**2023-2024学年度第二学期高一数学 高考假期作业1**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.某学校有教师人，男学生人，女学生人．现用分层随机抽样的方法从全体师生中抽取一个容量为的样本，若女学生一共抽取了人，则的值为(    )

A.   B. C. D.

2.某学校高一年级有名男生，名女生，通过分层随机抽样的方法调查数学考试成绩，抽取总样本量为，男生平均成绩为分，女生平均成绩为分，那么可以推测高一年级学生的数学平均成绩约为(    )

A. 分 B. 分 C. 分 D. 分

3.若，，，则向量与的夹角为(    )

A. B. C. D.

4.已知在 中，，，若满足上述条件的三角形有两个，则 的长度的范围是(    )

A. B. C. D.

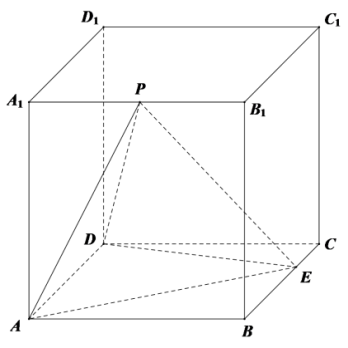
5.已知，则(    )

A. B. C. D.

6.已知三棱锥中，，，，分别是，的中点，，则与所成的角大小为(    )

A. B. C. D.

7.若圆锥的侧面展开图为一个半径为的半圆，且圆锥的顶点和底面圆周上的各个点均在球的表面上，则球的体积为(    )

A. B. C. D.

1. 如图，在正方体中，为棱上一点且，点是棱上的动点，给出下面个结论：存在点，使；存在点，使；的面积不变；三棱锥的体积不变．则正确的结论的个数是(     )

A. B. C. D.

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.已知复数，，，是的共轭复数，则下列说法正确的是(    )

A. B. 若，则  
C. D. 若，则的最小值为

10.已知函数，则(    )

A. 的最小正周期为 B. 的图象关于点对称  
C. 不等式无解 D. 的最大值为

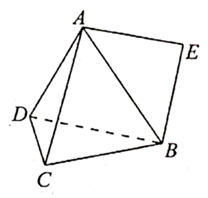
11.在棱长为的正方体中，点为正方体表面上的一动点，则下列说法中正确的有  
(    )

A. 当为棱的中点时，则四棱锥的外接球的表面积为  
B. 使直线与平面所成的角为的点的轨迹长度为  
C. 若是的中点，当在底面上运动，且满足平面时，长度的最小值是  
D. 点是线段的中点，当点在平面内，且时，点的轨迹为一个圆

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.中，若，则          ．

13.正四棱台上、下底面的边长分别为，，且侧面积等于两底面面积之和，则该棱台的体积是          ．

14.如图，等腰直角三角形的斜边为正四面体的侧棱，，直角边绕斜边旋转一周，在旋转的过程中，三棱锥体积的取值范围是          ．

四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

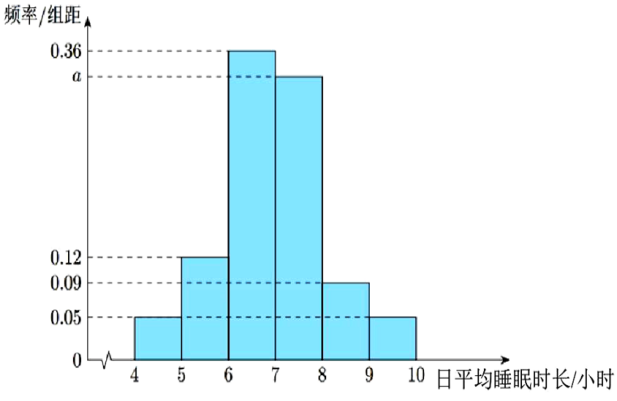
15.本小题分

月日是世界睡眠日．中国睡眠研究报告指出，我国民众睡眠时长不足，每日平均睡眠时长相比十年前时间缩短近小时，今年报告调查又回升小时．下面是我国个地区，万青少年的调查数据，绘制成如图所示的频率分布直方图．

