**江苏省仪征中学2022-2023学年度第二学期高一数学周练（3）**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 已知向量$\vec{a}=(-3,1)$，$\vec{b}=(1,-2)$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角的大小为(    )

A. $30​^{∘}$ B. $45​^{∘}$ C. $60​^{∘}$ D. $135​^{∘}$

2. $sin14^{∘}cos16^{∘}+sin76^{∘}cos74^{∘}$的值是(    )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

3. 已知向量$\vec{a}=(2,3)$，$\vec{b}=(-1,2)$，若$m\vec{a}+4\vec{b}$与$\vec{a}-2\vec{b}$共线，则$m$的值为(    )

A. $\frac{1}{2}$ B. $2$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-2$

4. 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2AD$，$E,F$分别为$BC,CD$的中点，$G$为$EF$中点，则$\vec{AG}=$(    )

A. $\frac{2}{3}\vec{AB}+\frac{1}{3}\vec{AD}$ B. $\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{2}{3}\vec{AD}$

C. $\frac{3}{4}\vec{AB}+\frac{3}{4}\vec{AD}$ D. $\frac{2}{3}\vec{AB}+\frac{2}{3}\vec{AD}$

5. 已知$cos(α+\frac{π}{12})=\frac{3}{5}$，$α\in (0,\frac{π}{2})$，则$cos(α+\frac{π}{3})=$(    )

A. $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{10}$

6. 已知幂函数$f(x)=(m^{2}-2m+1)x^{2m-1}$在$(0,+\infty )$上为增函数，则函数$g(x)=e^{-x}-2x+m$的零点所在的区间为(    )

A. $(-1,0)$ B. $(0,1)$ C. $(1,2)$ D. $(2,3)$

7. 在$ΔABC$中，点$M$是$BC$上一点，且$\vec{BC}=3\vec{BM}$，$P$为$AM$上一点，向量$\vec{BP}=λ\vec{BA}+μ\vec{BC}(λ>0,μ>0)$，则$\frac{3}{λ}+\frac{1}{μ}$的最小值为(    )

A. $16$ B. $12$ C. $8$ D. $4$

8. 已知函数$f(x)=\left\{\begin{matrix}2^{x-1}+1,x\leq 2.\\|log\_{2}(x-2)|,x>2.\end{matrix}\right.$若关于$x$的方程$f^{2}(x)-(a+8)f(x)-a=0$有$6$个不同的实数根，则实数$a$的取值范围为

A. $(-4,-\frac{15}{4}]$ B. $[-\frac{15}{4},0)$ C. $(-4,0)$ D. $(-4,-\frac{7}{2})$

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 已知平面向量，，且，则$($     $)$．

A. B. 或$-\sqrt{3}$
C. $\overset{\to }{a}$与$\overset{\to }{b}$夹角的大小为$\frac{5π}{6}$ D.

10. 下列结论正确的是(    )

A. 已知两个单位向量$\vec{e\_{1}}$，$\vec{e\_{2}}$的夹角为$θ$，则$\vec{e\_{1}}$在$\vec{e\_{2}}$方向上的投影向量为$\vec{e\_{2}}cosθ$
B. 若$\vec{e\_{1}}$，$\vec{e\_{2}}$为单位向量，则$\vec{e\_{1}}^{2}=\vec{e\_{2}}^{2}$
C. 若$\vec{e\_{1}}$，$\vec{e\_{2}}$为单位向量，则$\vec{e\_{1}}·\vec{e\_{2}}=1$
D. 已知$\vec{a}=(1,-1)$，$\vec{b}=(λ,1)$，若$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角$α$为钝角，则实数$λ$的取值范围为$λ<1$．

11. 已知角$α$的顶点与原点$O$重合，始边与$x$轴的非负半轴重合，它的终边过点$P\left(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$，将角$α$的终边逆时针旋转$90°$得到角$β$，则下列结论正确的是(    )

A. $tanα=\frac{4}{3}$ B. $cosβ=-\frac{3}{5}$
C. $sin(α-β)=-1$ D. $sin\left(β+\frac{π}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{10}$

12. 在$ΔABC$所在平面内，点$P$满足$\vec{AP}=λ\left(\frac{\vec{AB}}{m|\vec{AB}|}+\frac{\vec{AC}}{n|\vec{AC}|}\right)$，其中$λ\in (0,+\infty )$，$m,n\in R,m\ne 0,n\ne 0$，则下列说法正确的是(    )

A. 当$m\left|\vec{AB}\right|=n\left|\vec{AC}\right|=1$时，直线$AP$一定经过$ΔABC$的重心
B. 当$m=n=1$时，直线$AP$一定经过$ΔABC$的外心
C. 当$m=cosB,n=cosC$时，直线$AP$一定经过$ΔABC$的垂心
D. 当$m=sinB,n=sinC$时，直线$AP$一定经过$ΔABC$的内心

