江苏省仪征中学2023-2024学年第一学期周末练习3

高一数学

一．单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共计40分。每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的。请把正确答案的选项填涂在答题卡相应位置上。

1.已知集合$U=\{x|x\in N$，且$x\leq 5\}$，$A=\{2,4\}$，$B=\{2,3\}$，则$∁\_{U}(A∪B)=$

A. $\{1,5\}$ B. $\{2\}$ C. $\{0,1,5\}$ D. $\{3,4\}$

2.“红豆生南国，春来发几枝．愿君多采撷，此物最相思．”这是唐代诗人王维的$《$相思$》$诗，在这$4$句诗中，哪句可作为命题(    )

A. 红豆生南国 B. 春来发几枝 C. 愿君多采撷 D. 此物最相思

3.下列各式中，正确的个数是(    )
$①\left\{\begin{matrix}0\end{matrix}\right.\}\in \left\{\begin{matrix}0,1,2\end{matrix}\right.\}$；$②\left\{\begin{matrix}0,1,2\end{matrix}\right.\}⊆\left\{\begin{matrix}2,1,0\end{matrix}\right.\}$；$③ ∅⊆\left\{\begin{matrix}0,1,2\end{matrix}\right\}$；$④\left\{\begin{matrix}0,1\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}\left(0,1\right)\end{matrix}\right\}$；$⑤0=\left\{\begin{matrix}0\end{matrix}\right\}$．

A. $1$ B. $2$ C. $3$ D. $4$

4.在下列给出的四个命题中，为真命题的是(    )

A. $∀a\in R$，$∃b\in Q$，$a^{2}+b^{2}=0$ B. $∀n\in Z$，$∃m\in Z$，$nm=m$
C. $∀n\in Z$，$∃m\in Z$，$n>m^{2}$ D. $∀a\in R$，$∃b\in Q$，$a^{2}+b^{2}=1$

5. 已知$a$，$b$是实数，且$a⋅b\ne 0$，则“$a+b>0$”是“$a+b\geq 2\sqrt[ ]{ab}$”的(    )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6.下列命题正确的是(    )

A. 若$a>b$，则$(a−b)c>(b−a)c$ B. 若$a>b$，$c>d$，则$ac>bd$
C. 若$ac>bc$，则$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$ D. 若$a>b$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

7. 已知正实数$x$，$y$满足$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，则$2xy−2x−y$的最小值为(    )

A. $2$ B. $4$ C. $8$ D. $9$

8. 关于$x$的不等式$x^{2}−\left(a+b+4\right)x+16\leq 0$的解集为单元素集，且$a>0,b>0$，若不等式$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}⩾t^{2}−2t−2$恒成立，则实数$t$的取值范围为(    )

A. $−1\leq t\leq 3$ B. $−3\leq t\leq 1$ C. $t\leq −1$或$t\geq 3$ D. $t\leq −3$或$t\geq 1$

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 下列说法正确的是(    )

A. 若$a>b>0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$； B. 若$a>b>0$，$m>0$，则$\frac{b+m}{a+m}>\frac{b}{a}$
C. $a>b>0$，则$a^{3}−b^{3}>a^{2}b−ab^{2}$； D. 若$a>b>0$，则$ac^{2}>bc^{2}$

10 下列叙述中正确的是(    )

A. 若$m−2<x<m+2$是$1<x<3$的必要不充分条件，则$1<m<3$
B. 若$a$，$b$，$c$均为实数，则“$a>b$”是“$ac^{2}>bc^{2}$”的必要不充分条件
C. 若$∀x\in [\frac{1}{2},3]$，使不等式$x^{2}−ax+1⩾0$成立，则$a⩽2$
D. “$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件

11.下列说法正确的是(    )

A. 若$a>b>0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$； B. 若$a>b>0$，$m>0$，则$\frac{b+m}{a+m}>\frac{b}{a}$
C. $a>b>0$，则$a^{3}−b^{3}>a^{2}b−ab^{2}$； D. 若$a>b>0$，则$ac^{2}>bc^{2}$

12. 已知$x>0$，$y>0$，且$x+y=2$，则下列选项正确的是(    )

A. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值是$2$ B. $xy$的最大值是$1$
C. $x^{2}+y^{2}$的最小值是$4$ D. $x(y+1)$的最大值是$\frac{9}{4}$