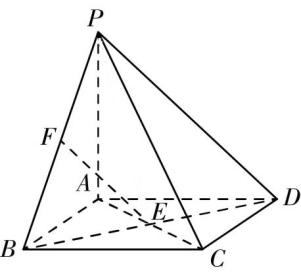
求直方图中的的值；

以样本估计总体，求青少年的日平均睡眠时长的众数和平均数的估计值；

在日平均睡眠时长为，，，的四组人群中，按等比例分层抽样的方法抽取人，则在日平均睡眠时长为的人群中应抽取多少人？



16.本小题分  
已知向量，．  
当时，求的值；  
设函数，且，求的最大值以及对应的的值．

17.本小题分  
如图，四棱锥的底面是正方形，底面，，分别是，的中点．  
证明：平面；  
求证：平面平面；

18.本小题分

设函数，将函数的图象向右平移个单位长度后得到，的图象关于原点对称．

求函数的单调递增区间；

在中，角，，所对的边分别为，，，且，

若，求的值；

若，，求的取值范围．

19.本小题分

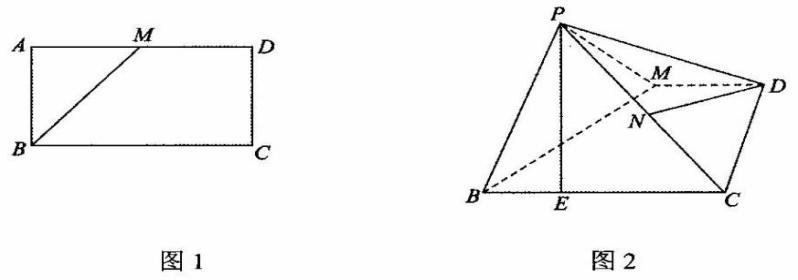
如图，在矩形中，，，是线段上的一动点，如图，将沿着折起，使点到达点的位置，满足点平面．

Ⅰ如图，当时，点是线段的中点，求证：平面；

Ⅱ如图，若点在平面内的射影落在线段上．

是否存在点，使得平面，若存在，求的长；若不存在，请说明理由；

当三棱锥的体积最大值时，求点到平面的距离．



**2023-2024学年度第二学期高一数学 高考假期作业1**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.某学校有教师人，男学生人，女学生人．现用分层随机抽样的方法从全体师生中抽取一个容量为的样本，若女学生一共抽取了人，则的值为(    )

A.   B. C. D.

解：依题意，得  ，解得  ，故的值为  ．故选*A*．

2.某学校高一年级有名男生，名女生，通过分层随机抽样的方法调查数学考试成绩，抽取总样本量为，男生平均成绩为分，女生平均成绩为分，那么可以推测高一年级学生的数学平均成绩约为(    )

