江苏省仪征中学2023-2024学年第二学期期末复习卷（5）

一、单选题

1.已知圆台的上、下底面半径分别为1和2，用一个平行于底面的平面去截圆台，截得上下两部分的体积之比为$14:13$，则截面半径为(    )

A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{40}{27}$ D. $\frac{41}{27}$

解：将圆台补成圆锥，设小圆锥的高为*h*，已知圆台的上、下底面半径分别为1和2，则圆台的高也为*h*，
设截面半径为$r.$根据相似三角形的性质，容易求出上圆台的高为$ℎ(r−1)$，下圆台的高为$ℎ(2−r)$，故上圆台的体积为$\frac{1}{3}×(π+πr+πr^{2})×ℎ(r−1)$，下圆台的体积为$\frac{1}{3}×(4π+2πr+πr^{2})×ℎ(2−r)$，根据上下两部分的体积之比为$14:13$，可得$\frac{(πr^{2}+πr+π)(r−1)}{(πr^{2}+2πr+4π)(2−r)}=\frac{14}{13}$，解得$r=\frac{5}{3}.$故选$A.$

2.化简$2\sqrt[ ]{1+sin4}+\sqrt[ ]{2+2cos4}$的结果是(    )

A. $2cos$ $2$ B. $2sin$ $2$ C. $4sin$ $2+2cos2$ D. $2sin$ $2+4cos2$

解：$2\sqrt[ ]{1+sin4}+\sqrt[ ]{2+2cos4}=2\sqrt[ ]{sin^{2}2+2sin2cos2+cos^{2}2}+\sqrt[ ]{2+2(2cos^{2}2−1)}$
$=2\sqrt[ ]{(sin2+cos2)^{2}}+\sqrt[ ]{4cos^{2}2}=2|sin2+cos2|+2|cos2|$，$∵\frac{π}{2}<2<π$，$∴2$是第二象限角，
$∴cos2<0$，$sin2+cos2=\sqrt[ ]{2}sin(2+\frac{π}{4})$，$∵0<2+\frac{π}{4}<π$，$∴sin2+cos2=\sqrt[ ]{2}sin(2+\frac{π}{4})>0$
$∴$原式$=2(sin2+cos2)−2cos2=2sin2$．故选*B*．

3.已知$sin(\frac{π}{7}−α)=\frac{1}{3}$，则$sin(2α+\frac{3π}{14})$的值是(    )

A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{2\sqrt[ ]{2}}{9}$ C. $−\frac{7}{9}$ D. $−\frac{2\sqrt[ ]{2}}{9}$

解：设$\frac{π}{7}−α=t$，则$2α+\frac{3π}{14}=\frac{π}{2}−2t$，且$sint=\frac{1}{3}$，则$sin(2α+\frac{3π}{14})=sin(\frac{π}{2}−2t)=cos2t=1−2sin^{2}t=\frac{7}{9}$．故选：$A$．

4.如图，在$▵ABC$中，$M$为线段$BC$的中点，$G$为线段$AM$上一点，$\vec{AG}=2\vec{GM}$，过点$G$的直线分别交直线$AB$，$AC$于$P$，$Q$两点，$\vec{AB}=x\vec{AP}\left(x>0\right)$，$\vec{AC}=y\vec{AQ}\left(y>0\right)$，则$\frac{4}{x}+\frac{1}{y+1}$的最小值为(    )
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $3$ D. $9$