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

13. 若“$∃x\_{0}\in R,x\_{0}^{2}+2x\_{0}+2=m$”的否定是假命题，则实数$m$的取值范围是

14.设$A=\{x|2a+1\leq x\leq 3a−5\}(a$为实数$)$，$B=\{x|3\leq x\leq 22\}$，则$A⊆(A∩B)$的充要条件为          ．

15.给定下列命题：
$①a>b⇒a^{2}>b^{2}$；$②a^{2}>b^{2}⇒a>b$；$③a>b⇒\frac{b}{a}<1$；$④a>b$，$c>d⇒ac>bd$；$⑤a>b$，$c>d⇒a−c>b−d$．其中错误的命题是          $($填写相应序号$)$．

16.已知$a$，$b\in R$，若$a^{2}+b^{2}−ab=1$，则$ab$的取值范围是          ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**72.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. $($本小题$12.0$分$)$已知集合$A=\{x|m−1<x<m^{2}+1\}$，$B=\{x|−2<x<2\}$．

$($Ⅰ$)$当$m=2$时，求$A∪B$，$A∩B;$

$($Ⅱ$)$若“$x\in A$”是“$x\in B$”成立的充分不必要条件，求实数$m$的取值范围．

18$($本小题$12.0$分$)$.设$p:x>a,q:x>3$．

$(1)$若$p$是$q$的必要不充分条件，求$a$的取值范围；

$(2)$若$p$是$q$的充分不必要条件，求$a$的取值范围；

$(3)$若$a$是方程$x^{2}−6x+9=0$的根，判断$p$是$q$的什么条件．

19. $($本小题$12.0$分$)$已知命题$p$：$∃x\in \{x|6\leq x\leq 20\}$，$x<2a$，命题$q$：$∀x\in R$，$x^{2}+2x−a>0$．

$(1)$若命题$p$和命题$¬q$有且只有一个为假命题，求实数$a$的取值范围；

$(2)$若命题$p$和命题$q$至少有一个为真命题，求实数$a$的取值范围．

20. $($本小题$12.0$分$)$

$(1)$已知正数$x$、$y$满足$x+y=1$，求$\frac{1}{x}+\frac{4}{1+y}$的最小值$;$

$(2)$求函数$y=\frac{x^{2}+7x+10}{x+1}(x>−1)$的最小值．

 21. $($本小题$12.0$分$)$

$(1)$设集合$A=\left\{\left.x\right|x^{2}−\left(a+1\right)x+a=0,a\in R\right\}$，$B=\left\{\left.x\right|x^{2}−5x+4=0\right\}$，求：$A∩B$，$A∪B$；

$(2)$已知$x$、$y$、$z$都是正数，且满足$x^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{3}{2}}+z^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$，求证：$\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\leq \frac{3}{4\sqrt[ ]{xyz}}$．

1. $($本小题$14.0$分$)$已知$x$，$y>0$，$a$，$b$为正常数，且$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=1$．
$(1)$若$a=1$，$b=9$，求$x+y$的最小值；
$(2)$若$a+b=10$，$x+y$的最小值为$18$，求$a$，$b$的值；
$(3)$若$a=2$，$b=1$，且不等式$(x−2y)^{2}⩾m(x+2y)$恒成立，求实数$m$的取值范围．

江苏省仪征中学2023-2024学年第一学期周末练习3

高一数学

一．单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共计40分。每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的。请把正确答案的选项填涂在答题卡相应位置上。

1.已知集合$U=\{x|x\in N$，且$x\leq 5\}$，$A=\{2,4\}$，$B=\{2,3\}$，则$∁\_{U}(A∪B)=$

A. $\{1,5\}$ B. $\{2\}$ C. $\{0,1,5\}$ D. $\{3,4\}$

解：$∵$全集$U=\{x|x\in N$，$x\leq 5\}=\{0$，$1$，$2$，$3$，$4$，$5\}$，$A=\{2,4\}$，$B=\{2,3\}$，
$∴A∪B=\{2,3,4\}$，$∴C\_{U}(A∪B)=\{0,1,5\}$．故选：$C$．

