



8. 已知  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x + 1, & x \leq 0 \\ |\log_2 x|, & x > 0 \end{cases}$ , 函数  $g(x) = f(x) + b$  有四个不同的零点  $x_1, x_2, x_3, x_4$ ,

且满足:  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . 则下列结论中不正确的是( )

- A.  $-1 < b < 0$       B.  $x_3 x_4 = 1$       C.  $\frac{1}{2} \leq x_3 < 1$       D.  $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$

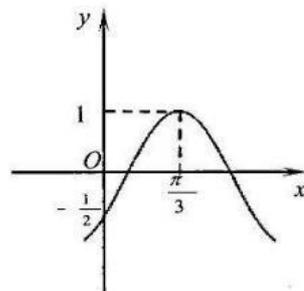
二、多选题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分。在每小题有多项符合题目要求)

9. 已知  $x > 0, y > 0, x + 3y + xy = 9$ , 下列结论正确的是( )

- A.  $xy$  的最大值为 3      B.  $x + y$  的最小值为  $2\sqrt{3}$   
C.  $x^2 + 9y^2$  的最小值为 18      D.  $x + 3y$  的最小值为 6

10. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 图像与  $y$  轴交于点  $(0, -\frac{1}{2})$ , 且  $(\frac{\pi}{3}, 1)$  为该图像最高点, 则( )

- A.  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$   
B.  $f(x)$  的一个对称中心为  $(\frac{\pi}{12}, 0)$   
C. 函数  $f(x)$  图像向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位可得  $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$  图像  
D.  $x = \frac{7\pi}{12}$  是函数  $f(x)$  的一条对称轴



11. 设函数  $y = f(x)$  的定义域为  $R$ . 且满足  $f(x) = f(2 - x), f(-x) = -f(x - 2)$ , 当  $x \in (-1, 1]$  时,  $f(x) = -x^2 + 1$ , 则下列说法正确的是( )

- A.  $f(2022) = 1$   
B.  $y = f(x + 3)$  为奇函数  
C. 当  $x \in [4, 6]$  时,  $f(x)$  的取值范围为  $[-1, 0]$   
D. 方程  $f(x) = \lg(x + 1)$  仅有 5 个不同实数解

12. 设函数  $f(x) = 2^{\cos 2x} - 2^{-\cos 2x}$ , 则( )

- A.  $f(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{2})$  上单调递增      B.  $f(x)$  的值域为  $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$   
C.  $f(x)$  的一个周期为  $\pi$       D.  $f(x + \frac{\pi}{4})$  的图象关于点  $(\frac{\pi}{4}, 0)$  对称

三、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分)

13. 函数  $y = \sqrt{\log_{0.5}(4x - 3)}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

14. 已知  $\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{1}{2}$ , 则  $\sin\left(\frac{4\pi}{3} + \alpha\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 已知函数  $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$  ( $\omega > 0$ ), 对任意  $x \in R$ , 都有  $f(x) \leq f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ , 并且  $f(x)$  在区间  $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$  上不单调, 则  $\omega$  的最小值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 已知函数  $f(x) = \sqrt{2}\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 - m$  在  $\left[-\frac{3\pi}{4}, 0\right]$  上有 3 个零点  $x_1, x_2, x_3$ , 其中  $x_1 < x_2 < x_3$ , 则  $x_1 + 2x_2 + x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 72.0 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 计算下列各式的值:

(1)  $\left(\frac{5}{4}\right)^{-\frac{1}{5}} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^0 + 4^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{2} - \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{2}{5}}} - (2 - \sqrt{3})^{-1}$ ;

(2)  $\log_3 \frac{\sqrt[4]{27}}{3} + \log_2 20 - 5^{\log_5 \frac{7}{4}} - \log_2 5$ .

18. 已知幂函数  $f(x) = (m^2 - 6m + 6)x^{m-2}$  在其定义域上为增函数.

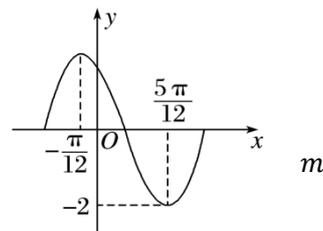
(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 若  $f(3a^2 - 9) < f(5a + 3)$ , 求实数  $a$  的取值范围.

19. 已知函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$ ) 的部分图象如图所示, 将函数  $f(x)$  的图象上所有点的横坐标变为原来的  $\frac{2}{3}$ , 纵坐标不变, 再将所得函数图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 得到函数  $g(x)$  的图象.

(1) 求函数  $g(x)$  的解析式;

(2) 若对于  $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ , 恒有  $[g(x)]^2 - mg(x) - 3 \leq 0$  成立, 求实数  $m$  的取值范围.



20. (本小题12.0分)

已知函数  $f(x) = \sin(\frac{\pi}{6} - 2x) - \frac{1}{2}$ ,  $g(x) = 2\cos(2x + \frac{\pi}{6}) - 2 - m$ ,

(1)求函数  $f(x)$  的单调递减区间;

(2)求函数  $g(x)$  的最大值、最小值及对应的  $x$  值的集合;

(3)若对任意  $x_1 \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ , 存在  $x_2 \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ , 使得  $f(x_1) = g(x_2)$ , 求实数  $m$  的取值范围.

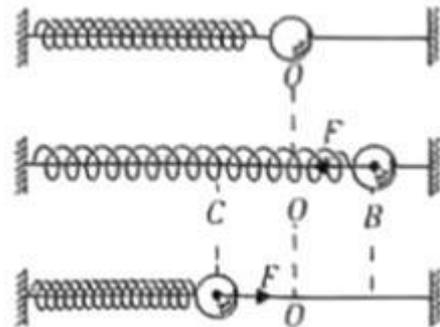
21. (本小题12.0分)

如图, 某个弹簧振子(简称振子)在完成一次全振动的过程中, 时间  $t$  (单位:  $s$ ) 与位移  $y$  (单位:  $mm$ )

之间的对应数据如表所示, 其变化规律可以用  $y = A\sin(\omega t + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, \varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ) 来

刻画.

$t$	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60
$y$	-20.0	-10.1	10.3	20.0	10.3	-10.1	-20.0



(1)试确定位移  $y$  关于时间  $t$  的函数关系式;

(2)在理想状态下, 经过10秒, 该弹簧振子的  
移和路程分别是多少?(精确到0.1)

位

22. (本小题12.0分)

已知函数  $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} + ax)$  是奇函数.

(1)求实数  $a$  的值;

(2)当  $a > 0$  时, ①判断  $f(x)$  的单调性(不要求证明);

②对任意实数  $x$ , 不等式  $f(\sin^2 x + \cos x) + f(3 - 2m) < 0$  恒成立, 求正整数  $m$  的最小值.