A. 分 B. 分 C. 分 D. 分

解：由题意可得抽取的人中，男生为人，女生为人，所以总体平均数．则可以估计高一年级学生的数学平均成绩为分．故选：．

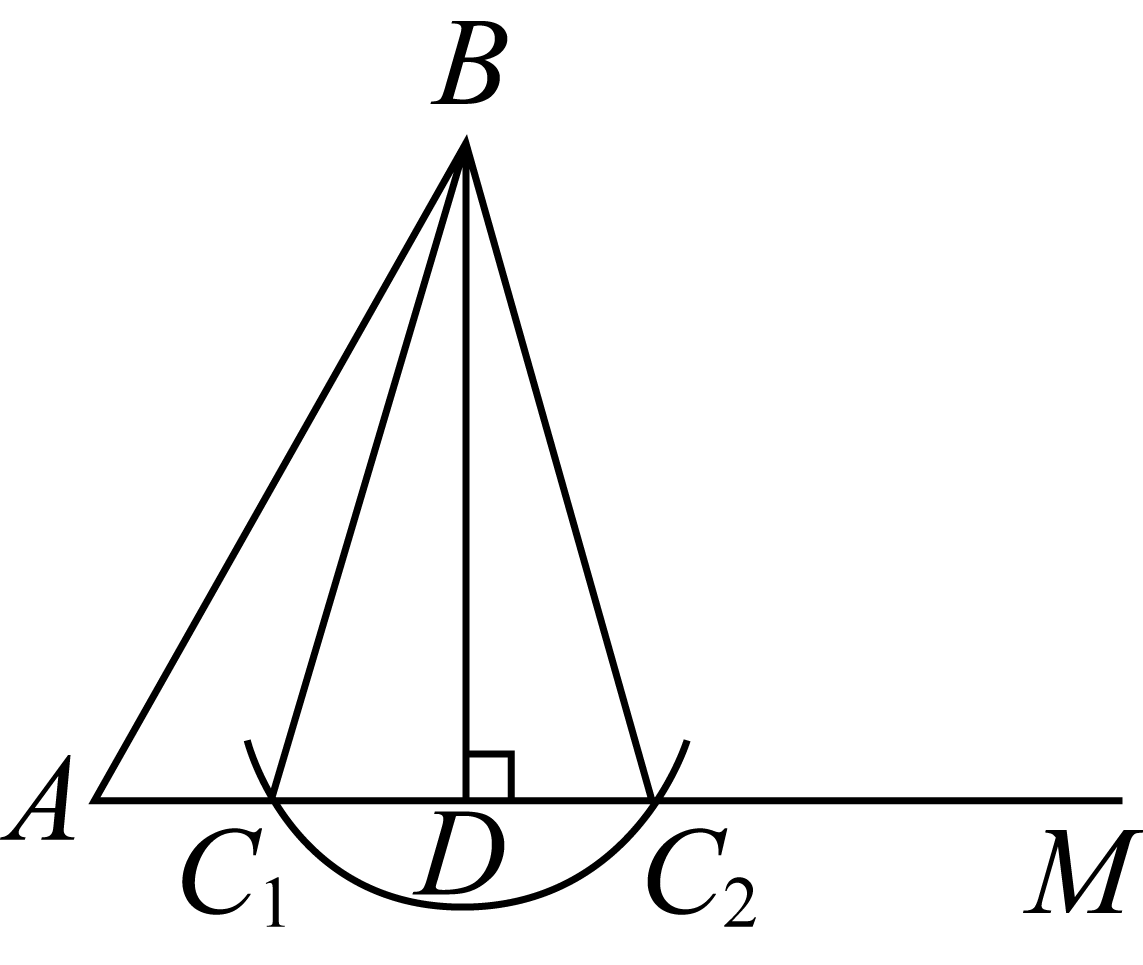
3.若，，，则向量与的夹角为(    )

A. B. C. D.

解：由，，，得，而，即得，所以，又，所以．故选：．

4.已知在 中，，，若满足上述条件的三角形有两个，则 的长度的范围是(    )

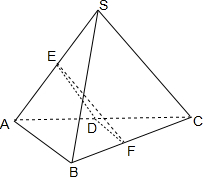
A. B. C. D.

解：根据题意画图如图所示，，，过作于，  
，若满足条件的三角形有两个，则以为圆心，以长为半径的弧与射线有两个交点， ，即，  
的范围是，故选*B*．

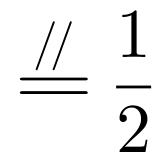
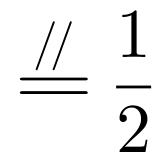
5.已知，则(    )

A. B. C. D.

解：，，则，即，或舍去，．故选D

6.已知三棱锥中，，，，分别是，的中点，，则与所成的角大小为(    )

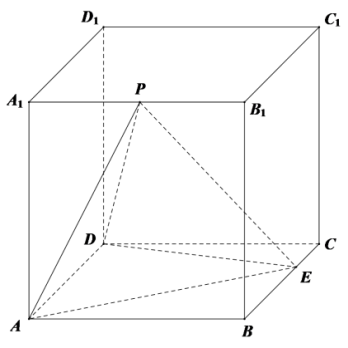
A. B. C. D.