2.“红豆生南国，春来发几枝．愿君多采撷，此物最相思．”这是唐代诗人王维的$《$相思$》$诗，在这$4$句诗中，哪句可作为命题(    )

A. 红豆生南国 B. 春来发几枝 C. 愿君多采撷 D. 此物最相思

解：由命题的定义可知：“红豆生南国”这一句可以判断红豆生在什么地方，因此可以作为一个命题．故选：$A$．

3.下列各式中，正确的个数是(    )
$①\left\{\begin{matrix}0\end{matrix}\right.\}\in \left\{\begin{matrix}0,1,2\end{matrix}\right.\}$；$②\left\{\begin{matrix}0,1,2\end{matrix}\right.\}⊆\left\{\begin{matrix}2,1,0\end{matrix}\right.\}$；$③ ∅⊆\left\{\begin{matrix}0,1,2\end{matrix}\right\}$；$④\left\{\begin{matrix}0,1\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}\left(0,1\right)\end{matrix}\right\}$；$⑤0=\left\{\begin{matrix}0\end{matrix}\right\}$．

A. $1$ B. $2$ C. $3$ D. $4$

解：对$①$，$\left\{\begin{matrix}0\end{matrix}\right.\}⊆\left\{\begin{matrix}0,1,2\end{matrix}\right.\}$，故$①$不正确；对$②$，任何集合都是本身的子集，故$②$正确；
对$③$，空集是任何集合的子集，故$③$正确；对$④$，集合$\left\{0,1\right\}$是数集，含有$2$个元素，集合$\left\{(0,1)\right\}$是点集，只含$1$个元素，故$④$不正确；对$⑤$，元素与集合只能用$\in $或$\notin $符号，故$⑤$不正确；所以正确的个数有$2$个．故选*B*．

4.在下列给出的四个命题中，为真命题的是(    )

A. $∀a\in R$，$∃b\in Q$，$a^{2}+b^{2}=0$ B. $∀n\in Z$，$∃m\in Z$，$nm=m$
C. $∀n\in Z$，$∃m\in Z$，$n>m^{2}$ D. $∀a\in R$，$∃b\in Q$，$a^{2}+b^{2}=1$

解：$A$，若$a=2$，则$a^{2}+b^{2}=0$不成立，故$A$错误，$B$，当$m=0$时，$nm=m$恒成立，故$B$正确，$C$，当$n=−1$时，$n>m^{2}$不成立，故$C$错误，$D$，若$a=2$，则不成立，故$D$错误，选$B$．

5. 已知$a$，$b$是实数，且$a⋅b\ne 0$，则“$a+b>0$”是“$a+b\geq 2\sqrt[ ]{ab}$”的(    )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

解：当$a+b>0$时，取$a=2$，$b=−1$，则$\sqrt[ ]{ab}$无意义，充分性不成立$;$

反之，当$a+b\geq 2\sqrt[ ]{ab}$时，由$\sqrt[ ]{ab}$有意义，得$ab\geq 0$，结合$a⋅b\ne 0$，可得$a+b\geq 2\sqrt[ ]{ab}>0$
故有$a+b>0$成立$;$故“$a+b>0$”是“$a+b\geq 2\sqrt[ ]{ab}$”的必要不充分条件．故选*B*．

6.下列命题正确的是(    )

A. 若$a>b$，则$(a−b)c>(b−a)c$ B. 若$a>b$，$c>d$，则$ac>bd$
C. 若$ac>bc$，则$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$ D. 若$a>b$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

解：利用排除法：对于选项*A*：当令$c=0$时，则：$(a−b)c=(b−a)c$故错误．
对于选项*B*：若$0>a>b$，$0>c>d$，则：$ac<bd$．故错误．对于选项*D*：当$a=2$，$b=0$时，$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$不存在．故错误．故选：$C$．

7. 已知正实数$x$，$y$满足$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，则$2xy−2x−y$的最小值为(    )

A. $2$ B. $4$ C. $8$ D. $9$

解：因为正实数$x$，$y$满足$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，所以$2x+y=xy$，则$2xy−2x−y=2x+y=(2x+y)(\frac{1}{x}+\frac{2}{y})=4+\frac{y}{x}+\frac{4x}{y}\geq 4+2\sqrt[ ]{\frac{y}{x}⋅\frac{4x}{y}}=8$，当且仅当$y=2x$且$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，即$x=2$，$y=4$时取等号．故选：$C$．

