2=\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{k(x_1-2)-2}{x_1-2}+\frac{k(x_2-2)-2}{x_2-2}=2k-\frac{2(x_1+x_2-4)}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$$

$=2k-\frac{2(\frac{16k^2+16k}{3+4k^2}-4)}{\frac{16k^2+32k+4}{3+4k^2}-2\times\frac{16k^2+16k}{3+4k^2}+4}=2k-\frac{32k-24}{16}=\frac{3}{2}$.

故k_1+k_2为定值$\frac{3}{2}$.

【解析】本题考查椭圆标准方程的求法，考查直线与椭圆位置关系的应用，属于中档题.

(1)由已知求得c与b，再由隐含条件求得a，则椭圆方程可求；

(2)当直线PQ的斜率不存在时，显然不合题意；当直线PQ的斜率存在时，设直线方程为$y+2=k(x-2)$，与椭圆方程联立，化为关于x的一元二次方程，利用根与系数的关系结合斜率公式即可求得k_1+k_2为定值$\frac{3}{2}$.

22.【答案】**解**：(1)因为$f(x)=x(1+\ln x)$，

所以定义域为$(0,+\infty)$，且$f'(x)=\ln x+2$，

所以$f'(1)=2$，又$f(1)=1$，

所以函数$f(x)$的图象在$x=1$处的切线方程$y=2x-1$；

(2)因为$f'(x)=\ln x+2$，

令$f'(x)>0$，得$x>\frac{1}{e^2}$；

令$f'(x)<0$，得$0<x<\frac{1}{e^2}$；

所以$f(x)$的递增区间为$\left(\frac{1}{e^2},+\infty\right)$，$f(x)$的递减区间为$\left(0,\frac{1}{e^2}\right)$.

所以当$x=\frac{1}{e^2}$时，函数取极小值，

极小值为$f\left(\frac{1}{e^2}\right)=\frac{1}{e^2}\left(1+\ln\frac{1}{e^2}\right)=-\frac{1}{e^2}$，无极大值；

(3)由(1)知，$f(x)=x(1+\ln x)$，所以$k(x-1)<f(x)$对任意$x>1$恒成立，

即$k<\frac{x+x\ln x}{x-1}$对任意$x>1$恒成立.

令$g(x)=\frac{x+x\ln x}{x-1}$，

则$g'(x)=\frac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$，

令$(x)=x-\ln x-2(x>1)$，

则$'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}>0$，

所以函数(x)在$(1,+\infty)$上单调递增.

因为$(3)=1-\ln 3<0$，$(4)=2-2\ln 2>0$，

所以方程$(x)=0$在$(1,+\infty)$上存在唯一实根$x_0\in(3,4)$，

当$1<x<x_0$时，$(x)<0$，即$g'(x)<0$，

当$x>x_0$时，$(x)>0$，即$g'(x)>0$，

所以函数$g(x)=\frac{x+x\ln x}{x-1}$在$(1,x_0)$上单调递减，在$(x_0,+\infty)$上单调递增.

所以$[g(x)]_{\min}=g(x_0)=\frac{x_0(1+\ln x_0)}{x_0-1}=\frac{x_0(1+x_0-2)}{x_0-1}=x_0\in(3,4)$.

所以$k<[g(x_0)]_{\min}=x_0\in(3,4)$.
故整数k的最大值是3.

【解析】本题主要考查导数的几何意义，考查利用导数研究函数的单调性，极值，恒成立问题，属于较难题.

(1)利用导数的几何意义即可求得函数$f(x)$的图象在$x=1$处的切线方程；

(2)求出函数的导数，令导函数大于零得出函数的增区间，导函数小于零得出函数的减区间，即可求得其极值；

(3)由$k(x-1)<f(x)$对任意$x>1$恒成立，即$k<\frac{x+x\ln x}{x-1}$对任意$x>1$恒成立．令$g(x)=\frac{x+x\ln x}{x-1}$，只要求得其最小值即本题可解.求导得$g'(x)=\frac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$，令$(x)=x-\ln x-2(x>1)$易得存在唯一实根$x_0\in(3,4)$，使得当$1<x<x_0$时，即$g'(x)<0$，当$x>x_0$时，即$g'(x)>0$，即可得$[g(x)]_{\min}=g(x_0)=\frac{x_0(1+\ln x_0)}{x_0-1}=x_0\in(3,4)$，从而得解.