江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学

期末考前演练试卷（八）

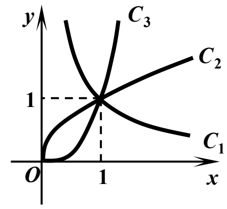
一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分．每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的．请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上．)

1. 计算 $\cos(\frac{4\pi}{3})=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2．图中 C_1、C_2、C_3 为三个幂函数 $y=x^{\alpha}$ 在第一象限内的图象，则解析式中指数 α 的值依次可以是（　　）

A. $\frac{1}{2}$、3、-1　　B. -1、3、$\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$、-1、3　　D. -1、$\frac{1}{2}$、3



（第 2 题图）

3. 在平面直角坐标系中，若角α的终边经过点 $P\left(\sin\frac{\pi}{3},\ \cos\frac{\pi}{3}\right)$，则 $\sin\alpha=$（　　）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

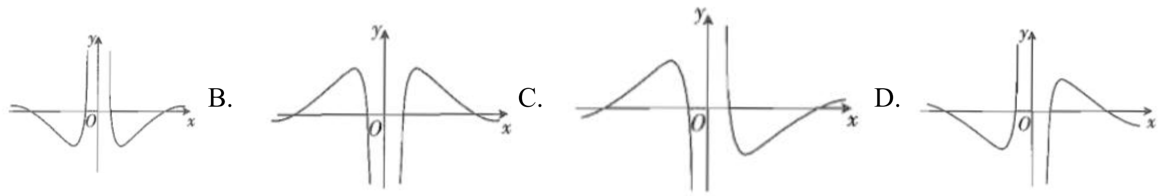
4.已知 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x}, x\geq 2,\\ x^2-3, x<2.\end{cases}$ 若函数 $y=f(x)-k$ 有且只有三个不同的零点，则实数 k 的取值范围是（　　）

A. $(-3,1)$　　B. $(0,1)$　　C. $\left(-3,0\right]$　　D. $(0,+\infty)$

5．王安石在《游褒禅山记》中写道“世之奇伟、瑰怪，非常之观，常在于险远，而人之所罕至焉，故非有志者不能至也”，请问“有志”是“到达奇伟、瑰怪，非常之观”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件　　C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

6．函数 $f(x)=\frac{2\sin|x|-1}{x^2}$ 的部分图象大致是（　　）

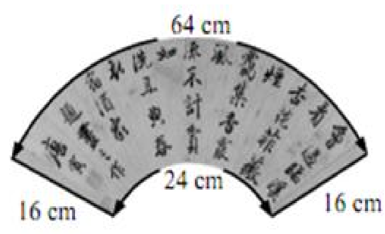
A. 

B.　C.　D.

7．中国扇文化有着深厚的文化底蕴，文人雅士喜在扇面上写字作画.如图，是书画家唐寅（1470—1523）的一幅书法扇面，其尺寸如图所示，则该扇面的面积为（　　）

A．704cm².　　B．352cm².

C．1408cm².　　D．320cm².



8.区块链作为一种革新的技术，已经被应用于许多领域，包括金融、政务服务、供应链、版权和专利、能源、物联网等. 在区块链技术中，若密码的长度设定为 256 比特，则密码一共有 2^{256} 种可能，因此，为了破解密码，最坏情况需要进行 2^{256} 次哈希运算. 现在有一台机器，每秒能进行 2.5×10^{11} 次哈希运算，假设机器一直正常运转，那么在最坏情况下，这台机器破译密码所需时间大约为（参考数据 $\lg 2\approx0.3010,\lg 3\approx0.477$）（　　）

A. 4.5×10^{73} 秒　　B. 4.5×10^{65} 秒　　C. 4.5×10^{7} 秒　　D. 28 秒

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每个小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分）

