**江苏省仪征中学2023-2024学年第一学期期末复习练习（2）**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合，则(    )

A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】【分析】

本题考查集合的交集运算，属于基础题．
由交集的定义即可求解．

【解答】
解： 因为，
所以．
故选*C*．

2.已知，，，，则“关于的不等式有解”是“”的(    )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】*B*

【解析】【分析】

本题考查与一元二次不等式的关系，考查充分条件、必要条件的判断，属于基础题．
根据一元二次不等式解法及充要条件的定义求解即可．

【解答】
解：当，时，不等式恒成立，不等式有解，充分性不成立，
，当时，二次函数的图象与轴有两个不同的交点，不等式有解，必要性成立，
关于的不等式有解是的必要不充分条件，
故选*B*．

3.若，则(    )

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】【分析】

本题考查诱导公式的运用，属于基础题．
利用诱导公式即可得到结果．

【解答】

解：，，

．

故选：

4.下列不等式推理正确的是
(    )

A. 若，则 B. 若，则
C. 若，，则 D. 若，则

【答案】*D*

【解析】【分析】

本题考查了不等式的基本性质，属于基础题．
根据不等式的性质及特殊值法，逐项判断即可．

【解答】
解：当，，时，，排除
若，则，则，排除；
若，，，，满足，，则，故*C*错误
若 ，则，则，则，故*D*正确．
故选：．

5.函数的部分图象大致为
(    )

A.  B. 
C.  D. 

【答案】*A*

【解析】【分析】

本题考查函数图象的应用，考查函数的定义域，奇偶性，对称性的判断．
由题可得函数为奇函数，当时，，即可判断．

【解答】解：，，，定义域关于原点对称，
，
所以函数为奇函数，所以其图象关于原点成中心对称，所以选项 *C*错误
又当时，，所以选项*BD*错误．
故选：．

6.碳是碳元素的一种同位素，具有放射性活体生物组织内的碳质量大致不变，当生物死亡后，其组织内的碳开始衰减已知碳的半衰期为年，即生物死亡年后，碳所剩质量，其中为活体生物组织内碳的质量科学家一般利用碳这一特性测定生物处亡年代年科学家在我国发现的某生物遗体中碳的质量约为原始质量的倍，已知，则根据所给的数据可推断该生物死亡的朝代为
(    )

A. 金公元年 B. 元公元年
C. 明公元年 D. 清公元年

【答案】*B*

【解析】【分析】

本题考查指数函数的应用和指数的运算性质，属于中档题．

【解答】

解析由题意知，又，
，

，
所以该生物死亡的朝代为元．

7.已知函数其中，若对于一切恒成立，则的单调递增区间是
(    )

A. B.
C. D.

【答案】*B*

【解析】【分析】

本题考查函数的图象与性质，属于中档题；
先由三角函数的最值得，由其范围求得函数的解析式，进而可得单调增区间．

【解答】

解：因为对任意恒成立，
所以，
则为函数的最大值，
即，，
所以，，

又因为，
所以，
所以，

令，
解得，
所以的单调递增区间是；

故选*B*．

8.已知是定义在上的奇函数，当时，函数，如果对于任意，存在，使得，则实数的取值范围是  
(    )

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】【分析】

利用的奇偶性及指数函数的单调性求出当时的值域，由二次函数的单调性求出在上的值域，由题意知，列出不等式组求解即可．

【解答】
解：当时，，因为是定义在上的奇函数，所以，
当时，，
记，，其图象的对称轴为，
所以函数在上单调递减，在上单调递增，
所以，，
即当时，，
记，对于任意，存在，使得等价于，
所以，解得．
故选*A*．

二、多选题：本题共**4**小题，共**20**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.下列说法正确的是(    )

A. 若，则函数的最小值为
B. 若，则函数的最小值为
C. 函数的最小值为
D. 若，且，则的最小值为

【答案】*BCD*

【解析】【分析】

本题考查基本不等式求最值，属于基础题．
利用基本不等式逐个判断即可．

【解答】
解：当且仅当时，取等号错
，当且仅当，时，，*B*正确
，
当且仅当时，，*C*正确
，
当且仅当，时，，*D*正确，
故本题选*BCD*．

10.给出下列四个命题：

函数的一条对称轴是；
函数的图象关于点对称；

正弦函数在第一象限为增函数；
若，则，其中．

其中正确的有
(    )

