

2021—2022 学年度第二学期期末检测试题

高一 数学

2022 . 6

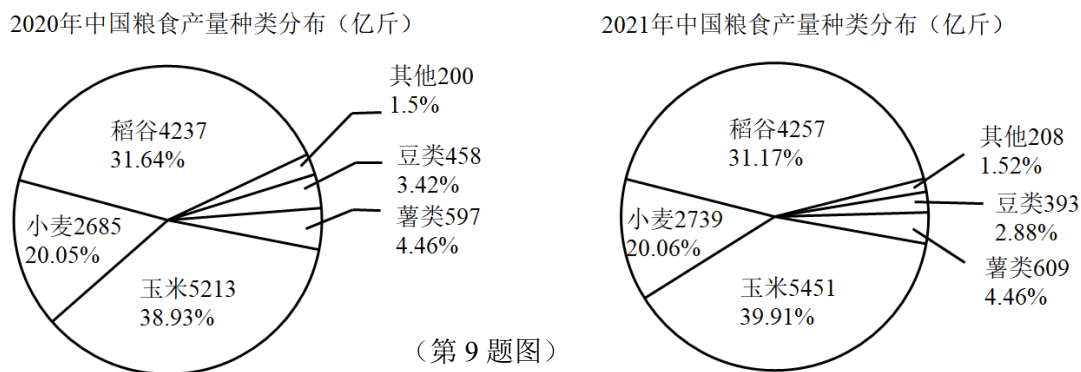
(全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求).

1. 已知向量 $\vec{a}=(2,4)$, $\vec{b}=(1,x)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $x=(\quad)$.
A. 2 B. -2 C. 8 D. -8
2. 已知复数 $z=1+2i$ (i 为虚数单位), 则 \bar{z} 的虚部为 (\quad) .
A. 2 B. -2 C. $2i$ D. $-2i$
3. 甲、乙两人参加学校组织的“劳动技能通关”比赛, 已知甲通关的概率为 $\frac{3}{4}$, 乙通关的概率为 $\frac{2}{3}$, 且甲和乙通关与否互不影响, 则甲、乙两人都不通关的概率为 (\quad) .
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$
4. 某学习小组 6 名学生在一次数学小测验中的得分(单位: 分)如下:
 $82, 84, 86, 90, 97, 97,$
则该组数据的 30 百分位数是 (\quad) .
A. 82 B. 83 C. 84 D. 97
5. 若向量 $\vec{a}=(2,0)$, $\vec{b}=(-1,\sqrt{3})$, 则 \vec{a} 在 \vec{b} 上的投影向量的坐标为 (\quad) .
A. $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ B. $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ C. $(-1,0)$ D. $(1,0)$
6. 下列选项正确的是 (\quad) .
A. 空间三点确定一个平面
B. 如果空间中一个角的两边和另一个角的两边分别平行, 那么这两个角相等
C. 如果一个平面内有无数条直线与另一个平面平行, 那么这两个平面平行
D. 过一点有且只有一条直线与已知平面垂直
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 下列各组条件中, 使得 $\triangle ABC$ 恰有一个解的是 (\quad) .
A. $a=2, b=4, A=\frac{\pi}{3}$ B. $a=\sqrt{13}, b=4, A=\frac{\pi}{3}$
C. $a=2\sqrt{3}, b=4, A=\frac{2\pi}{3}$ D. $a=3\sqrt{2}, b=4, A=\frac{2\pi}{3}$
8. 已知 $0 < \alpha < \beta < \pi$, 函数 $f(x)=5\sin(x-\frac{\pi}{6})$, 若 $f(\alpha)=f(\beta)=3$, 则 $\sin(\beta-\alpha)=(\quad)$.
A. $\frac{24}{25}$ B. $-\frac{24}{25}$ C. 1 D. $-\frac{3}{5}$

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 所谓“民以食为天”，粮食问题就是人类生存的底线问题，是国家经济发展的底线问题，是社会维持稳定的底线问题。2021 年，我国全国粮食总产量 13657 亿斤，连续 7 年保持在 1.3 万亿斤以上，我国 2020—2021 年粮食产量种类分布及占比统计图如图所示，则下列说法正确的是（ ）。



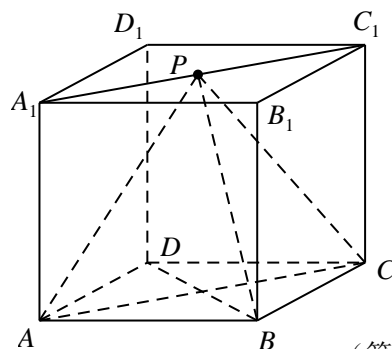
- A. 2021 年的粮食总产量比 2020 年的粮食总产量高
 B. 2021 年的稻谷产量比 2020 年的稻谷产量低
 C. 2020 年和 2021 年的薯类所占比例保持稳定
 D. 2021 年的各类粮食产量中，增长量最大的是小麦
10. 从装有 3 个红球和 2 个白球的袋中任意取出 2 个球，有如下几对事件：
- ①“取出 2 个球，恰好有 1 个白球”与“取出 2 个球，恰好有 1 个红球”；
 ②“取出 2 个球，恰好有 1 个白球”与“取出 2 个球，都是红球”；
 ③“取出 2 个球，至少有 1 个白球”与“取出 2 个球，都是红球”；
 ④“取出 2 个球，至少有 1 个白球”与“取出 2 个球，至少有 1 个红球”。

其中是互斥事件的有（ ）。

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

11. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在线段 A_1C_1 上运动（包括端点），则下列结论正确的有（ ）。

- A. 三棱锥 $D - ABC_1$ 的外接球的表面积为 3π
 B. 异面直线 C_1P 和 CB_1 所成的角为 60°
 C. 直线 CP 和平面 ABB_1A_1 所成的角为定值
 D. $(BP + CP)^2$ 的最小值为 $3 + \sqrt{6}$



(第 11 题图)

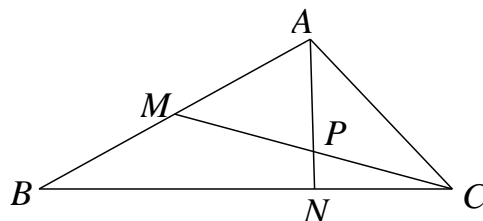
12. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $AC=2$, $BC=4$, 点 M 为线段 AB 中点, P 为线段 CM 的中点, 延长 AP 交边 BC 于点 N , 则下列结论正确的有 ().