8. 关于$x$的不等式$x^{2}−\left(a+b+4\right)x+16\leq 0$的解集为单元素集，且$a>0,b>0$，若不等式$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}⩾t^{2}−2t−2$恒成立，则实数$t$的取值范围为(    )

A. $−1\leq t\leq 3$ B. $−3\leq t\leq 1$ C. $t\leq −1$或$t\geq 3$ D. $t\leq −3$或$t\geq 1$

解：由题意，$Δ=(a+b+4)^{2}−64=0$，解得 $a+b=4$或$a+b=−12$，又由于$a>0$，$b>0$，故$a+b=4$，

从而$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{4}·(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})=\frac{1}{4}·(2+\frac{b}{a}+\frac{a}{b})⩾\frac{1}{4}·(2+2\sqrt[ ]{\frac{b}{a}·\frac{a}{b}})=1$，当且仅当$a=b=2$时等号成立．故$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq t^{2}−2t−2$恒成立，可化为$t^{2}−2t−2⩽1$，解得$−1\leq t\leq 3$，故选*A*．

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 下列说法正确的是(    )

A. 若$a>b>0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$； B. 若$a>b>0$，$m>0$，则$\frac{b+m}{a+m}>\frac{b}{a}$
C. $a>b>0$，则$a^{3}−b^{3}>a^{2}b−ab^{2}$； D. 若$a>b>0$，则$ac^{2}>bc^{2}$

解：对于$A$，若$a>b>0$，则$\frac{1}{a}−\frac{1}{b}=\frac{b−a}{ab}<0$，故*A*正确；对于$B$，若$a>b>0$，$m>0$，则$\frac{b+m}{a+m}−\frac{b}{a}=\frac{m\left(a−b\right)}{a\left(a+m\right)}>0$，故*B*正确；对于$C$，$a>b>0$，则$\left(a^{3}−b^{3}\right)−\left(a^{2}b−ab^{2}\right)=a^{2}\left(a−b\right)+b^{2}\left(a−b\right)=\left(a−b\right)\left(a^{2}+b^{2}\right)>0$，故*C*正确；对于$D$，若$a>b>0$，若$c=0$，则$ac^{2}=bc^{2}$，故*D*错误．

10 下列叙述中正确的是(    )

A. 若$m−2<x<m+2$是$1<x<3$的必要不充分条件，则$1<m<3$
B. 若$a$，$b$，$c$均为实数，则“$a>b$”是“$ac^{2}>bc^{2}$”的必要不充分条件
C. 若$∀x\in [\frac{1}{2},3]$，使不等式$x^{2}−ax+1⩾0$成立，则$a⩽2$
D. “$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件

解：对于$A$，若$m−2<x<m+2$是$1<x<3$的必要不充分条件，则$\left\{\begin{matrix}m−2⩽1\\3⩽m+2\end{matrix}\right.$且等号不同时成立，解得$1⩽m⩽3$，故*A*错误；对于$B$，当$a>b$，$c=0$时，不能推得$ac^{2}>bc^{2}$，反之，若$ac^{2}>bc^{2}$，则$c^{2}>0$，能推得$a>b$，所以，“$a>b$”是“$ac^{2}>bc^{2}$”的必要不充分条件，故*B*正确；对于$C$，$∀x\in [\frac{1}{2},3]$，使不等式$x^{2}−ax+1⩾0$成立，即$a⩽(x+\frac{1}{x})\_{min}$，$x\in [\frac{1}{2},3]$，所以$(x+\frac{1}{x})\_{min}=2$，所以$a⩽2$，故*C*正确；
对于$D$，$a>1$能推得$\frac{1}{a}<1$，反之，$\frac{1}{a}<1$不能推得$a>1$，如$a=−1$，所以“$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件，故*D*正确．故选*BCD*．

11.下列说法正确的是(    )

A. 若$a>b>0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$； B. 若$a>b>0$，$m>0$，则$\frac{b+m}{a+m}>\frac{b}{a}$
C. $a>b>0$，则$a^{3}−b^{3}>a^{2}b−ab^{2}$； D. 若$a>b>0$，则$ac^{2}>bc^{2}$