A. B. C. D.

【答案】*AB*

【解析】【分析】

本题考查了正弦函数的性质和正切函数的性质，属于基础题．
根据正弦函数的性质和正切函数的性质进行逐一判断即可．

【解答】
解：当时，，取得最大值，故正确；
由正切函数的性质可知，函数图象的对称中心是，，
当时，函数图象关于点对称，故正确；
例如，而，故错误；
若，
可得，即，，
或，
即，，故错误．
故选*AB*．

11.以下说法正确的有
(    )

A. 函数的减区间是．
B. 若函数在单调递增，则的取值范围为．
C. 函数在上为增函数，且，则实数的取值范围是．
D. 函数的单调减区间是．

【答案】*AC*

【解析】【分析】

本题主要考查了函数的单调性，属于中档题．
利用二次函数的单调性得出*A*正确；利用二次函数的对称轴得出判断*B*错误；利用函数的单调性得出判断*C*正确；利用函数的平移和反比例函数的单调性判断*D*错误．

【解答】
解：函数的对称轴为，抛物线开口向上，所以函数的减区间是，故*A*正确；
*B*.若函数在单调递增，则，即，故*B*错误；
*C*.函数在上为增函数，且，则，解得：，所以实数的取值范围是，故*C*正确；
*D*.函数可以看作是函数向右平移一个单位得到，所以函数单调减区间是，故*D*错误．
故选*AC*．

12.设函数和，若两函数在区间上的单调性相同，则把区间叫做的“稳定区间”，已知区间为函数的“稳定区间”，则实数的可能取值是  
(    )

A. B. C. D.

【答案】*AB*

【解析】【分析】

本题考查函数的单调性以及不等式恒成立问题，以及指数函数的性质
由题意，可得函数与函数在区间上同增或者同减，从而根据若两函数在区间上单调递增，若两函数在区间上单调递减，分类讨论，列出关于的不等式组，解之即可．

【解答】
解：由题意得与在区间上同增或同减．
若同增，则在区间上恒成立，即所以．
若同减，则在区间上恒成立，即，无解，
综上，实数的取值范围是，所以，选项符合题意．
故选*AB*．

三、填空题：本题共**4**小题，每小题**5**分，共**20**分。

13.已知，，则          ．

【答案】

【解析】【分析】

本题考查了同角三角函数的基本关系式的应用，属于基础题．
利用同角三角函数的基本关系，把两边平方，可解得的值，进而可求的值，代入中求解即可．

【解答】
解：，
两边平方可得，
即，
，
又，则，，
则，
，
故答案为：．

14.若不等式对任意恒成立，则实数的取值范围是          ．

【答案】

【解析】【分析】

本题考查利用基本不等式求最值及一元二次不等式求解，属于中档题目．
利用基本不等式求得的最小值，根据求解即可．

【解答】

解：根据题意，由于不等式对任意，恒成立，

则，

因为，当且仅当时等号成立，

所以，解得，

所以的取值范围是．

故答案为．

15.摩天轮是一种大型转轮状的机械建筑设施．如图，一座摩天轮的直径为，到达最高点时，距离地面的高度为该摩天轮设置有个座舱，开启后按逆时针方向匀速旋转，游客在座舱转到距离地面最近的位置进舱，转一周大约需要游客甲坐上摩天轮的座舱，开始转到后距离地面的高度为，则转到后距离地面的高度为          ．


【答案】

【解析】【分析】

本题主要考查三角函数模型的应用，考查函数中各量的几何意义，属于中档题．
根据题意求出函数解析式，再由得出离地高度即可．

【解答】
解：如图，设座舱距离地面最近的位置为点，以轴心为原点，与地面平行的直线为轴，建立直角坐标系．



设时，游客甲位于点，以为终边的角为；

根据摩天轮转一周大约需要，

可知座舱转动的角速度约为，

由题意可得，．

当时，．
故答案为．

16.已知函数，若在既有最大值又有最小值，则实数的取值范围为          ．

【答案】

【解析】【分析】

本题考查分段函数的求值问题，函数的最值，属于中档题．
作出函数图像，观察图像可得结果．

【解答】

解： 

令，，得，

，，得，

若在既有最大值又有最小值，则

实数的取值范围为．

故答案为：．

四、解答题：本题共**6**小题，共**72**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.本小题分
计算：