解：因为$M$为线段 $BC$ 的中点，所以 $\vec{AM}=\frac{1}{2}(\vec{AB}+\vec{AC})$ ，又因为 $\vec{AG}=2\vec{GM}$ ，所以 $\vec{AG}=\frac{2}{3}\vec{AM}=\frac{1}{3}(\vec{AB}+\vec{AC})$ ，又 $\vec{AB}=x\vec{AP}\left(x>0\right)$ ， $\vec{AC}=y\vec{AQ}\left(y>0\right)$ ，所以 $\vec{AG}=\frac{x}{3}\vec{AP}+\frac{y}{3}\vec{AQ}$ ，又 $P,G,Q$ 三点共线，所以 $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1$ ，即 $x+y=3$ ，所以 $\frac{4}{x}+\frac{1}{y+1}=\frac{1}{4}(\frac{4}{x}+\frac{1}{y+1})[x+(y+1)]=\frac{1}{4}[4+\frac{x}{y+1}+\frac{4(y+1)}{x}+1]⩾\frac{1}{4}(5+2\sqrt[ ]{\frac{x}{y+1}⋅\frac{4(y+1)}{x}})=\frac{9}{4}$ ，当且仅当 $\frac{x}{y+1}=\frac{4(y+1)}{x}$ ，即 $x=\frac{8}{3},y=\frac{1}{3}$ 时取等号．故选：$B$．

5.甲、乙两支田径队的体检结果为：甲队体重的平均数为$60kg$，方差为$200$，乙队体重的平均数为$70kg$，方差为$300$，又已知甲、乙两队的队员人数之比为$1$：$4$，那么甲、乙两队全部队员的平均体重和方差分别是(    )

A. $65$，$280$ B. $68$，$280$ C. $65$，$296$ D. $68$，$296$

解：由题意可知甲队体重的平均数为$60$，乙队体重的平均数为$70$，甲队队员在所有队员中所占权重为$\frac{1}{1+4}=\frac{1}{5}$，乙队队员在所有队员中所占权重为$\frac{4}{1+4}=\frac{4}{5}$，则甲、乙两队全部队员的平均体重为$\overset{−}{x}=\frac{1}{5}×60+\frac{4}{5}×70=68$，甲、乙两队全部队员体重的方差为$s^{2}=\frac{1}{5}[200+(60−68)^{2}]+\frac{4}{5}[300+(70−68)^{2}]=296$．故选：$D$．



6.已知函数$f(x)=\left\{\begin{matrix}sinπx(−1\leq x<0)\\4x^{2}−4x(0\leq x<1)\\−log\_{2}x(x\geq 1)\end{matrix}\right.$，若$ℎ(x)=f(x)−a$有$5$个零点，则这五个零点之和的取值范围是(    )

A. $(0,2)$ B. $(0,1)$ C. $(1,2)$ D. $(−1,2)$

解：作出函数$y=f(x)$的图象，则$ℎ(x)$的零点即为直线$y=a$与函数$y=f(x)$的交点的横坐标，欲使$ℎ(x)$有$5$个零点，则$−1<a<0$，设此五个零点依次为$x\_{1}$，$x\_{2}$，$x\_{3}$，$x\_{4}$，$x\_{5}$，由$y=sinπx$和$y=4x^{2}−4x$的对称性可知$x\_{1}+x\_{2}=−1$，$x\_{3}+x\_{4}=1$，而$1<x\_{5}<2$，因此$5$个零点之和的取值范围是$(1,2)$．故选：$C$．

二、多选题

7.对于事件$A$和事件$B$，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.6$，则下列说法正确的是(    )

A. 若$A$与$B$互斥，则$P(AB)=0.3$ B. 若$A$与$B$互斥，则$P(A∪B)=0.9$
C. 若$A⊆B$，则$P(AB)=0.18$ D. 若$A$与$B$相互独立，则$P(AB)=0.18$

解：对于$A$，若$A$与$B$互斥，则$P(AB)=0$，*A*错误；对于$B$，若$A$与$B$互斥，则$P(A∪B)=P(A)+P(B)=0.9$，*B*正确$;$对于$C$，若$A⊆B$，则$P(AB)=P\left(A\right)=0.3$ ，*C*错误$;$对于$D$，若$A$与$B$相互独立，则$P(AB)=P\left(A\right)P\left(B\right)=0.18$， *D*正确$;$故选：$BD$．