9. 下列说法正确的有（　　）

A.若 $a>b$，则 $ac^2>bc^2$　　B.若 $\frac{a}{c^2}>\frac{b}{c^2}$，则 $a>b$

C.若 $a>b$，则 $2^a>2^b$　　D.若 $a>b$，则 $a^2>b^2$

10.已知$f(x)$是定义在 R 的偶函数，当$x\geq0$时，$f(x)=x^2-2x$，则下列说法不正确的是（　　）

A. 当$x<0$时，$f(x)=-x^2+2x$　　B. $f(x)$的最小值为-1

C. 函数$f(x)$的单调增区间为$[-1,0]\cup[1,+\infty)$　　D. 若方程$f(x)=m$有 2 个不同的实数解,则$m>0$

11.已知函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，下列说法正确的是(　　)

A.直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 是函数 $f(x)$ 图像的一条对称轴；

B. 点 $(\frac{\pi}{12},0)$ 是函数 $f(x)$ 图像的一个对称中心；

C.函数 $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{12})$ 上单调递增；

D.将函数 $f(x)$ 图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后，可得到函数 $y=\cos 2x$ 的图像。

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2a,x<0,\\x^2-ax,x\geq0.\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(f(x))=0$ 有 8 个不同的实数根，则实数 a 的值可能为(　　)

A. -6　　B. 8　　C. 9　　D. 12

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在题中的横线上）

13. 已知角 θ 的终边过点 P$(3,-4)$,求 $\sin\theta$ 等于_______.

14. 已知$f(x)=\log_a x(a>0,a\neq1)$，若对$\forall\, x\in[3,+\infty)$，都有$|f(x)|\geq1$成立，则 a 的取值范围是_______.

15. 若 $-180^\circ < \alpha < -90^\circ$，且 $\cos(75^\circ + \alpha) = \dfrac{1}{3}$，则 $\cos(15^\circ - \alpha) =$ ______.

16 函数 $f\left(x\right) = 2sin3wx\left(w > 1\right)$ 的一个单调递增区间为 $\left[a, \dfrac{\pi}{3}\right]$, 一个单调递减区间为 $\left[\dfrac{\pi}{3}, \beta\right)$, 且 $\beta - a \geq \dfrac{\pi}{6}$, 则 $w =$ __________.

四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.已知集合 $A = \left\{x \middle| \dfrac{x-3}{x+4} \leq 0\right\}$，$B = \left\{x \middle| 2m - 1 \leq x < m + 3\right\}$.

（1）当 $m = 1$时，求 $A \cap B$；　　　　（2）若 $A \cup B = A$，求 m 的取值范围.

18.（1）已知 $\sin(3\pi + \alpha) = 2\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)$，求 $\dfrac{\sin\alpha - 4\cos\alpha}{5\sin\alpha + 2\cos\alpha}$ 的值；

（2）已知 $\sin(\pi - \alpha) - \cos(\pi + \alpha) = \dfrac{\sqrt{2}}{3}\left(\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$，求 $\sin\alpha - \cos\alpha$ 的值.

19.已知点 $M\left(\dfrac{3\pi}{8}, 0\right)$ 在函数 $f\left(x\right) = Asin\left(wx + \varphi\right)\left(A > 0, w > 0, 0 < \varphi < \pi\right)$ 的图象上，且 $f\left(x\right)$ 的图象上与点 M 最近的一个最低点的坐标为 $\left(\dfrac{5\pi}{8}, -3\right)$.

（1）求 $f\left(x\right)$ 的解析式；　　　　（2）求函数 $f(x)$ 的单调增区间；

（2）若对于任意 $x \in [-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}]$，不等式 $m \leq f(x) \leq n$（m, n 为常数）恒成立，求 $n - m$ 的最小值。

20.新冠肺炎是近百年来人类遭遇的影响范围最广的全球性大流行病. 面对前所未知、突如其来、来势汹汹的疫情天灾，中央出台了一系列助力复工复产好政策. 城市快递行业运输能力迅速得到恢复，市民的网络购物也越来越便利. 根据大数据统计，某条快递线路运行时，发车时间间隔t(单位：分钟)满足：$4 \le t \le 15$，$t \in N$，平均每趟快递车辆的载件个数$p\left(t\right)$(单位：个)与发车时间间隔t近似地满足

$$p(t)=\begin{cases}1800-15(9-t)^2, 4 \le t < 9 \\ 1800, 9 \le t \le 15\end{cases}$$，其中$t \in N$.

