江苏省仪征中学2023-2024学年第一学期周末练习2

高一数学

一．单项选择题（本大题共4小题，每小题5分，共计20分。每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的。请把正确答案的选项填涂在答题卡相应位置上。）

1. 已知集合$M=\{(x,y)|y=3x^{2}\}$，$N=\{(x,y)|y=5x\}$，则$M∩N$中的元素个数为 (    )

A. $0$ B. $1$ C. $2$ D. $3$

【答案】*C*

【解析】【分析】

本题考查集合的交集运算和集合中元素个数，是基础题．

【解答】
由集合$M=\{(x,y)|y=3x^{2}\}$，
$N=\{(x,y)|y=5x\}$，
联立$\left\{\begin{matrix}y=3x^{2}\\y=5x\end{matrix}\right.$，得$\left\{\begin{matrix}x=0\\y=0\end{matrix}\right.$或$\left\{\begin{matrix}x=\frac{5}{3}\\y=\frac{25}{3}\end{matrix}\right.$，
$∴M∩N=\{(0,0)$，$(\frac{5}{3},\frac{25}{3})\}$．
$∴M∩N$的元素个数是$2$．
故选*C*．

2. 下列命题是假命题的有(    )

A. 若$x\in A$，那么$x\in A∩B$ B. 若$x\in A∩B$，那么$x\in A$
C. 若$x\in A∩B$，那么$x\in A∪B$ D. 若$x\in A$，那么$x\in A∪B$

【答案】*A*

【解析】【分析】

本题考查集合的运算，考查交集、并集定义和元素与集合的关系等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．
利用交集、并集定义和元素与集合的关系直接求解．

【解答】
解：对于$A$，若$x\in A$，那么$x$可能不属于$B$，故*A*错误；
对于$B$，若$x\in A∩B$，则$x$是集合$A$和$B$的公共元素，那么$x\in A$，故*B*正确；
对于$C$，若$x\in A∩B$，那么$x\in A∪B$，故*C*正确；
对于$D$，若$x\in A$，那么$x\in A∪B$，故*D*正确．
故选*A*．

3. 设$a\in R$，则“$a>1$”是“$a^{2}>a$”的(    )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】*A*

【解析】【分析】

本题考查了充分、必要、充要条件的判断，属于基础题．
由$a>1⇒a^{2}>a$，而$a^{2}>a⇒a<0$或$a> 1$，即可得出答案．

【解答】
解：易知$a>1⇒a^{2}>a$，而$a^{2}>a⇒a<0$或$a> 1$，
所以“$a>1$”是“$a^{2}>a$”的充分不必要条件，
故选*A*．

4. 某中学的学生积极参加体育锻炼，其中有$96\%$的学生喜欢足球或游泳，$60\%$的学生喜欢足球，$82\%$的学生喜欢游泳，则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例为(    )

A. $62\%$ B. $56\%$ C. $46\%$ D. $42\%$

【答案】*C*

【解析】【分析】

本题考查韦恩图的应用，熟练掌握韦恩图中各集合的关系是解题关键．
根据韦恩图中集合的关系运算即可．

【解答】

解：由题意可得如下所示韦恩图：

所求比例为：$60\%+82\%−96\%=46\%$，
故答案为：$46\%$．

故答案为：$C$．

二、多选题（本大题共**3**小题，共**15.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

5. 下列“若$p$，则$q$”形式的命题中，$p$是$q$的必要条件的有(    )

A. 若$x$，$y$是偶数，则$x+y$是偶数
B. 若$a<2$，则方程$x^{2}−2x+a=0$有实根
C. 若四边形的对角线互相垂直，则这个四边形是菱形
D. 若$ab=0$，则$a=0$

【答案】*BCD*

【解析】【分析】

本题考察必要条件的判断，属于基础题．
结合选项，逐个判断即可．

【解答】
解：$x+y$是偶数不一定能推出$x$，$y$是偶数，因为$x$，$y$可以是奇数，$A$不符合题意$;$当方程$x^{2}−2x+a=0$有实根时，则有$(−2)^{2}−4a\geq 0⇒a\leq $ $1$，显然能推出$a<2$，$B$符合题意$;$因为菱形对角线互相垂直，所以由四边形是菱形能推出四边形的对角线互相垂直，$C$符合题意$;$显然由$a=0$能推出$ab=0$，所以$D$符合题意．

6. 下列命题中是假命题的是(    )