解：取中点，连接、，因为，分别是，的中点，所以，，所以与所成的角的平面角为或其补角，由，，得，，又，则，所以，所以与所成的角大小为，故选*B*．

7.若圆锥的侧面展开图为一个半径为的半圆，且圆锥的顶点和底面圆周上的各个点均在球的表面上，则球的体积为(    )

A. B. C. D.

解：由题意可知，圆锥的母线长为，圆锥侧面展开图的弧长为，设圆锥的底面半径为，则，解得，则圆锥的高．设圆锥的外接球的球心为，半径为，可得此时圆锥的轴截面，如下图所示．  
在等边中，外接圆半径，即，球的体积．

8.如图，在正方体中，为棱上一点且，点是棱上的动点，给出下面个结论：存在点，使；存在点，使；

的面积不变；三棱锥的体积不变．则正确的结论的个数是(     ) A. B. C. D.

解：结论：故当与重合时，，正确；结论：故当是靠近的三等分点时，，正确；结论：与不平行，故点运动时到距离不是定值，又为定值，故的面积不是定值．错误．结论：到底面距离不变，面积不变，而为定值．正确．故选*C*．

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.已知复数，，，是的共轭复数，则下列说法正确的是(    )

A. B. 若，则  
C. D. 若，则的最小值为

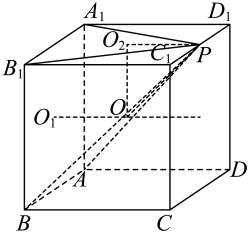
解：对于，设，则，故 *A*正确；

对于，令，满足，故 *B*错误；对于，设，，则，所以，故 *C*正确；对于，设，则，即，则的轨迹为表示以为圆心，半径为的圆，表示圆上的点到的距离，故的最小值为，故 *D*正确．故选：．

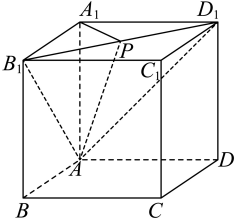
10.已知函数，则(    )

A. 的最小正周期为 B. 的图象关于点对称  
C. 不等式无解 D. 的最大值为

解：，不是的周期，故*A*错误；  
，关于对称，故*B*正确；  
，有解，故*C*错误；，  
当，即时，，，，  
当且仅当，即时取等号，即当，，  
当、、时，，当时，，故在上最大值为，  
结合周期为，故的最大值为，故*D*正确．故选：．

11.在棱长为的正方体中，点为正方体表面上的一动点，则下列说法中正确的有  
(    )

A. 当为棱的中点时，则四棱锥的外接球的表面积为  
B. 使直线与平面所成的角为的点的轨迹长度为  
C. 若是的中点，当在底面上运动，且满足平面时，长度的最小值是  
D. 点是线段的中点，当点在平面内，且时，点的轨迹为一个圆

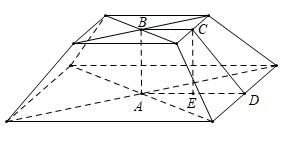
解：选项：由正方体可知平面平面，又正方形的中心为，所以球心满足平面，在中，，，，所以外接圆半径，且平面，所以四棱锥外接球半径，所以外接球表面积，选项正确选项：由直线与平面所成的角为，且平面，则，可知点在以顶点，为轴，为母线长的圆锥表面，所以当点在平面时，点的轨迹为线段，长度为，同理当点在平面时，点的轨迹为线段，长度为，当点在平面时，由，所以，点的轨迹为以为圆心，为半径的圆上，长度为，  
点在其他平面时不成立，综上所述，点的轨迹长度为，选项正确  
选项：当是中点时，长度的最小值是为，选项错误选项：由正方体可知平面平面，且平面，所以点与到平面的距离分别为，，所以，，则，则，所以，，所以，，又由正方体可知，即为正三角形，且为中心，所以点到三角形三边的距离为，所以点在以为圆心，为半径的圆上，选项正确故选：．