8.在三棱锥$A−BCD$中，$AB,AC,AD$两两垂直，$AB=AC=2AD=4$，点$P,Q$分别在侧面$ABC$和棱$AD$上运动且$PQ=2,M$为线段$PQ$的中点，则下列说法正确的是(    )
A. 三棱锥$A−BCD$的内切球的半径为$\frac{2\sqrt[ ]{6}−4}{3}$
B. 三棱锥$A−BCD$的外接球的表面积为$36π$
C. 点$M$到底面$BCD$的距离的最小值为$\frac{2\sqrt[ ]{6}}{3}−1$
D. 三棱锥$M−BCD$的体积的最大值为$\frac{8}{3}$

解：对于$A$，因为 $AB,AC,AD$ 两两垂直， $AB=AC=2AD=4$ ，所以 $BC=\sqrt[ ]{AB^{2}+AC^{2}}=\sqrt[ ]{16+16}=4\sqrt[ ]{2}$ ， $BD=\sqrt[ ]{AB^{2}+AD^{2}}=\sqrt[ ]{16+4}=2\sqrt[ ]{5}$ ，$CD=\sqrt[ ]{AC^{2}+AD^{2}}=\sqrt[ ]{16+4}=2\sqrt[ ]{5}$ ，所以 $S\_{▵BCD}=\frac{1}{2}BC⋅\sqrt[ ]{BD^{2}−\left(\frac{1}{2}BC\right)^{2}}=\frac{1}{2}×4\sqrt[ ]{2}×\sqrt[ ]{20−8}=4\sqrt[ ]{6}$ ，设三棱锥 $A−BCD$ 的内切球的半径为 $r$ ，则

$\frac{1}{3}\left(S\_{▵BCD}+S\_{▵ABC}+S\_{▵ABD}+S\_{▵ACD}\right)r=\frac{1}{3}×\frac{1}{2}AB⋅AC⋅AD$ ，所以 $\frac{1}{3}×\left(4\sqrt[ ]{6}+\frac{1}{2}×4×4+\frac{1}{2}×4×2+\frac{1}{2}×4×2\right)r=\frac{1}{3}×\frac{1}{2}×4×4×2$ ，解得 $r=\frac{8−2\sqrt[ ]{6}}{5}$ ，所以*A*错误，对于$B$，因为 $AB,AC,AD$ 两两垂直，所以将三棱锥 $A−BCD$ 补成如图所示的长方体，则长方体的体对角线等于三棱锥 $A−BCD$ 外接球的直径，

设三棱锥 $A−BCD$ 外接球半径为 $R$ ，则$(2R)^{2}=AD^{2}+AB^{2}+AC^{2}=4+16+16=36$ ，解得 $R^{2}=9$ ，所以三棱锥 $A−BCD$ 的外接球的表面积为 $4πR^{2}=36π$ ，所以*B*正确，对于$C$，因为 $AD⊥AB,AD⊥AC$ ， $AB∩AC=A$ ， $AB,AC⊂$ 平面 $ABC$ ，所以 $AD⊥$ 平面 $ABC$ ，因为 $AP⊂$ 平面 $ABC$ ，所以 $AD⊥AP$ ，所以 $∠QAP=90^{∘}$ ，因为 $PQ=2,M$ 为线段 $PQ$ 的中点，所以 $AM=\frac{1}{2}PQ=1$ ，所以点 $M$ 的轨迹是以 $A$ 为球心，$1$为半径的 $\frac{1}{8}$ 球面，设点 $A$ 到平面 $BCD$ 的距离为 $d$ ，因为 $V\_{A−BCD}=V\_{D−ABC}$ ，所以 $\frac{1}{3}S\_{▵BCD}⋅d=\frac{1}{3}S\_{▵ABC}⋅AD$ ，所以 $4\sqrt[ ]{6}d=\frac{1}{2}×4×4×2$ ，解得 $d=\frac{2\sqrt[ ]{6}}{3}$ ，所以点 $M$ 到底面 $BCD$ 的距离的最小值为 $\frac{2\sqrt[ ]{6}}{3}−1$ ，所以*C*正确，对于$D$，由选项*C*可知点 $M$ 的轨迹是以 $A$ 为球心，$1$为半径的 $\frac{1}{8}$ 球面，因为 $▵BCD$ 的面积为定值，所以当点 $M$ 到底面 $BCD$ 的距离最大时，三棱锥 $M−BCD$ 的体积最大，设球面分别交 $AB,AC,AD$ 于点 $F,G,E$ ，因为 $AB=AC>AD$ ，所以当点 $M$ 与点 $F$ 或 $G$ 重合时，点 $M$ 到底面 $BCD$ 的距离最大，设为 $m$ ，则有 $\frac{m}{d}=\frac{3}{4}$ ，得 $m=\frac{3}{4}d=\frac{3}{4}×\frac{2\sqrt[ ]{6}}{3}=\frac{\sqrt[ ]{6}}{2}$ ，所以三棱锥 $M−BCD$ 的体积的最大值为 $\frac{1}{3}S\_{▵BCD}⋅m=\frac{1}{3}×4\sqrt[ ]{6}×\frac{\sqrt[ ]{6}}{2}=4$ ，所以*D*错误，故选*BC*．