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

13. 已知向量$\vec{a}$与$\vec{b}$满足$\left|\vec{a}\right|=5,\left|\vec{b}\right|=4$，且$\vec{a}⋅\vec{b}=10$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角等于          ．

14. 如图所示，半圆的直径$AB=2$，$O$为圆心，$C$是半圆上不同于$A$，$B$的任意一点，若$P$为半径$OC$上的动点，则$(\overset{}{\vec{PA}}+\overset{}{\vec{PB}})·\overset{}{\vec{PC}}$的最小值是          ．

15. 已知函数$f(x)=x+2^{x},g(x)=x+lnx,h(x)=x-\sqrt{x}-1$的零点分别为$x\_{1},x\_{2},x\_{3}$，则$x\_{1},x\_{2},x\_{3}$的大小关系是          ．

16. 已知函数$f(x)=ax^{2}+a-2019(a\in R)$存在零点，且与函数$y=f(f(x))$的零点完全相同，则实数$a$的值为          ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. $($本小题$10.0$分$)$
已知向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$的夹角为$\frac{π}{3}$，且$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}⊥(3\vec{a}-2\vec{b}).$
$(1)$求$|\vec{b}|$；$(2)$若$|2\vec{a}-m\vec{b}|=\sqrt{7}$，求$m$．
18. $($本小题$12.0$分$)$
已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(2,λ)$，$\vec{c}=(-3,2)$．
$(1)$若$\vec{a}/​/\vec{b}$，求实数$λ$的值；$(2)$若$k\vec{a}+\vec{c}$与$\vec{a}-2\vec{c}$垂直，求实数$k$的值．

19. $($本小题$12.0$分$)$

已知锐角$α$与钝角$β$，$sinα=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$sinβ=\frac{\sqrt{2}}{10}$．

$(1)$求$cos(α-β)$的值；$(2)$求$2α-β$的值．

20. $($本小题$12.0$分$)$
某学习小组在暑期社会实践活动中，通过对某商店一种商品销售情况的调查发现：该商品在过去的一个月内$($以$30$天计$)$的日销售价$P(x)($元$)$与时间$x($元$)$的函数关系近似满足$P(x)=1+\frac{k}{x}(k$为正实数$).$该商品的日销售量$Q(x)($个$)$与时间$x($天$)$部分数据如下表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 第$x$天 | $$10$$ | $$20$$ | $$25$$ | $$30$$ |
| $Q(x)$个 | $$110$$ | $$120$$ | $$125$$ | $$120$$ |

已知第$10$天该商品的日销售收入为$121$元．

$($Ⅰ$)$求$k$的值$;$

$($Ⅱ$)$给出以下两种函数模型：$ ①Q(x)=ax+b$，$ ②Q(x)=a|x-25|+b$，请你根据上表中的数据，从中选择你认为最合适的一种函数来描述该商品的日销售量$Q(x)$与时间$x$的关系，并求出该函数的解析式$;$

$($Ⅲ$)$在$($Ⅱ$)$的情况下，求该商品的日销售收入$f(x)(0\leq x\leq 30,x\in N^{\*})($元$)$的最小值．

21. $($本小题$12.0$分$)$
在$△ABC$中，点$E$，$F$是$△ABC$所在平面内的两点，$AB=3$，$AC=2$，$∠BAC=\frac{π}{3}$，$\vec{CE}+\vec{BE}=\vec{0}$，$\vec{AC}=3\vec{FC}$．
$(1)$以$\vec{AB}$，$\vec{AC}$为基底表示向量$\vec{EF}$，并求$|\vec{EF}|$；
$(2)D$为直线$EF$上的一点，设$\vec{CD}=x\vec{AB}+y\vec{AC}(x,y$是实数$)$，若直线$CD$经过$△ABC$的垂心，求$x$，$y$的值．

22. $($本小题$12.0$分$)$

已知函数$u(x)=\left\{\begin{matrix}x^{2}-1,x⩾0\\-2x,x<0\end{matrix}\right.,v(x)=2\sqrt{1-x^{2}}$．

$(1)$解关于$x$的不等式$u(x)⩽v(x)$；

$(2)$若关于$x$的方程$u(x)+v(x)+|u(x)-v(x)|=2ax+4$有三个实根$x\_{1}<x\_{2}<x\_{3}$．
$(i)$求$x\_{3}$；
$(ii)$求$\frac{1}{|x\_{1}|}+\frac{1}{|x\_{2}|}$的取值范围．