（1）若平均每趟快递车辆的载件个数不超过1500个，试求发车时间间隔t的值；

（2）若平均每趟快递车辆每分钟的净收益为$q(t)=\dfrac{6p(t)-7920}{t}-80$(单位：元)，问当发车时间间隔$t$为多少时，平均每趟快递车辆每分钟的净收益最大？并求出最大净收益.

21．已知函数$f\left(x\right)=2^x+\dfrac{a}{2^x}\left(a \in R\right)$为定义在$\left[-1,1\right]$上的奇函数.

（1）求实数a的值；

（2）解关于x的不等式$f\left(x+1\right)+f\left(1-x^2\right)<0$；

（3）设$g\left(x\right)=f\left(\sin 2x\right)$，当$x \in \left[\dfrac{\pi}{12},\theta\right]$时，函数$y=g\left(x\right)$的最小值为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求$\theta$的取值范围.

22．已知函数$f(x)=x^2-2(a+1)x-a+1$，$a \in R$.

（1）若$f(x)$在区间$[-1,1]$上不单调，求a的取值范围；

（2） 设$g(x)=[(x^2-2ax-a)-f(x)]\cdot\left|x\right|$，若函数$y=\lg g(x)$在区间$[t,1]$恒有意义，求实数$t$的取值范围；

（3）已知方程$f(x)+|x^2+2x|=0$在$(-1,2)$有两个不相等的实数根，求实数a的取值范围.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学

期末考前演练试卷（八）　　参考答案

一、单项选择题　1-4　BDCB　5-8　BBAB

二、多项选择题　9.BC　10.ACD　11.ACD　12.CD

三、填空题　13. $-\frac{4}{5}$　**14.** $[\frac{1}{3},1)\cup(1,3]$　**15.** $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　**16.** $\frac{5}{2}$

四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 解:（1）当 $m=1$ 时，$B=\{x|1\le x<4\}$，$A=\{x|-4<x\le 3\}$ 所以 $A\cap B=\{x|1\le x\le 3\}$

（2）因为 $A\bigcup B=A$　所以 $B\subseteq A$

当 B=$\varnothing$ 时，$2m-1\ge m+3$ 解得 $m\ge 4$，当 B$\ne\varnothing$ 时，$\begin{cases}2m-1<m+3\\2m-1>-4\\m+3\le 3\end{cases}$，解得 $-\frac{3}{2}<m\le 0$

综上，m的取值范围是（$-\frac{3}{2},0]\cup[4,+\infty)$

18. 解:（1）由已知得 sin α＝2cos α，所以原式＝$\frac{2\cos\alpha-4\cos\alpha}{5\times 2\cos\alpha+2\cos\alpha}=-\frac{1}{6}$.

（2）由 $\sin(\pi-\alpha)-\cos(\pi+\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{3}$，得 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$ ①，将①两边平方得 $1+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2}{9}$,

故 $2\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{7}{9}$，所以$(\sin\alpha-\cos\alpha)2=1-2\sin\alpha\cos\alpha=1-\left(-\frac{7}{9}\right)=\frac{16}{9}$.

又$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，所以 $\sin\alpha>0$，$\cos\alpha<0$，$\sin\alpha-\cos\alpha>0$，则 $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{4}{3}$.

19.解:（1）由题意可得 $A=3,f\left(x\right)$ 的最小正周期为 $T=4\left(\frac{5\pi}{8}-\frac{3\pi}{8}\right)=\pi$

因为 $T=\frac{2\pi}{|w|},w>0$,所以 $w=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\pi}=2$,

所以 $f\left(x\right)=3sin\left(2x+\varphi\right)$.