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

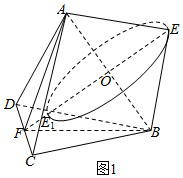
12.中，若，则          ．

解：因为，，，所以．．  
故答案为：．

13.正四棱台上、下底面的边长分别为，，且侧面积等于两底面面积之和，则该棱台的体积是          ．

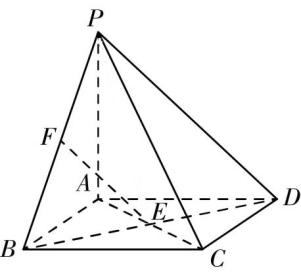
解：设棱台的高为，斜高为，设、分别是棱台的底面中心，、分别为底面正方形边的中点，过作于，则，，，设棱台的上底面边长为，下底面边长为，则，，棱台的侧面积等于两底面面积之和，，得，中，，，即棱台的高，该棱台的体积．答案为：．

14.如图，等腰直角三角形的斜边为正四面体的侧棱，，直角边绕斜边旋转一周，在旋转的过程中，三棱锥体积的取值范围是          ．

解：在图中，是的中点，是的中点，点在以为圆心，为半径的圆上运动，易知当，，三点共线，且在，之间时，三棱锥的体积最大，当运动到的位置时，的体积最小，在中，，，，，，，设，到平面的距离分别为，，则，，，所以三棱锥体积的最大值为，最小值为，三棱锥体积的取值范围是．故答案为：．

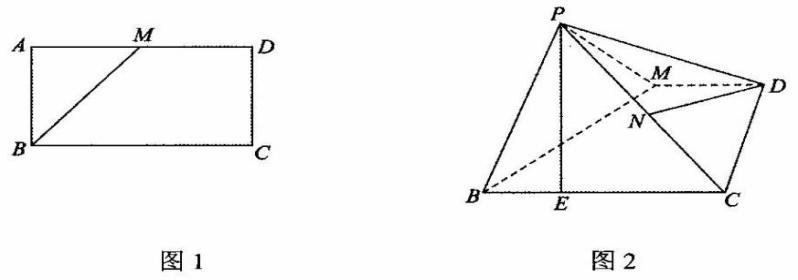
四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.解：，．  
日平均睡眠时长的众数的估计值是，日睡眠时长平均数的估计值是  
．  
根据样本，，，的四组人群比为，  
用分层抽样的方法抽取人，则日平均睡眠时长在的人群中应抽取人．

16.解：因为，所以，因为否则与矛盾，  
所以，所以；  
  
，因为，所以，  
所以当，即时，函数的最大值为．

17.证明：如图，连接，则，是的中点，  
又是的中点，所以为的中位线，所以，  
因为平面，平面，所以平面；  
因为是正方形，所以，又平面，平面，  
所以，又因为，平面，平面，所以平面，又平面，故平面平面．

18.解：，  
将函数的图象向右平移个单位长度后得到，  
根据题意可得为奇函数，所以，，所以，  
因为，所以．所以令，，  
即，，即当，时，单调递增，  
所以的单调递增区间为，  
因为，所以，因为，则，  
所以，所以．由余弦定理，又，所以，即，  
由正弦定理得，结合中，且在三角形中，有，  
所以因为，所以为钝角．  
结合，得，则，则，所以，则，  
所以，所以的取值范围是

19.解：Ⅰ取的中点，连接和．是的中位线，且，  
又且．，所以四边形是平行四边形，，平面，平面平面；  
Ⅱ存在点，当点与点重合，即时平面，  
理由如下：当点与点重合时，则，面，面，，  
又，且，平面，平面，平面，，  
又，，，面，当点与点重合，即时，平面；在矩形中作，垂足为点，延长交于点，折起后得．  
设，，，由∽得即，，，要使得点的射影落在线段上，则，则，  
在中，，  
，当且仅当即时，．当时，，，是的中点，所以点到平面的距离是点到平面距离的一半，又由知，当，即点与点重合时，平面，所以点到平面的距离是．