新版高中数学一题打天下

一题多问 一问多解

编著:林建彬(晋江二中) 微信公众号:高中数学资源大全

考点：三角函数

题干：已知函数 $f(x)=cos(2\omega x-\frac{\pi}{3})-2sin^2\omega x(\omega>0)$ 的图象相邻两对称中心的距离为 $\frac{\pi}{2}$

考向一：模型的建构

问题1：若 $f(x)=Asin(2\omega x+\varphi)+k$，求 A,k,ω,φ 的值；

问题2：若 $f(x)=Acos(2\omega x+\varphi)+k$，求 A,k,ω,φ 的值；

考向二：图象与变换

问题3：五点法画出 $y=f(x)$ 的图象，并说出如何由 $y=2sinxcosx$ 的图象变换得到 $y=f(x)$ 的图象；

问题4：先将 $y=f(x)$ 的图象上各点的横坐标伸长到原来的 4 倍（纵坐标不变），再将所得图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到 $g(x)$ 的图象，求 $g(x)$ 的解析式；

问题5： 若函数 $g(x)=f(x)-m$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上有两个零点，求 m 的取值范围并求此时两个零点之和；

考向三：周期性

问题6： 求 $f(2023\pi)$ 的值；

问题7： 求 $f(\frac{\pi}{3})+f(\frac{2\pi}{3})+f(\frac{3\pi}{3})+\cdots+f(\frac{2023\pi}{3})$；

问题8： 若对任意的 $x\in R$，存在 x_1,x_2 使得 $f(x_1)\leqslant f(x)\leqslant f(x_2)$ 成立，求 $|x_1-x_2|$ 的最小值；

考向四：单调性

问题9： 求函数 $f(x)$ 的单调区间；

问题10： 若将 $y=f(x)$ 图象上每个点的横坐标向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，并向上平移 1 个单位得到 $g(x)$ 的图象，求函数 $g(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上的减区间；

问题11： 若 $f(x)$ 在区间 $[0,m]$ 递增，求 m 的取值范围;

问题12： 若函数 $f(x)$ 在 $[-m,m]$ 递增，求 m 的取值范围；

问题13： 若 $f(x)$ 在区间 $[0,m]$ 不单调，求 m 的取值范围;

问题14： 将函数 $f(x)$ 的图象每个点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{t}(t>0)$ 倍，纵坐标不变得到 $g(x)$ 的图象，且 $g(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上递增，求 t 的取值范围；

问题15： 若 $f(x)$ 在区间 $[0,m]$ 递增，$[m,\frac{\pi}{2}]$ 递减，求 m 的值；

考向五：值域

问题16： 求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$ 上的最值，并指出取最值时的 x 的值；

问题17： 若对任意的 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，都有 $f(x)\geqslant a^2-\frac{7}{2}a$ 恒成立，求 a 的取值范围；

问题18： 若方程 $f(x)-m=0$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 有解，求 m 的取值范围；

问题19： 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，再向上平移 m 个单位得到 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为 $-\sqrt{3}$，求其最大值；

问题20： 当 $x\in[0,\pi]$ 时，求满足不等式 $f(x)\geqslant\frac{1}{2}$ 的 x 的取值范围；

问题21： 若 $f(x)$ 在区间 $[0,m]$ 的值域为 $[\frac{1}{2},\sqrt{3}-1]$，求 m 的取值范围；

问题22： 若将 $f(x)$ 图象每个点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{t}(t>0)$ 倍后在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上恰有 4 个最高点，求 t 的取值范围；

问题23： 将函数 $f(x)$ 的图象每个点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{t}(t>0)$ 倍，纵坐标不变得到 $g(x)$ 的图象，且对任意的 $x\in R$，都有 $g(x)\geqslant g(-\frac{\pi}{3})$，求 t 的最小值；

问题24： 将函数 $f(x)$ 的图象每个点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{t}(t>0)$ 倍，纵坐标不变得到 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为 $-\frac{5}{2}$，求 t 的值；

问题25： 将函数 $f(x)$ 的图象每个点的横坐标变为原来的 $\dfrac{1}{t}(t>0)$ 倍，纵坐标不变得到 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 在区间 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上的最小值为 $-\sqrt{3}-1$，求 t 的最小值；

问题26： 若 $f(x_1)f(x_2)=-2(x_1\neq x_2)$，求 $|x_1-x_2|$ 的最小值；

考向六: 对称性与奇偶性

问题27： 求函数 $f(x)$ 图象的对称轴方程和对称中心坐标；

问题28： 若对任意的 $x\in R$，都有 $f(\varphi+x)=f(\varphi-x)$，求 φ 的最小正值；

问题29： 若对任意的 $x\in R$，都有 $f(\varphi+x)=-2-f(\varphi-x)$，求 φ 的最小正值；

问题30： 若将 $f(x)$ 的图象向右平移 φ $(\varphi>0)$ 个单位得到一个偶函数，求 φ 的最小值；

问题31： 若 $h(x)$ 满足 $h(\frac{\pi}{12}+x)=h(\frac{\pi}{12}-x)$，且在某个闭区间内方程 $h(x)-f(x)=0$ 有 8 个，且依次为 x_1, x_2, $\cdots x_8$, 求所有根之和 $\sum\limits_{i=1}^{8}x_i$ 的值；

考向七：综合问题

问题32： 若 $f(x_0)=0, x_0\in[0,\frac{\pi}{2}]$, 求 $cos2x_0$ 的值；

问题33： 锐角三角形 $\triangle ABC$ 中，$f(A)=\frac{1}{2}$,$f(B)=0$,$f(C)$ 的值；