因为点 $(\frac{5\pi}{8},-3)$ 在 $f\left(x\right)$ 的图象上,

所以 $f(\frac{5\pi}{8})=3sin(2\times\frac{5\pi}{8}+\varphi)=-3$,

即$\dfrac{5\pi}{4}+\varphi=\dfrac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$,

解得$\varphi=\dfrac{\pi}{4}+2k\pi(k\in Z)$.因为$0<\varphi<\pi$,

所以$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$,故$f(x)=3sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$.

（2）$[k\pi+\dfrac{5}{8}\pi,k\pi+\dfrac{9}{8}\pi],k\in Z$

（3）$3+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

20.【解】（1）当$9\le t\le 15$时，$1800\le 1500$，不满足题意，舍去.

当$4\le t<9$时，$1800-15(9-t)^2\le 1500$，即$t^2-18t+61\ge 0$.

解得$t\ge 9+2\sqrt{5}$(舍)或$t\le 9-2\sqrt{5}$,

$\because 4\le t<9$且$t\in N$. $\therefore t=4$.

所以发车时间间隔为4分钟.

（2）由题意可得$q(t)=\begin{cases}-\left(90t+\dfrac{4410}{t}\right)+1540,4\le t<9,t\in N\\ \dfrac{2880}{t}-80,9\le t\le 15,t\in N\end{cases}$

当$4\le t<9$，$t=7$时，$q\le -2\sqrt{90\times 4410}+1540=280$(元)

当$9\le t\le 15$，$t=9$时，$q\le \dfrac{2880}{9}-80=240$(元)

所以发车时间间隔为7分钟时，净收益最大为280(元).

21.（本小题满分12分）

解：（1）$\because f(x)$为定义在$[-1,1]$上奇函数，

$\therefore f(-x)=-f(x)$在$[-1,1]$上恒成立，

$\therefore 2^{-x}+\dfrac{a}{2^{-x}}=-\left(2^x+\dfrac{a}{2^x}\right)$,

$\therefore \left(2^x+\dfrac{1}{2^x}\right)(a+1)=0$在$[-1,1]$上恒成立，等价于$a+1=0$，即$a=-1$；　　……3分

（2）$f(x)=2^x-\dfrac{1}{2^x}$，任取$-1\le x_1<x_2\le 1$，$f(x_1)-f(x_2)=2^{x_1}-\dfrac{1}{2^{x_1}}-\left(2^{x_2}-\dfrac{1}{2^{x_2}}\right)$

$=2^{x_1}-2^{x_2}+\frac{1}{2^{x_2}}-\frac{1}{2^{x_1}}=\left(2^{x_1}-2^{x_2}\right)\left(1+\frac{1}{2^{x_1+x_2}}\right)$ $\because -1\le x_1<x_2\le 1$ $\therefore 2^{x_1}<2^{x_2}$

$\therefore f\left(x_1\right)<f\left(x_2\right)$ 即 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-1,1\right]$ 上为单调递增函数，　　……5 分

$\because f\left(x\right)$ 为奇函数，$\therefore$ $f\left(x+1\right)+f\left(1-x^2\right)<0$ 等价于 $f\left(x+1\right)<f\left(x^2-1\right)$，

$\because f\left(x\right)$ 在 $\left[-1,1\right]$ 上为单调递增函数，

$\therefore -1\le x+1<x^2-1\le 1$，$\therefore x\in\left[-\sqrt{2},-1\right)$　　……………………7 分

（3）

解：$g\left(x\right)=f\left(\sin 2x\right)=2^{\sin 2x}-\frac{1}{2^{\sin 2x}}$ 令 $\sin 2x=t$ $\therefore h\left(t\right)=2^t-\frac{1}{2^t}$

由 $h\left(t\right)=2^t-\frac{1}{2^t}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 解得 $2^t=\sqrt{2}$ 或 $2^t=-\frac{\sqrt{2}}{2}$（舍去），$\therefore t=\frac{1}{2}$　　………9 分

即 $\sin 2x=\frac{1}{2}$ $\because x\in\left[\frac{\pi}{12},\theta\right]$ $\therefore 2x\in\left[\frac{\pi}{6},2\theta\right]$ $\because \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$

