

高一期末联合模拟练习

数学试题

命题人：李军焰 审核人：黎小平

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x | -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x | -1 < x < 2\}$ C. $\{x | -2 < x \leq 3\}$ D. $\{x | -1 < x \leq 3\}$

2. 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图象过点 $(2, 16)$, 则 $f(\frac{1}{2}) =$ ()

A. $\frac{1}{16}$ B. 2 C. 4 D. ± 2

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{3})^x, & x \leq 0 \\ \log_3 x + 2, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f[f(-3)] =$ ()

A. -1 B. 2 C. 4 D. 5

4. 已知角 α 终边上一点 $P(-3, 4)$, 则 $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} =$ ()

A. -7 B. 7 C. $-\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{7}$

5. 每年 3 月 3 日是国际爱耳日, 2022 年的主题是“关爱听力健康, 聆听精彩未来”. 声强级是

表示声强度相对大小, 其值为 y (单位 dB), 定义 $y = 10 \lg \frac{I}{I_0}$, 其中 I 为声场中某点的声强度,

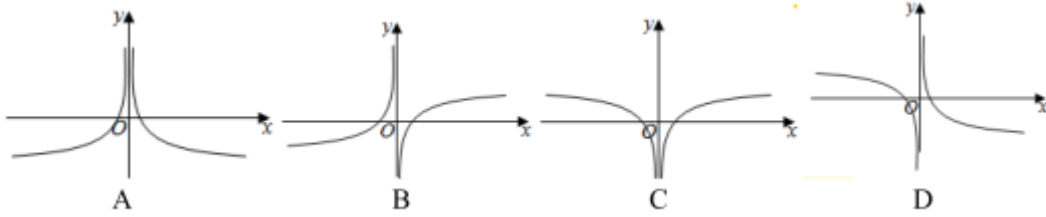
其单位为 W/m^2 (瓦/平方米) $I_0 = 10^{-12} \text{W}/\text{m}^2$ 为基准值. 如果飞机起飞时的声音是 120 dB, 两人轻声交谈的声音是 40 dB, 那么前者的声强度是后者的声强度的 () 倍?

A. 10^7 B. 10^8 C. 10^9 D. 10^{10}

6. 已知函数 $f(x) = 2(e^x - e^{-x})$, 若对任意实数 x , 不等式 $f(2 \sin x) + f(\cos^2 x - a) < 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $[1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[2, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$

7. 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + \frac{1}{x}$, 则函数 $f(x)$ 的大致图象为 ()



8. 已知 $a = \sin 2$, $b = 2 - \frac{4}{\pi}$, $c = \tan(\pi - 2)$, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列命题是真命题的有 ()

- A. $\forall x > 0, x^2 - 1 > 0$ 的否定是: $\exists x \leq 0, x^2 - 1 \leq 0$
 B. $a \in P \cup Q$ ($P \neq Q$) 是 $a \in P$ 的必要不充分条件
 C. $p: x > 60^\circ, q: \sin x > \frac{1}{2}$, 则 p 是 q 的充分不必要条件
 D. 利用二分法求方程 $\log_3 x = 5 - 2x$ 的近似解, 可以取的一个区间是 $(2, 3)$

10. 已知 $ab > 0$, 且 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则下列不等式一定成立的有 ()

- A. $a < b$ B. $\frac{a}{b} < \frac{b}{a}$ C. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ D. $2^a - b < 2^b - a$

11. 对于函数 $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$, 下列结论正确的是 ()

- A. $f(x)$ 是周期为 π 的周期函数 B. 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x)$ 值域为 $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$
 C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称 D. $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6})$ 上单调递减

12. 函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+2) = -f(x)$, 若函数 $f(x+2023)$ 的图象关于直线

$x = -2023$ 对称, 且对任意的 $x_1, x_2 \in (0, 2)$, $x_1 \neq x_2$, 都有 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0$,

若 $f(-2) = 0$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 是偶函数 B. $f(2022) = 0$
 C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称 D. $f(-\frac{\ln 3}{3}) < f(-\frac{\ln 2}{2})$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 计算： $e^{\ln 3} + \log_{\sqrt{3}} 9 + (0.125)^{-\frac{2}{3}} - \tan \frac{\pi}{4} =$ _____

14. 已知 $a+2b=1$ ($a, b > 0$), 则 $\frac{4}{a+b} + \frac{1}{b}$ 的最小值为_____.