三、填空题

9.某工厂利用随机数表对生产的700个零件进行抽样测试，先将700个零件进行编号，001，002，⋯⋯，699，$700.$从中抽取70个样本，若从下图提供随机数表中第2行第6列开始向右读取数据，则得到的第4个样本编号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
32 21 18 34 29 78 64 54 07 32 52 42 06 44 38 12 23 43 56 77 35 78 90 56 42
84 42 12 53 31 34 57 86 07 36 25 30 07 32 86 23 45 78 89 07 23 68 96 08 04
32 56 78 08 43 67 89 53 55 77 34 89 94 83 75 22 53 55 78 32 45 77 89 23 45

解：从图中提供随机数表的第2行第6列开始向右读取数据，依次为：253，313，457，$860($舍去$)$，$736($舍去$)$，$253($舍去$)$，007，$...$；所以得到的第4个样本编号是$007.$故答案为：$007.$

10.公元前$6$世纪，古希腊的毕达哥拉斯学派研究过正五边形和正十边形的作图方法，发现了“黄金分割”$.$“黄金分割”是工艺美术、建筑、摄影等许多艺术门类中审美的要素之一，它表现了恰到好处的和谐，其比值为$\frac{\sqrt[ ]{5}−1}{2}≈0.618$，这一比值也可以表示为$m=2sin 18°.$若$n=\sqrt[ ]{4−m^{2}}$，则$\frac{\sqrt[ ]{n+2}}{n^{2}+2mn−m^{2}}=$           ．

解：$∵m=2sin18^{∘}$， $n=\sqrt[ ]{4−m^{2}}$，$∴n=\sqrt[ ]{4−4sin^{2}18°}=2cos18°$，则$\frac{\sqrt[ ]{n+2}}{n^{2}+2mn−m^{2}}=\frac{\sqrt[ ]{2cos 18^{∘}+2}}{4cos^{2} 18^{∘}−4sin^{2} 18^{∘}+8cos^{ } 18^{∘}sin^{ } 18^{∘}}=\frac{\sqrt[ ]{2}\sqrt[ ]{2cos^{2}9^{∘}}}{4(cos36^{∘}+sin36^{∘})}=\frac{2cos 9^{∘}}{4\sqrt[ ]{2}sin81^{∘}}=\frac{2cos 9^{∘}}{4\sqrt[ ]{2}cos9^{∘}}=\frac{\sqrt[ ]{2}}{4}$．故答案为$\frac{\sqrt[ ]{2}}{4}$．

四、解答题

11.已知复数$z=1+mi(i$是虚数单位，$m\in R)$，且$\overline{z}⋅(3+i)$为纯虚数$(\overline{z}$是 *z* 的共轭复数$).$