$\therefore$ 由三角函数图像可知 $\frac{\pi}{6}<2\theta\le\frac{5\pi}{6}$，即 $\frac{\pi}{12}<\theta\le\frac{5\pi}{12}$.　　………12 分

22．（本小题满分 12 分）

解：解：（1）因为 $f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上不单调，则 $-1<a+1<1$，解得 $-2<a<0$

即 a 的取值范围 $(-2,0)$；　　……2 分

（2）

$g(x)=[(x^2-2ax-a)-f(x)]\cdot|x|=[(x^2-2ax-a)-(x^2-2(a+1)x-a+1)]\cdot|x|$

$=(2x-1)|x|$

函数 $y=\lg g(x)$ 在区间 $[t,1]$ 恒有意义，

等价于对于任意的实数 $x\in[t,1]$，不等式 $g(x)=(2x-1)|x|>0$ 恒成立，（*）

当 $t\le\frac{1}{2}$ 时，$\frac{1}{2}\in[t,1]$，此时 $g(\frac{1}{2})=0$，与（*）式矛盾，不合题意

当 $t>\frac{1}{2}$ 时，由 $x\in[t,1]$ 可知，$2x-1>0$，$|x|>0$，所以 $g(x)>0$ 恒成立，即（*）成立

又在区间 $[t,1]$ 上实数 t 必须满足 $t<1$

综上，所求实数 t 的取值范围为 $(\frac{1}{2},1)$；　　……5 分

（3）令 $h(x)=f(x)+|x^2+2x|$

方程 $f(x)+|x^2+2x|=0$ 在 $(-1,2)$ 有两个不相等的实数根

等价于函数 $h(x)$ 在区间 $(-1,2)$ 上存在两个零点

因为 $h(x)=f(x)+|x^2+2x|=\begin{cases}-2(a+2)x-a+1, -1<x<0\\ 2x^2-2ax-a+1, \quad 0\le x<2\end{cases}$ 且 $h(x)$ 在 $x=0$ 处图象不间断

当 $a=-2$ 时，$h(x)=\begin{cases}3, \quad -1<x<0\\ 2x^2+4x+3, \ 0\le x<2\end{cases}$ 无零点；　　……6 分

当 $a\ne -2$ 时，由于 $h(x)=-2(a+2)x-a+1$ 在 $(-1,0)$ 单调，∴在 $(-1,0)$ 内 $h(x)$ 至多只有一个零点，不妨设 $h(x)$ 的两个零点为 x_1,x_2，并且 $x_1<x_2$

若 $h(x)$ 有一个零点为 0，则 $a=1$，于是 $h(x)=\begin{cases}-6x, \quad -1<x<0\\ 2x^2-2x, 0\le x<2\end{cases}$，零点为 0 或1，所以 $a=1$ 满足题意

若 0 不是函数 $h(x)$ 零点，则函数 $h(x)$ 在区间 $(-1,2)$ 上存在两个零点有以下两种情形：

①若 $-1<x_1<0$，$0<x_2<2$，

则 $\begin{cases}h(-1)\cdot h(0)<0\\ h(0)\cdot h(2)<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(1-a)(a+5)<0\\ (1-a)(9-5a)<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>1\text{或}a<-5\\ 1<a<\frac{9}{5}\end{cases}\Rightarrow 1<a<\frac{9}{5}$.………9 分

②若 $0<x_1<x_2<2$，

则 $\begin{cases}\Delta=4a^2-8(1-a)>0\\ 0<\frac{a}{2}<2\\ h(0)>0\\ h(2)>0\\ h(-1)h(0)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a<-1-\sqrt{3}\text{或}a>\sqrt{3}-1\\ 0<a<4\\ a<1\\ a<\frac{9}{5}\\ -5<a<1\end{cases}\Rightarrow\sqrt{3}-1<a<1$.　　……11 分

综合①②得，实数 a 的取值范围是 $(\sqrt{3}-1,\frac{9}{5})$.　　……12 分