解：对于$A$，若$a>b>0$，则$\frac{1}{a}−\frac{1}{b}=\frac{b−a}{ab}<0$，故*A*正确；对于$B$，若$a>b>0$，$m>0$，则$\frac{b+m}{a+m}−\frac{b}{a}=\frac{m\left(a−b\right)}{a\left(a+m\right)}>0$，故*B*正确；对于$C$，$a>b>0$，则$\left(a^{3}−b^{3}\right)−\left(a^{2}b−ab^{2}\right)=a^{2}\left(a−b\right)+b^{2}\left(a−b\right)=\left(a−b\right)\left(a^{2}+b^{2}\right)>0$，故*C*正确；对于$D$，若$a>b>0$，若$c=0$，则$ac^{2}=bc^{2}$，故*D*错误．

12. 已知$x>0$，$y>0$，且$x+y=2$，则下列选项正确的是(    )

A. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值是$2$ B. $xy$的最大值是$1$
C. $x^{2}+y^{2}$的最小值是$4$ D. $x(y+1)$的最大值是$\frac{9}{4}$

解：由正数$x$，$y$满足$x+y=2$，得$2=x+y⩾2\sqrt[ ]{xy}$，所以$xy\leq 1$，$($当且仅当$x=y=1$时取等号$)$，故*B*正确；$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}=\frac{2}{xy}\geq 2($当且仅当$x=y=1$时取等号$)$，故*A*正确；
$∵2(x^{2}+y^{2})\geq (x+y)^{2}=4$，$∴x^{2}+y^{2}\geq 2($当且仅当$x=y=1$时取等号$)$，故*C*错误；
$x(y+1)⩽\left(\frac{x+y+1}{2}\right)^{2}=\frac{9}{4}$，当且仅当$x=y+1$，即$x=\frac{3}{2}$，$y=\frac{1}{2}$时取等号，故*D*正确．故选*ABD*．

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

13. 若“$∃x\_{0}\in R,x\_{0}^{2}+2x\_{0}+2=m$”的否定是假命题，则实数$m$的取值范围是

解：因为“$∃x\_{0}\in R,x\_{0}^{2}+2x\_{0}+2=m$”的否定是假命题，所以“$∃x\_{0}\in R,x\_{0}^{2}+2x\_{0}+2=m$”是真命题，因此关于$x$的方程$x^{2}+2x+2−m=0$有实根，所以$2^{2}−4\left(2−m\right)⩾0$，解得$m⩾1$，因此实数$m$的取值范围是$m⩾1$．故答案为： $m⩾1$．

14.设$A=\{x|2a+1\leq x\leq 3a−5\}(a$为实数$)$，$B=\{x|3\leq x\leq 22\}$，则$A⊆(A∩B)$的充要条件为          ．

解：$∵A⊆(A∩B)$，$∴A⊆B$．若$A=⌀$，则$2a+1>3a−5$，$∴a<6$．若$A\ne ⌀$，则$A⊆B⇔\left\{\begin{matrix}2a+1\geq 3\\3a−5\leq 22\\2a+1\leq 3a−5\end{matrix}\right.$，解得$6\leq a\leq 9$，综上可知$A⊆(A∩B)$的充要条件为$a\leq 9$．故答案为$a\leq 9$．

15.给定下列命题：
$①a>b⇒a^{2}>b^{2}$；$②a^{2}>b^{2}⇒a>b$；$③a>b⇒\frac{b}{a}<1$；$④a>b$，$c>d⇒ac>bd$；$⑤a>b$，$c>d⇒a−c>b−d$．其中错误的命题是          $($填写相应序号$)$．

解：由不等式的性质可知，只有当$a>b>0$时，$a^{2}>b^{2}$才成立，故$①$错误；当$a^{2}>b^{2}$时，还有可能$a<b<0$，故$②$错误；对于$③$，只有当$a>0$且$a>b$时，$\frac{b}{a}<1$才成立，故$③$错误；
由不等式的性质可知，只有当$a>b>0$，$c>d>0$时，$ac>bd$才成立，故$④$错误；对于$⑤$，由$c>d$得$−d>−c$，从而$a−d>b−c$，故$⑤$错误．故答案为：$①②③④⑤$．