A. $∀x\in R$，$x^{3}\geq 0$ B. $∃x\_{0}\in R$，$x\_{0}^{3}=3$
C. $∀x\in Q$，$x^{3}\geq 1$ D. $∃x\_{0}\in N$，$x\_{0}^{3}=3$

【答案】*ACD*

【解析】【分析】

本题考查命题真假的判断，存在量词命题与全称量词命题真假的判断，属于中档题．
举反例可判断$AC$；根据方程的根可判断$BD$．

【解答】
解：当$x=−1$时，$x^{3}<0$，所以$∀x\in R$，$x^{3}\geq 0$不正确，所以$A$是假命题；
当$x\_{0}=\sqrt[3]{3}$时，$x\_{0}^{3}=3$，所以$∃x\_{0}\in R$，$x\_{0}^{3}=3$，正确；所以$B$是真命题；
当$x=0$时，$x^{3}=0<1$，所以$∀x\in Q$，$x^{3}\geq 1$不正确，所以$C$是假命题；
当且仅当$x\_{0}=\sqrt[3]{3}$时，$x\_{0}^{3}=3$，又$\sqrt[3]{3}\notin N$，所以$∃x\_{0}\in N$，$x\_{0}^{3}=3$不正确，所以$D$是假命题．
故选*ACD*．

7.下面选项中正确的有(    )

A. 命题“$∃x\geq 2$，$x^{2}\geq 4$”的否定是“$∀x<2$，$x^{2}<4$”
B. 命题“$∀x\in R$，$x^{2}+x+1<0$”的否定是“$∃x\in R$，$x^{2}+x+1\geq 0$”
C. “$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充要条件
D. 设$a$，$b\in R$，则“$a\ne 0$”是“$ab\ne 0$”的必要不充分条件

【答案】*BD*

【解析】【分析】

利用命题的否定，判断$A$，$B$的正误；利用充分条件、必要条件的定义及不等式的性质，判断$C$，$D$的正误即可．
本题考查命题的真假的判断与应用，考查命题的否定，充分必要条件的应用，不等式的性质，是中档题．

【解答】
解：对于选项*A*，存在量词命题的否定是全称量词命题，
“$∃x\geq 2$，$x^{2}\geq 4$”的否定是“$∀x\geq 2$，$x^{2}<4$”，故*A*错误；
对于选项*B*，全称量词命题的否定是存在量词命题，
“$∀x\in R$，$x^{2}+x+1<0$”的否定是“$∃x\in R$，$x^{2}+x+1\geq 0$”，故*B*正确；
对于选项*C*，$\frac{1}{a}<1⇔\frac{a−1}{a}>0⇔a(a−1)>0⇔a<0$或$a>1$，
则“$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件，故*C*错误；
对于选项*D*，$ab\ne 0⇔a\ne 0$且$b\ne 0$，
则“$a\ne 0$“是“$ab\ne 0$“的必要不充分条件，故*D*正确．
故选：$BD$．

三、填空题（本大题共**3**小题，共**15.0**分）

8. 已知集合$A=\{−2,1\}$，$B=\{x|ax=2\}$，若$A∩B=B$，则实数$a$值集合为          ．

【答案】$\left\{0,−1,2\right\}$

【解析】【分析】

本题主要考查了集合中元素的性质，空集的概念，集合关系中的参数取值问题，交集及其运算，属于基础题．
先根据题意得出$B⊆A$，则根据$A$的子集从而讨论$B$的情况，每种情况都讨论$a$的取值，进而求出答案．

【解答】
解：因为$A∩B=B$，故$B⊆A$；
则$A=\{−2,1\}$的子集有$⌀,\left\{−2\right\},\left\{1\right\},\left\{−2,1\right\}$，
当$B=⌀$时，显然有$a=0$；
当$B=\left\{−2\right\}$时，$−2a=2⇒a=−1;$
当$B=\left\{1\right\}$，$a·1=2⇒a=2;$
当$B=\left\{−2,1\right\}$，$a$不存在，
所以实数$a$的集合为$\left\{0,−1,2\right\}$．
故答案为：$\left\{0,−1,2\right\}$．

9. “$x>1$”是“$x^{2}>1$”的          条件$($填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”$)$

【答案】充分不必要

【解析】【分析】

本题主要考查充分条件和必要条件的应用，属于基础题．
利用充分条件和必要条件的定义进行判断．

【解答】
解：由$x^{2}>1$得$x>1$或$x<−1$．
$∴$“$x>1$”是“$x^{2}>1$”的充分不必要条件．
故答案为：充分不必要．

10. 已知“$∃x\_{0}\in R$，使得$2x^{2}+ax+\frac{1}{2}\leq 0$”是假命题，则实数的$a$取值范围为          ．