【答案】解：

．

【解析】本题主要考查了指数、对数的混合运算，掌握指数、对数运算法则是解决此类问题的关键，属基础题．
利用指数幂的运算法则进行计算即可；
利用指数及对数的运算法则进行计算即可．

18.本小题分
已知集合，．
当时，求；
设：，：，若是的必要不充分条件，求实数的取值范围．

【答案】解：由题意得，，．
时，，
．
因为：，：，若是的必要不充分条件，
则，所以等号不能同时成立，
经验证，时，满足条件，
解之得，
所以实数的取值范围是．

【解析】本题考查了充分、必要、充要条件与集合的关系，并集运算，属于中档题．
先化简两个集合，当时，求出集合，依据并集的定义求并集，
若是的必要不充分条件，则，得到关于参数的不等式，解不等式即可得到实数的取值范围．

19.本小题分

已知，

Ⅰ化简，并求的值

Ⅱ若，求的值

Ⅲ若，，求的值．

【答案】解：，
．
，
．
，，
，可得：，，
．

【解析】本题主要考查了诱导公式，同角三角函数基本关系式，特殊角的三角函数值在三角函数化简求值中的应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题．
利用诱导公式，同角三角函数基本关系式化简可求，利用特殊角的三角函数值即可计算求解．
利用同角三角函数基本关系式即可化简求值得解．
由已知可求得：，，利用同角三角函数基本关系式即可求解．

20.本小题分
已知函数定义域为，若对任意的，都有，且时，．

判断的奇偶性；

讨论的区间上的单调性；

设，若，对所有，恒成立，求实数的取值范围．

【答案】解：因为有，

令，得，

所以，

令可得：，

所以，所以为奇函数．

由题意设，

因为是定义在上的奇函数，

则

因为时，有，

所以，即．

所以是在上为单调递减函数；

因为在上为单调递减函数，

所以在上的最大值为，

所以要使，对所有恒成立，

只要，即，

令

由得

所以或．

【解析】本题考查抽象函数的奇偶性，单调性，不等式恒成立问题，不等式的解法，属于较难题．
首先令得到，再令得到，即可判断函数是奇函数．

首先设任意，根据题意得到，即可证明．

根据题意得到的最大值为，再根据恒成立求解即可．

21.本小题分

已知函数的部分图象如图所示．



求的解析式及对称中心；

先将的图象纵坐标缩短到原来的倍，再向右平移个单位后得到的图象，求函数在上的单调减区间和最值．

【答案】解：根据函数的部分图象，

可得，，．

由于，又，，故有．

由，可得，

故函数的对称中心为，；

先将的图象纵坐标缩短到原来的，可得的图象，

再向右平移个单位，得到的图象，

即，

令，，解得，，

可得的减区间为，，

结合，可得在上的单调递减区间为．

又，故当，时，取得最大值，即；

当，时，取得最小值，即．

【解析】本题考查由部分图象求三角函数的解析式，考查三角函数的图象与性质，属于中档题．
由函数的图象的顶点坐标求出，由周期求出，代入最值点求出的值，可得的解析式，再利用三角函数的图象的对称性，得出结论；

由题意利用函数的图象变换规律，求得的解析式，再利用余弦函数的性质，得出结论．

22.本小题分

设函数的定义域为，若存在，使得成立，则称在定义域上存在不动点是的一个“不动点”已知函数．

Ⅰ若函数在区间上存在不动点，求实数的取值范围；

Ⅱ设函数，若，都有成立，求实数的取值范围．

【答案】解：Ⅰ由题意知，，即在上有解，

令，，则，
则在上有解，
即在上有解，

根据对勾函数的图象与性质得，在上单调递减，在上单调递增，
则，

则，所以
故实数的取值范围为；

Ⅱ，则，

则，

又在上是减函数，则，
则，

，
令，，则，
所以，

则 ，

易知函数在上单调递增，则；
函数在上单调递减，则，

所以，解得 ．

故实数的取值范围为．

【解析】本题考查了函数恒成立问题、函数的基本性质等知识，理解所给的不动点这个概念是解题的关键，属于较难题．
Ⅰ由题意知，即在上有解，令，则在上有解，分离参数求解即可；

Ⅱ由，即，

可得，求出的值域，得出，利用换元法求解即可．