16.已知$a$，$b\in R$，若$a^{2}+b^{2}−ab=1$，则$ab$的取值范围是          ．

解：$∵a$，$b\in R$，且$a^{2}+b^{2}−ab=1$，当$ab>0$时，$∴a^{2}+b^{2}=ab+1\geq 2ab$，当且仅当$a=b=1$或$−1$时等号成立，$∴ab\leq 1$，当且仅当$a=b=1$或$−1$时等号成立，$∴0<ab\leq 1$，当$ab=0$时，不妨设$a=0$，则$b=\pm 1$，满足题意，当$ab<0$时，$∵a^{2}+b^{2}\geq −2ab$，$∴ab+1\geq −2ab$，$∴ab\geq −\frac{1}{3}$，
当且仅当$a=\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$，$b=−\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$，或$a=−\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$，$b=\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$时等号成立，$∴0>ab\geq −\frac{1}{3}$，
$∴$综上所述，$ab$的取值范围是$[−\frac{1}{3},1]$．故答案为$[−\frac{1}{3},1]$．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**72.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. $($本小题$12.0$分$)$已知集合$A=\{x|m−1<x<m^{2}+1\}$，$B=\{x|−2<x<2\}$．

$($Ⅰ$)$当$m=2$时，求$A∪B$，$A∩B;$

$($Ⅱ$)$若“$x\in A$”是“$x\in B$”成立的充分不必要条件，求实数$m$的取值范围．

解：$(1)$当$m=2$时，$A=\{x|1<x<5\}$，$∵B=\{x|−2<x<2\}$，
$∴A∪B=\{x|−2<x<5\}$，$A∩B=\{x|1<x<2\}$．
$(2)∵x\in A$是$x\in B$成立的充分不必要条件，$∴A⫋B$，$∵m−1<m^{2}+1$，$∴A\ne ⌀$，
则$\left\{\begin{matrix}m−1\geq −2\\m^{2}+1\leq 2\end{matrix}\right.($等号不同时成立$)$，$∴−1\leq m\leq 1$，经检验知，$m=−1$时，$A=\{x|−2<x<2\}=B$，不合题意，$∴$实数$m$的取值范围$(−1,1]$．

18$($本小题$12.0$分$)$.设$p:x>a,q:x>3$．

$(1)$若$p$是$q$的必要不充分条件，求$a$的取值范围；

$(2)$若$p$是$q$的充分不必要条件，求$a$的取值范围；

$(3)$若$a$是方程$x^{2}−6x+9=0$的根，判断$p$是$q$的什么条件．

解：设$A=\{x|x>a\}$，$B=\{x|x>3\}$，
$(1)∵p$是$q$的必要不充分条件，$∴B⫋A$，$∴a<3$；
$(2)∵p$是$q$的充分不必要条件，$∴A⫋B$，$∴a>3$；
$(3)$若$a$是方程$x^{2}−6x+9=0$的根，即$a^{2}−6a+9=0$，即$(a−3)^{2}=0$，解得$a=3$，
$∴p⇔q$，$p$是$q$的充要条件．

19. $($本小题$12.0$分$)$已知命题$p$：$∃x\in \{x|6\leq x\leq 20\}$，$x<2a$，命题$q$：$∀x\in R$，$x^{2}+2x−a>0$．

$(1)$若命题$p$和命题$¬q$有且只有一个为假命题，求实数$a$的取值范围；

$(2)$若命题$p$和命题$q$至少有一个为真命题，求实数$a$的取值范围．

解：$(1)$当命题$p$为真时有：$2a>6$，解得$a>3;$ 当命题$q$为真时有：$Δ=4+4a<0$，解得：$a<−1$，
又命题$p$和命题$¬q$有且只有一个为假命题，当$p$真时，$¬q$为假，即$p$真$q$真，所以$\left\{\begin{matrix}a>3\\a<−1\end{matrix}\right.$，无解；
当$p$假时，$¬q$为真，即$p$假$q$假，所以$\left\{\begin{matrix}a\leq 3\\a\geq −1\end{matrix}\right.$，解得$−1\leq a\leq 3$．综上所述，实数$a$的取值范围为：$[−1,3];$
$(2)$由$(1)$可知当$p$假$q$假时，$−1\leq a\leq 3$．所以当命题$p$和命题$q$至少有一个为真命题时，
实数$a$的取值范围为：$(−\infty ,−1)∪(3,+\infty )$．