A. $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{NC}$

C. $|\overrightarrow{AN}| = \frac{\sqrt{19}}{3}$

D. \overrightarrow{AP} 与 \overrightarrow{AC} 夹角的余弦值为 $\frac{5\sqrt{19}}{38}$



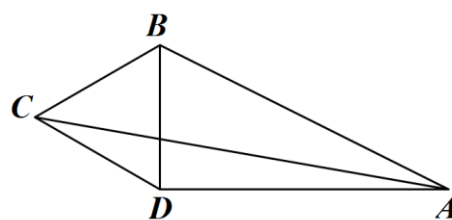
(第 12 题图)

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知 i 为虚数单位, 且复数 z 满足 $z \cdot i = 1 - 2i$, 则复数 z 的模为 _____.

14. $\tan 75^\circ$ 的值为 _____.

15. 已知平面四边形 $ABCD$ 中, $AD \perp BD$, $DA = 2\sqrt{3}$, $AB = 4$, 且 $\triangle BCD$ 是正三角形, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB}$ 的值为 _____.



(第 15 题图)

16. 已知样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{40} 的平均数和方差分别为 77 和 123, 样本数据 y_1, y_2, \dots, y_{30} 的平均数和方差分别为 m 和 n , 全部 70 个数据的平均数和方差分别为 74 和 138, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

四、解答题 (本大题共 6 小题, 计 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

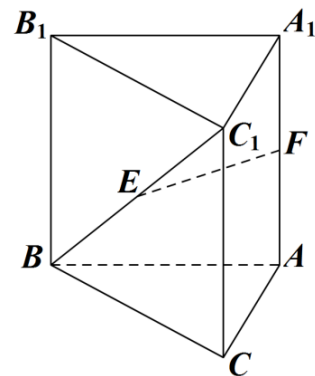
已知复数 $z = (m^2 + 5m - 6) + (m - 1)i$, $m \in \mathbf{R}$.

- (1) 若 z 在复平面内对应的点在第四象限, 求 m 的取值范围;
- (2) 若 z 是纯虚数, 求 m 的值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, E 为 BC_1 中点, F 为 AA_1 中点.

- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 ABC ;
- (2) 若 $EF \perp BB_1$, $AC \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 求证: $BB_1 \perp$ 平面 ABC .



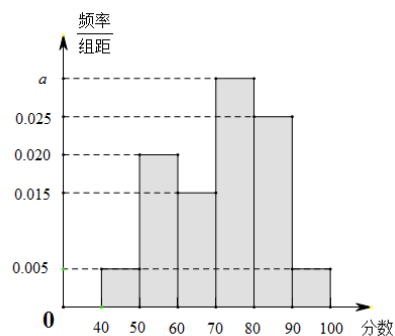
(第 18 题图)

19. (本小题满分 12 分)

某校高二年级学生参加数学竞赛，随机抽取了 100 名学生进行成绩统计，成绩的频率分布直方图如图所示，数据的分组依次为：[40,50)，[50,60)，[60,70)，[70,80)，[80,90)，[90,100].

(1) 求这 100 名学生成绩的平均值；

(2) 若采用分层抽样的方法，从成绩在 [50,60) 和 [60,70) 内的学生中共抽取 7 人，查看他们的答题情况来分析知识点上的缺漏，再从中随机选取 2 人进行调查分析，求这 2 人中恰好有 1 人成绩在 [50,60) 内的概率.



(第 19 题图)

20. (本小题满分 12 分)

在① $b = a \cos C + \frac{\sqrt{3}}{3} c \sin A$ ；② $(b+c+a)(b+c-a) = 3bc$ ；③ $\frac{\sin A - \sin C}{\sin B - \sin C} = \frac{b}{a+c}$ 这三个条件中任选一个补充在下面问题中，并解答.

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知_____.

(1) 求 A ；

(2) 若 $a = \sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

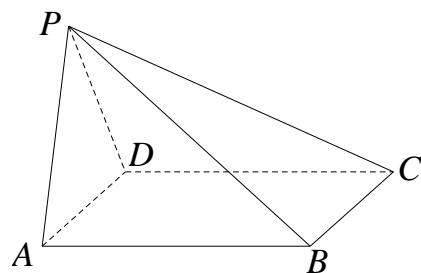
(如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分)

21. (本小题满分 12 分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形， $PA = AD = 6$ ， $PD = AB = 8$ ， $PB = 10$ ，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ，平面 $PAB \cap$ 平面 $PCD = l$.

(1) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

(2) 求二面角 $A-l-D$ 的余弦值.



(第 21 题图)

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin x - \cos x$.

(1) 求方程 $f(\alpha) = \cos 2\alpha$ 在 $[0, 2\pi]$ 上的解集；

(2) 求证：函数 $y = f(x) + \frac{3}{2} \ln x$ 有且只有一个零点 x_0 ，且 $-\frac{2}{3} < \ln x_0 + \frac{1}{3} \sin 2x_0 < \frac{1}{3}$.