15. 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{1}{1-\sin \alpha} + \frac{1}{1-\cos \alpha} + \frac{1}{1+\sin \alpha} + \frac{1}{1+\cos \alpha} =$ _____.

16. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x|x-2|$. 若关于 x 的方程

$f^2(x) + af(x) + b = 0$ ($a, b \in R$) 恰有 10 个不同实数解, 则实数 a 的取值范围为_____

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 集合 $A = \{x | x^2 - 6x - 7 \leq 0\}$, $B = \{x | m+1 < x < 2m-1\}$.

(1) 若 $m=5$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的必要条件, 求实数 m 的取值范围.

18. (12 分) 已知函数 $f(\alpha) = \frac{\sin(2\pi - \alpha) \cos\left(\frac{5}{2}\pi + \alpha\right)}{\cos(\pi + \alpha) \tan(-\pi - \alpha)}$

(1) 求 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 的值;

(2) 若 $f\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{5}$, $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 求 $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \beta\right) + \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right)$ 的值.

19. (12 分) 物联网 (*Internet of Things*, 缩写: *IOT*) 是基于互联网、传统电信网等信息承载体, 让所有能行使独立功能的普通物体实现互联互通的网络. 其应用领域主要包括运输和物流、工业制造、健康医疗、智能环境 (家庭、办公、工厂) 等, 具有十分广阔的市场前景. 现有一家物流公司计划租地建造仓库储存货物, 经过市场调查了解到下列信息: 仓库每月土地占地费 y_1 (单位: 万

元), 仓库到车站的距离 x (单位: 千米, $x > 0$), 其中 y_1 与 $x+1$ 成反比, 每月库存货物费 y_2 (单位: 万元) 与 x 成正比; 若在距离车站 9 千米处建仓库, 则 y_1 和 y_2 分别为 2 万元和 7.2 万元.

(1) 求出 y_1 与 y_2 的解析式;

(2) 这家公司应该把仓库建在距离车站多少千米处, 才能使两项费用之和最小? 最小费用是多少?

20. (12分) 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) + B$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

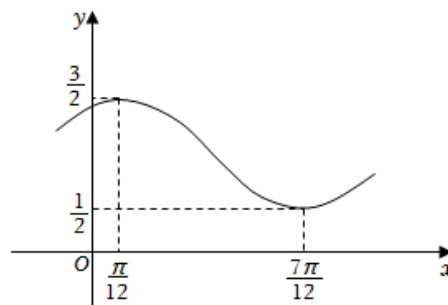
(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 将函数 $y = f(x)$ 的图象上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 再将所得图象上每一个点的纵坐标

变为原来的2倍(横坐标不变)得到函数 $y = g(x)$ 的图象.

①求函数 $g(x)$ 的对称轴方程和对称中心坐标;

②求函数 $g(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调增区间.



21. (12分) 设函数 $f(x) = 2^x + (k-1)2^{-x}$ ($x \in \mathbf{R}$) 是偶函数.

(1) 求实数 k 的值;

(2) 若不等式 $f(2x) + 4 > mf(x)$ 对任意实数 x 都成立, 求实数 m 的取值范围;

(3) 设函数 $g(x) = n[f(x) - 2^{1-x}] - f(2x) - 2$, 若 $g(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上有零点, 求实数 n 的取值范围.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = x^2 + 2mx - 4$ 在区间 $[-1, 2]$ 上是单调函数

(1) 求实数 m 的所有取值组成的集合 A ;

(2) 试写出 $f(x)$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最大值 $g(m)$;

(3) 设 $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 4$, 令 $F(m) = \begin{cases} g(m), & m \in A \\ h(m), & m \in \mathbf{C}_{\mathbf{R}} A \end{cases}$, 对任意 $m_1, m_2 \in \left[-\frac{7}{2}, a\right]$, 都有

$|F(m_1) - F(m_2)| \leq a + 3$ 成立, 求实数 a 的取值范围.