20. $($本小题$12.0$分$)$

$(1)$已知正数$x$、$y$满足$x+y=1$，求$\frac{1}{x}+\frac{4}{1+y}$的最小值$;$

$(2)$求函数$y=\frac{x^{2}+7x+10}{x+1}(x>−1)$的最小值．

解：$(1)∵x+y=1$，所以$x+(1+y)=2$， 则$2(\frac{1}{x}+\frac{4}{1+y})=[x+(1+y)](\frac{1}{x}+\frac{4}{1+y})$

$=\frac{4x}{1+y}+\frac{1+y}{x}+5⩾2\sqrt[ ]{\frac{4x}{1+y}⋅\frac{1+y}{x}}+5=9$，所以$\frac{1}{x}+\frac{4}{1+y}⩾\frac{9}{2}$，当且仅当$\left\{\begin{matrix}\begin{matrix}\frac{4x}{1+y}=\frac{1+y}{x}\\x+y=1\end{matrix}\end{matrix}\right.$，即当$\left\{\begin{matrix}x=\frac{2}{3}\\y=\frac{1}{3}\end{matrix}\right.$时，等号成

立，因此，$\frac{1}{x}+\frac{4}{1+y}$的最小值为$\frac{9}{2}$．

$(2)$因为$x>−1$，所以$x+1>0$，令$t=x+1$，所以$t>0$，所以$y=\frac{\left(t−1\right)^{2}+7\left(t−1\right)+10}{t}=\frac{t^{2}+5t+4}{t}=t+\frac{4}{t}+5⩾2\sqrt[ ]{t·\frac{4}{t}}+5=9$，当且仅当$t=2$，即$x=1$时，等号成立；则$y=\frac{x^{2}+7x+10}{x+1}(x>−1)$的最小值为$9$．

 21. $($本小题$12.0$分$)$

$(1)$设集合$A=\left\{\left.x\right|x^{2}−\left(a+1\right)x+a=0,a\in R\right\}$，$B=\left\{\left.x\right|x^{2}−5x+4=0\right\}$，求：$A∩B$，$A∪B$；

$(2)$已知$x$、$y$、$z$都是正数，且满足$x^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{3}{2}}+z^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$，求证：$\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\leq \frac{3}{4\sqrt[ ]{xyz}}$．

解：$(1)$因为$A=\{x|x^{2}−(a+1)x+a=0,a\in R\}$
$=\{x|(x−1)(x−a)=0,a\in R\}$，

$B=\left\{\left.x\right|x^{2}−5x+4=0\right\}=\left\{x\left|\left(x−1\right)\left(x−4\right)=0\right.\right\}=\left\{1,4\right\}$．

$①$当$a=1$时，则$A=\left\{1\right\}$，则$A∩B=\left\{1\right\}$，$A∪B=\left\{1,4\right\}$；

$②$当$a=4$时，则$A=\left\{1,4\right\}$，则$A∩B=\left\{1,4\right\}$，$A∪B=\left\{1,4\right\}$；

$③$当$a\ne 1$且$a\ne 4$时，则$A=\left\{1,a\right\}$，则$A∩B=\left\{1\right\}$，$A∪B=\left\{1,a,4\right\}$．

综上所述，当$a=1$时，$A∩B=\left\{1\right\}$，$A∪B=\left\{1,4\right\}$；

当$a=4$时，$A∩B=\left\{1,4\right\}$，$A∪B=\left\{1,4\right\}$；

当$a\ne 1$且$a\ne 4$时，$A∩B=\left\{1\right\}$，$A∪B=\left\{1,a,4\right\}$．

$(2)$因为$x$、$y$、$z$都是正数，则$\frac{x}{y+z}\leq \frac{x}{2\sqrt[ ]{yz}}$，当且仅当$y=z$时，等号成立，