$(1)$求实数 *m* 及$\left|z\right|$；

$(2)$设复数$z\_{1}=\frac{a−i^{2023}}{z}$，且复数$z\_{1}$对应的点在第二象限，求实数 *a* 的取值范围．

解：$(1)∵z=1+mi$ ，$∴\overline{z}=1−mi$ ，$∴$ $\overline{z}(3+i)=(1−mi)(3+i)=(3+m)+(1−3m)i$ ，

$∵$ $\overline{z}⋅(3+i)$ 为纯虚数，$∴$ $\left\{\begin{matrix}3+m=0\\1−3m\ne 0\end{matrix}\right.$ ，解得$m=−3$，故 $z=1−3i$ ，则 $\left|z\right|=\sqrt[ ]{1^{2}+\left(−3\right)^{2}}=\sqrt[ ]{10};$

$(2)∵i^{2023}=i^{4×505+3}=i^{3}=−i$ ，$∴z\_{1}=\frac{a−i^{2023}}{z}=\frac{a+i}{1−3i}=\frac{\left(a+i\right)\left(1+3i\right)}{\left(1−3i\right)\left(1+3i\right)}=\frac{a−3}{10}+\frac{3a+1}{10}i$ ，

$∵$ 复数 $z\_{1}$ 所对应的点在第二象限，$∴$ $\left\{\begin{matrix}\frac{a−3}{10}<0\\\frac{3a+1}{10}>0\end{matrix}\right.$ ，解得 $−\frac{1}{3}<a<3$ ，故实数 *a* 的取值范围为 $\left(−\frac{1}{3},3\right)$ .

12.如图，平行四边形*ABCD*所在平面与半圆弧$\overset{⌢}{CD}$所在平面垂直，*M*是$\overset{⌢}{CD}$上异于*C*，*D*的点，*P*为线段*AM*的中点，$AB=\sqrt[ ]{3}$，$BD=2$，$∠ABD=30^{∘}.$

$(1)$证明：$MC//$平面*PBD*；

$(2)$证明：平面$AMD⊥$平面$BMC.$

解：$(1)$连结*AC*交*BD*于$O.∵$四边形*ABCD*为平行四边形，
$∴O$为*AC*中点．连结*OP*，$∵P$为*AM* 中点，$∴MC$ $//OP.$又$∵MC⊄$平面*PBD*，$OP⊂$平面*PBD*，
$∴MC$ $//$平面$PBD.$
$(2)∵AB=\sqrt[ ]{3},BD=2,∠ABD=30^{∘}$，由余弦定理得$AD=1$，$∴AB^{2}+AD^{2}=BD^{2}$  $∴∠BAD=90^{∘}.$
$∴$平行四边形*ABCD*为矩形，$∴BC⊥CD$又$∵$平面$CMD⊥$平面*ABCD*，交线为$CD.BC⊂$平面*ABCD*，
$∴BC⊥$平面*CMD*，$DM⊂$平面*CMD*，故$BC⊥DM.∵M$为$\overset{⌢}{CD}$上异于$C,D$的点，且*DC*为直径，$∴DM⊥CM.$
又$BC∩CM=C$，*BC*，$CM⊂$平面$BMC.$ $∴DM⊥$平面$BMC.$而$DM⊂$平面*AMD*，$∴$平面$AMD⊥$平面$BMC.$

13.设$△ABC$的内角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，且满足$\frac{sinA}{sinB}=\frac{c^{2}}{b^{2}+c^{2}−a^{2}}$．