【答案】$(−2,2)$

【解析】【分析】

本题考查了命题的否定，命题的真假，不等式恒成立问题，是基础题．
写出该命题的否定命题，利用判别式$Δ<0$，即可求得$a$的取值范围．

【解答】解：“$∃x\_{0}\in R$，使得$2x^{2}+ax+\frac{1}{2}\leq 0$”是假命题，
所以它的否定命题：“$∀x\in R$，使得$2x^{2}+ax+\frac{1}{2}>0$”是真命题，
所以$Δ=a^{2}−4×2×\frac{1}{2}<0$，解得$−2<a<2$，
所以实数的$a$取值范围是$(−2,2)$．
故答案为：$(−2,2)$．

四、解答题（本大题共**3**小题，共**36.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

11. $($本小题$12.0$分$)$

已知集合$P=\{x|a+1\leq x\leq 2a+1\}$，$Q=\{x|−2\leq x\leq 5\}$．

$(1)$若$a=3$，求$(∁\_{R}P)∩Q$；

$(2)$若“$x\in P$”是“$x\in Q$”充分不必要条件，求实数$a$的取值范围．

【答案】解：$(1)$当$a=3$时，$P=\{x|4\leq x\leq 7\}$，$(∁\_{R}P)=\{x|x<4$或$x>7\}$，
因为$Q=\{x|−2\leq x\leq 5\}$，
所以$(∁\_{R}P)∩Q=\{x|−2\leq x<4\}$；
$(2)$若“$x\in P$”是“$x\in Q$”的充分不必要条件，
即$P⫋Q$，
当$a+1>2a+1$时，$a<0$，此时$P=⌀$，满足$P⫋Q$，
当$P\ne ⌀$时，则$2a+1\geq a+1$，即$a\geq 0$，
且$\left\{\begin{matrix}2a+1\leq 5\\a+1\geq −2\end{matrix}\right.$，等号不能同时取，
解得：$0\leq a\leq 2$，
即实数$a$的取值范围为$a\leq 2$．

【解析】本题考查了集合的运算，充分、必要条件与集合的包含关系，属于基础题；
$(1)$当$a=3$时，可得$P=\{x|4\leq x\leq 7\}$，则$(∁\_{R}P)=\{x|x<4$或$x>7\}$，然后求交集即可；
$(2)$由充分、必要条件与集合的包含关系可得$P⫋Q$，然后考虑$P=⌀$和$P\ne ⌀$两种情况分别求解即可．

12. $($本小题$12.0$分$)$

已知集合$A=\{x|x^{2}−3x+2=0\}$，$B=\{x|x^{2}−ax+a−1=0\}$，
$C=\{x|x^{2}−mx+2=0\}$．
$(1)$命题$p$：“$∀x\in B$，都有$x\in A$”，若命题$p$为真命题，求实数$a$的值；
$(2)$若是的必要条件，求实数$m$的取值范围．

【答案】解：因为$A=\{x|x^{2}−3x+2=0\}=\{1,2\}$，

$(1)$因为命题$p$：“$∀x\in B$，都有$x\in A$”为真命题，

所以$B⊆A$，

因为$B=\{x|x^{2}−ax+a−1=0\}=\{x|(x−1)(x−a+1)=0\}$，则$B\ne ⌀$，

当$a−1=1$即$a=2$时，$B=\{1\}$符合题意，

当$a−1\ne 1$即$a\ne 2$时，$B=\{1,a−1\}$，因为$B⊆A$，所以$a−1=2$，所以$a=3$，

综上，若命题$p$为真命题，则实数$a$的值为$2$或$3$．

$(2)$ 若是的必要条件，则$C⊆A$，

所以$C=⌀$或$C=\{1\}$或$C=\{2\}$或$C=\{1,2\}.$

当$C=⌀$时，$Δ=m^{2}−8<0$，所以$−2\sqrt[ ]{2}<m<2\sqrt[ ]{2}$；

当$C=\{1\}$时，$\left\{\begin{matrix}Δ=m^{2}−8=0\\1^{2}−m+2=0\end{matrix}\right.,$无解；

当$C=\{2\}$时，$\left\{\begin{matrix}Δ=m^{2}−8=0\\2^{2}−2m+2=0\end{matrix}\right.,$无解；

当$C=\{1,2\}$时，$\left\{\begin{matrix}Δ>0\\1+2=m\\1×2=2\end{matrix}\right.$，所以$m=3$．