同理可得$\frac{y}{z+x}\leq \frac{y}{2\sqrt[ ]{zx}}$，当且仅当$x=z$时，等号成立，$\frac{z}{x+y}\leq \frac{z}{2\sqrt[ ]{xy}}$，当且仅当$x=y$时，等号成立，所以，$\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}⩽\frac{x}{2\sqrt[ ]{yz}}+\frac{y}{2\sqrt[ ]{zx}}+\frac{z}{2\sqrt[ ]{xy}}=\frac{x^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{3}{2}}+z^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt[ ]{xyz}}=\frac{3}{4\sqrt[ ]{xyz}}$，当且仅当$x=y=z=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$时，等号成立，因此，$\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\leq \frac{3}{4\sqrt[ ]{xyz}}$．

22. $($本小题$14.0$分$)$已知$x$，$y>0$，$a$，$b$为正常数，且$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=1$．
$(1)$若$a=1$，$b=9$，求$x+y$的最小值；
$(2)$若$a+b=10$，$x+y$的最小值为$18$，求$a$，$b$的值；
$(3)$若$a=2$，$b=1$，且不等式$(x−2y)^{2}⩾m(x+2y)$恒成立，求实数$m$的取值范围．

解：$(1)$由题意：$\frac{1}{x}+\frac{9}{y}=1$，则$x+y=(x+y)(\frac{1}{x}+\frac{9}{y})=1+\frac{9x}{y}+\frac{y}{x}+9$
$\geq 10+2\sqrt[ ]{\frac{9x}{y}⋅\frac{y}{x}}=16$，当且仅当$\left\{\begin{matrix}\frac{9x}{y}=\frac{y}{x}\\\frac{1}{x}+\frac{9}{y}=1\end{matrix}\right.$，即$x=4$，$y=12$时取等号，所以$x+y$的最小值为$16$；
$(2)$因为$a+b=10$，且$x$，$y$，$a$，$b>0$，则$x+y=(x+y)(\frac{a}{x}+\frac{b}{y})=a+\frac{bx}{y}+\frac{ay}{x}+b=a+b+\frac{bx}{y}+\frac{ay}{x}=10+\frac{bx}{y}+\frac{ay}{x}\geq 10+2\sqrt[ ]{\frac{bx}{y}⋅\frac{ay}{x}}=10+2\sqrt[ ]{ab}$，当且仅当$\left\{\begin{matrix}\frac{bx}{y}=\frac{ay}{x}\\\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=1\end{matrix}\right.$时取等号，则$2\sqrt[ ]{ab}=8$，即$ab=16$，解得：$\left\{\begin{matrix}a=2\\b=8\end{matrix}\right.$或$\left\{\begin{matrix}a=8\\b=2\end{matrix}\right.$；
$(3)$解法一：由题意，$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，则$\frac{x+2y}{xy}=1$，则$x+2y=xy$；因为不等式$(x−2y)^{2}\geq m(x+2y)$恒成立，则$m\leq \frac{(x−2y)^{2}}{x+2y}$，又$\frac{(x−2y)^{2}}{x+2y}=\frac{x^{2}+4y^{2}−4xy}{x+2y}=\frac{(x+2y)^{2}−8xy}{x+2y}$
$=\frac{(x+2y)^{2}−8(x+2y)}{x+2y}=(x+2y)−8$；且$(x+2y)−8=(x+2y)(\frac{2}{x}+\frac{1}{y})−8$
$=2+\frac{x}{y}+\frac{4y}{x}+2−8=\frac{x}{y}+\frac{4y}{x}−4\geq 2\sqrt[ ]{\frac{x}{y}⋅\frac{4y}{x}}−4=0$，当且仅当$\left\{\begin{matrix}\frac{x}{y}=\frac{4y}{x}\\\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1\end{matrix}\right.$，即$x=4$，$y=2$时取等号；所以$m$的取值范围是$m\leq 0$；
法二：因为不等式$(x−2y)^{2}\geq m(x+2y)$恒成立，则$m\leq \frac{(x−2y)^{2}}{x+2y}$，则$m\leq (\frac{(x−2y)^{2}}{x+2y})\_{min}$；
因为$x+2y>0$，$(x−2y)^{2}\geq 0$，当$\left\{\begin{matrix}x=2y\\\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1\end{matrix}\right.,$即$x=4$，$y=2$时，$(\frac{(x−2y)^{2}}{x+2y})\_{min}=0$，
所以$m$的取值范围是$m\leq 0$．