**江苏省仪征中学2023—2024学年度第二学期天天练3**

学校:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_考号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. 下列函数中，随着$x$的增大，增长速度最快的是(    )

A. $y=50(x\in Z)$ B. $y=100x$ C. $y=0.4×2^{x−1}$ D. $y=\frac{1}{10000}⋅e^{x}$

2. 如图，在平行四边形$ABCD$中，$M$是$AB$的中点，$DM$与$AC$交于点$N$，设$\vec{AB}=\vec{a}$，$\vec{AD}=\vec{b}$，则$\vec{BN}=$(    )
 A. $−\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$ B. $\frac{2}{3}\vec{a}−\frac{1}{3}\vec{b}$ C. $−\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$ D. $\frac{1}{3}\vec{a}−\frac{2}{3}\vec{b}$

3. （多选） 折扇又名“纸扇”是一种用竹木或象牙做扇骨，韧纸或者绫绢做扇面的能折叠的扇子$.$如图$1$，其平面图是如图$2$的扇形$AOB$，其中$∠AOB=150^{∘}$，$OA=2OC=2OD=2$，点$F$在弧$AB$上，且$∠BOF=120^{∘}$，点$E$在弧$CD$上运动$.$则下列结论正确的有(    )


A. $\vec{OD}⋅\vec{DA}=\sqrt{3}−1$ B. $\vec{OF}=λ\vec{OA}+m\vec{OB}$，则$λ+m=\sqrt{3}+1$
C. $\vec{OF}$在$\vec{DF}$方向上的投影向量为$\frac{5}{7}\vec{DF}$ D. $\vec{EF}⋅\vec{EB}$的最小值是$−3$

4. 已知$sinα=−\frac{12}{13}$，$α\in (π,\frac{3π}{2})$，则$tan\frac{α}{2}=$          ．

5. 已知$sinα−3cosα=0$，则$sin^{2}α+sin2α=$          ．

6. 已知$θ$为第二象限角，若$tan (θ+\frac{π}{4})=\frac{1}{2}$．

$(1)$求$tanθ$的值；

$(2)$求$cos2θ$的值．

**答案和解析3**

1.【答案】$D$ 解：指数函数呈爆炸式增长，$y=0.4×2^{x−1}$和$y=\frac{1}{10000}⋅e^{x}$虽然都是指数型函数，但$y=\frac{1}{10000}⋅e^{x}$的底数$e$较大些，增长速度更快．故选*D*．

  2.【答案】$A$ 解：依题意在平行四边形$ABCD$中，$AM//CD$，
又$M$是$AB$的中点，$DM$与$AC$交于点$N$，所以$△ANM$∽$△CND$，所以$\frac{AM}{CD}=\frac{AN}{CN}=\frac{1}{2}$，所以$\vec{AN}=\frac{1}{3}\vec{AC}$，所以$\vec{BN}=\vec{AN}−\vec{AB}=\frac{1}{3}\vec{AC}−\vec{AB}=\frac{1}{3}(\vec{AB}+\vec{AD})−\vec{AB}=\frac{1}{3}\vec{AD}−\frac{2}{3}\vec{AB}=\frac{1}{3}\vec{b}−\frac{2}{3}\vec{a}$．故本题选*A*．

  3.【答案】$BCD$ 对于$A$：$\vec{OD}·\vec{DA}=\vec{OD}·(\vec{OA}−\vec{OD})=\vec{OD}·\vec{OA}−\vec{OD}^{2}=2cos150°−1=−\sqrt{3}−1$；
对于$B$：由题：$\vec{OA}·\vec{OF}=2·2·cos30°=2\sqrt{3}$，又$\vec{OF}=λ\vec{OA}+m\vec{OB}$

所以，$\vec{OA}·\vec{OF}=\vec{OA}(λ\vec{OA}+m\vec{OB})=λ\vec{OA}^{2}+m\vec{OA}·\vec{OB}=4λ−2\sqrt{3}m$，故$4λ−2\sqrt{3}m=2\sqrt{3}①;$

同理：$\vec{OB}·\vec{OF}=−2=4m−2\sqrt{3}λ②$，联立$①②$可得：$m=1,λ=\sqrt{3}$，从而$λ+m=\sqrt{3}+1$；

对于$C$：在$ΔODF$中由余弦定理：$cos120°=\frac{OD^{2}+OF^{2}−DF^{2}}{2·OD·OF}=−\frac{1}{2}$，得$DF=\sqrt{7}$；

由正弦定理，$\frac{\sqrt{7}}{sin120°}=\frac{1}{sin∠OFD}$，得$sin∠OFD=\frac{\sqrt{21}}{14};$

故$\vec{OF}$在$\vec{DF}$方向上的投影向量为：$|\vec{OF|}cos∠OFD\frac{\vec{DF}}{|\vec{DF}|}=\frac{10}{14}\vec{DF}=\frac{5}{7}\vec{DF};$
对于$D$：$\overset{\to }{EF}·\overset{\to }{EB}=(\overset{\to }{OF}−\overset{\to }{OE})·(\overset{\to }{OB}−\overset{\to }{OE})=\overset{\to }{OF}·\overline{OB}−\overset{\to }{OF}·\overset{\to }{OE}−\overset{\to }{OE}·\overset{\to }{OB}+\overset{\to }{OE}^{2}=−1−2cos⁡(∠EOF−\frac{π}{3})∠EOF\in (0,\frac{2π}{3})$，故$\vec{EF}⋅\vec{EB}$的最小值是$−3$．

  4.【答案】$−\frac{3}{2}$ 解：因为$sinα=−\frac{12}{13}$，$α\in (π,\frac{3π}{2})$，所以$cosα=−\frac{5}{13}$．
因为$α\in (π,\frac{3π}{2})$，所以$\frac{α}{2}\in (\frac{π}{2},\frac{3π}{4})$，所以$tan\frac{α}{2}<0$，所以$tan\frac{α}{2}=\sqrt{\frac{1−cosα}{1+cosα}}=−\frac{3}{2}$．

  5.【答案】$\frac{3}{2}$ 解：因为$sinα−3cosα=0$，所以$tanα=\frac{sinα}{cosα}=3$，所以$sin^{2}α+sin2α=sin^{2}α+2sinαcosα=\frac{sin^{2}α+2sinαcosα}{sin^{2}α+cos^{2}α}=\frac{tan^{2}α+2tanα}{tan^{2}α+1}=\frac{3^{2}+2×3}{3^{2}+1}=\frac{3}{2}$

故答案为：$\frac{3}{2}$．

  6.【答案】解：$(1)$因为$tan$ $\left(θ+\frac{π}{4}\right)=\frac{1}{2}$，$θ$为第二象限角，
所以$tan θ=tan$ $\left[\left(θ+\frac{π}{4}\right)−\frac{π}{4}\right]=\frac{tan \left(θ+\frac{π}{4}\right)−tan \frac{π}{4}}{1+tan \left(θ+\frac{π}{4}\right)tan \frac{π}{4}}=\frac{\frac{1}{2}−1}{1+\frac{1}{2}×1}=−\frac{1}{3}$，
$(2)$由$(1)$得$tan θ=−\frac{1}{3}$，即$sin θ=−\frac{1}{3}cos θ$，又因为$sin^{2}θ+cos^{2}θ=1$，
所以$\frac{1}{9}cos^{2}θ+cos^{2}θ=1$，$cos^{2}θ=\frac{9}{10}$，则$cos2θ=2cos^{2}θ−1=\frac{4}{5}$．