$(1)$若$b=2$，$2sin(A+\frac{π}{6})=\frac{a+b}{c}$，求$△ABC$的面积$;$

$(2)$若$△ABC$是锐角三角形，$A<\frac{π}{4}$，求$\frac{b+2c}{a}$的取值范围．

解：$(1)$因为$\frac{sinA}{sinB}=\frac{c^{2}}{b^{2}+c^{2}−a^{2}}$，所以$\frac{sinA}{sinB}=\frac{c^{2}}{2bccosA}=\frac{sinC}{2sinBcosA}$，所以$2sinAcosAsinB=sinBsinC$，
因为$sinB>0$，所以$sinC=2sinAcosA=sin2A$，所以$C=2A$或$C+2A=π$．由$2sin(A+\frac{π}{6})=\frac{a+b}{c}$及正弦定理得$2sin(A+\frac{π}{6})=\frac{sinA+sinB}{sinC}$，即$\sqrt[ ]{3}sinAsinC+cosAsinC=sinA+sin$*B*.又$sinB=sin(A+C)=sinAcosC+cosAsinC$，所以$\sqrt[ ]{3}sinAsinC=sinA+sinAcos$*C*.因为$sinA>0$，所以$\sqrt[ ]{3}sinC=1+cosC$，即$sin(C−\frac{π}{6})=\frac{1}{2}$．因为$0<C<π$，所以$−\frac{π}{6}<C−\frac{π}{6}<\frac{5π}{6}$，所以$C−\frac{π}{6}=\frac{π}{6}$，所以$C=\frac{π}{3}$．当$C=2A$时，$A=\frac{π}{6}$，$B=\frac{π}{2}$，由$b=2$得，$a=1$，$c=\sqrt[ ]{3}$，则$△ABC$的面积为$\frac{1}{2}×1×\sqrt[ ]{3}=\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$．当$C+2A=π$时，$A=B=C=\frac{π}{3}$，由$b=2$得，$a=b=c=2$，则$△ABC$的面积为$\frac{1}{2}×2×\sqrt[ ]{3}=\sqrt[ ]{3}$．综上，$△ABC$的面积为$\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$或$\sqrt[ ]{3}$．
$(2)$因为$△ABC$是锐角三角形，$A<\frac{π}{4}$，所以$C+2A<π$，所以$C=2A$，则$sinC=2sinAcosA$，$cosC=cos2A=2cos^{2}A−1$，则$\frac{b+2c}{a}=\frac{sinB+2sinC}{sinA}=\frac{sinAcosC+cosAsinC+4sinAcosA}{sinA}=4cosA+cosC+\frac{cosA⋅2sinAcosA}{sinA}=4cosA+2cos^{2}A−1+2cos^{2}A=4cos^{2}A+4cosA−1=4(cosA+\frac{1}{2})^{2}−2$．
因为$△ABC$为锐角三角形，$C=2A$，$A<\frac{π}{4}$，则$0<A<\frac{π}{4}$，$0<C=2A<\frac{π}{2}$，$0<B=π−3A<\frac{π}{2}$，
解得$\frac{π}{6}<A<\frac{π}{4}$，则$cosA\in (\frac{\sqrt[ ]{2}}{2},\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}).$设$t=cosA\in (\frac{\sqrt[ ]{2}}{2},\frac{\sqrt[ ]{3}}{2})$，易得$y=4(t+\frac{1}{2})^{2}−2$在$t\in (\frac{\sqrt[ ]{2}}{2},\frac{\sqrt[ ]{3}}{2})$上单调递增，故$y=4(t+\frac{1}{2})^{2}−2\in (1+2\sqrt[ ]{2},2+2\sqrt[ ]{3})$，即$\frac{b+2c}{a}$的取值范围是$(1+2\sqrt[ ]{2},2+2\sqrt[ ]{3}).$

14.已知函数$f\left(x\right)=4sin\frac{ωx}{2}cos\frac{ωx}{2}+1$，其中常数$ω>0$．

$(1)y=f\left(x\right)$在$\left[−\frac{π}{4},\frac{3π}{4}\right]$上单调递增，求$ω$的取值范围；

$(2)$若$ω<4$，将函数$y=f\left(x\right)$图象向左平移$\frac{π}{3}$个单位，得到函数$y=g\left(x\right)$的图象，且过$P\left(\frac{π}{6},1\right)$，若函数$g\left(x\right)$在区间$[a,b](a,b\in R$且$a<b)$满足：$y=g\left(x\right)$在$[a,b]$上至少含$30$个零点，在所上满足上述条件的$[a,b]$中，求$b−a$的最小值；