综上，若$x\in A$是$x\in C$的必要条件，则实数$m$的取值范围为$\left\{m\left|−2\sqrt[ ]{2}<m<2\sqrt[ ]{2}或m=3\right.\right\}$．

【解析】本题考查了元素与集合、集合与集合之间的关系，充分条件、必要条件等，考查了分类讨论的思想以及推理能力与计算能力，属于基础题．
$(1)$先由题意化简$A=\{1,2\}$ ，再由命题$p$为真命题，得$B⊆A$，可得$B\ne ⌀$ ，再对$B$集合所有可能进行讨论得$a$值$.$
$(2)$由题意得$C⊆A$ ，对集合$C$所有可能进行讨论，得实数$m$的取值范围．

1. $($本小题$12.0$分$)$

已知集合$A=\left\{\left.x\right|\left(x−a\right)\left(x−a−2\right)\leq 0\right\}$，$B=\left\{\left.x\right|x^{2}+x−2<0\right\}$．

$(1)$若$a=0$，求$A∩(∁\_{R}B)$；

$(2)$若命题$P$：“$∀x\in A$，$x\notin B$”是真命题，求实数$a$的取值范围．

【答案】解：$(1)$当$a=0$时，$A=\{x|x(x−2)\leq 0\}=\{x|0\leq x\leq 2\}$，
$B=\{x|x^{2}+x−2<0\}=\{x|−2<x<1\}$，
则$∁\_{R}B=\{x|x\leq −2$或$x\geq 1\}$，
$A∩(∁\_{R}B)=\{x|1\leq x\leq 2\}$；
$(2)B=\{x|−2<x<1\}$，$∁\_{R}B=\{x|x\leq −2$或$x\geq 1\}$，
由命题$P:$“$∀x\in A$，$x\notin B$”是真命题可知：$A⊆(∁\_{R}B)$，
$A=\{x|(x−a)(x−a−2)\leq 0\}=\{x|a\leq x\leq a+2\}$，
故$a+2\leq −2$或$a\geq 1$，解得：$a\leq −4$或$a\geq 1.$
实数$a$的取值范围为：$a\leq −4$或$a\geq 1.$

【解析】本题考查集合的运算，考查子集、交集定义、不等式性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

14. $($本小题$14.0$分$)$

已知命题：“$∃x\in \{x|−1<x<1\}$，使等式$x^{2}−x−m=0$成立”是真命题，
$(1)$求实数$m$的取值集合$M$；
$(2)$设不等式$(x−a)(x+a−2)<0$的解集为$N$，若$x\in N$是$x\in M$的必要条件，求$a$的取值范围．

【答案】解：$(1)$命题：“$∃x\in \{x|−1<x<1\}$，使等式$x^{2}−x−m=0$成立”是真命题，
等价于$∃x\in \{x|−1<x<1\}$，使得$m=x^{2}−x=(x−\frac{1}{2})^{2}−\frac{1}{4}$，
$∵−1<x<1$，
$∴−\frac{1}{4}\leq m<2$，
$$M=\{m|−\frac{1}{4}\leq m<2\}.$$

$(2)$若$x\in N$是$x\in M$的必要条件，则$M⊆N$，
$①$当$a>2−a$，即$a>1$时，$N=\{x|2−a<x<a\}$，
则$\left\{\begin{matrix}2−a<−\frac{1}{4}\\a\geq 2\\a>1\end{matrix}\right.$，解得$a>\frac{9}{4}$；
$②$当$a<2−a$，即$a<1$时，$N=\{x|a<x<2−a\}$，
则$\left\{\begin{matrix}a<1\\a<−\frac{1}{4}\\2−a\geq 2\end{matrix}\right.$，解得$a<−\frac{1}{4}$；
$③$当$a=2−a$即$a=1$时，$N=⌀$，此时不满足条件，
综上可得，$a$的取值范围是$(−\infty ,−\frac{1}{4})∪(\frac{9}{4},+\infty )$．

【解析】本题主要考查了二次函数的性质，二次不等式求解，集合之间包含关系的应用，考查了分类讨论思想．
$(1)$利用参数分离法将$m$用$x$表示，结合二次函数的性质求出$m$的取值范围，从而可求集合$M$；
$(2)$若$x\in N$是$x\in M$的必要条件，则$M⊆N$，分类讨论即可求解，

$(1)$由一元二次不等式的解，得出集合$A$，$B$，然后根据集合的交和补运算即可求解．
$(2)$将命题$P$为真，转化为集合之间的包含关系．