$(3)$在$(2)$问条件下，若对任意的$x\in \left[−\frac{π}{6},\frac{π}{12}\right]$，不等式$g^{2}\left(x\right)−mg\left(x\right)−1\leq 0$恒成立，求实数$m$的取值范围．

解$(1)$由题意，有 $f\left(x\right)=2sin(ωx)+1$ ，又 $ω>0$ ，则最小正周期 $T=\frac{2π}{ω}$，由正弦函数的性质，当 $x=−\frac{π}{2ω}$函数取得最小值， $x=\frac{π}{2ω}$ 函数取得最大值，$∴$ $\left[−\frac{π}{2ω},\frac{π}{2ω}\right]$ 是函数$y=2sinωx$的一个单调递增区间，

若函数$f\left(x\right)=2sin(ωx)+1$ 在$\left[−\frac{π}{4},\frac{3π}{4}\right]$ 上单调递增，则$−\frac{π}{2ω}⩽−\frac{π}{4}$ 且$\frac{π}{2ω}\geq \frac{3π}{4}$，解得 $0<ω\leq \frac{2}{3}$．

$(2)∵$由$(1)$可得 $f\left(x\right)=2sin(ωx)+1$，$∴$将函数 $y=f\left(x\right)$ 图象向左平移 $\frac{π}{3}$ 个单位，得到函数$y=g\left(x\right)=2sin\left(ωx+\frac{π}{3}ω\right)+1$ 的图象，$∵$ $g\left(x\right)$ 的图象过 $P\left(\frac{π}{6},1\right)$ ．$∴$ $g\left(\frac{π}{6}\right)=2sin\left(\frac{π}{6}ω+\frac{π}{3}ω\right)+1=1$ ，可得： $sin\frac{π}{2}ω=0$ ，解得： $\frac{π}{2}ω=kπ$ ， $k\in Z$ ，即： $ω=2k$ ， $k\in Z$ ，$∵$ $0<ω<4$，$∴$ $ω=2$ ，可得 $g\left(x\right)$ 的解析式为： $g\left(x\right)=2sin\left(2x+\frac{2π}{3}\right)+1$，$∴$ $g\left(x\right)$的周期为 $T=\frac{2π}{2}=π$，在区间 $[a,b]$ $($ $a$ ， $b\in R$ 且 $a<b$ $)$满足： $y=g\left(x\right)$ 在 $[a,b]$ 上至少有$30$个零点，即 $sin\left(2x+\frac{2π}{3}\right)=−\frac{1}{2}$ 在 $[a,b]$ 上至少有$30$个解，$∴$有$2x+\frac{2π}{3}=2kπ−\frac{5π}{6}$ 或 $2x+\frac{2π}{3}=2kπ−\frac{π}{6}$，$k\in Z$ ，

解得： $x=kπ−\frac{3π}{4}$ 或 $x=kπ−\frac{5π}{12}$，$k\in Z$ ，可知相邻两零点间的距离为$\frac{π}{3}$或$\frac{2π}{3}$，$∴$ $b−a$ 的最小值为 $14×\frac{2π}{3}+15×\frac{π}{3}=\frac{43π}{3}$．

$(3)$当$x\in \left[−\frac{π}{6},\frac{π}{12}\right]$时，$\frac{π}{3}⩽2x+\frac{2π}{3}⩽\frac{5π}{6}$，则$g\left(x\right)\in \left[2,3\right]$ ，令$t=g\left(x\right)\in \left[2,3\right]$，$φ\left(t\right)=t^{2}−mt−1$ ， $t\in \left[2,3\right]$，转化为$φ(t)⩽0$在 $t\in \left[2,3\right]$上恒成立，只需要 $\left\{\begin{matrix}φ(2)=3−2m⩽0\\φ(3)=8−3m⩽0\end{matrix}\right.$，解得 $m\geq \frac{8}{3}$，则实数$m$的取值范围为$\left[\frac{8}{3},+\infty \right)$．