

江苏省仪征中学 2022-2023 学年第一学期高一数学学期期末复习练习

集合逻辑与不等式练习

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

一、单选题 (本大题共 8 小题, 共 40.0 分。在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项)

1. 已知集合 $A = \{x|y = x^2\}$, $B = \{y|y = -x^2\}$, 则 $A \cup B =$. ()
A. R B. $\{x|x \leq 0\}$ C. $\{y|y \geq 0\}$ D. \emptyset
2. 设 $x \in R$, 则 “ $x^2 - x < 0$ ” 是 “ $|x - 1| < 1$ ” 的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 不等式 $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$ 的解集为 ()
A. $(-\infty, 2)$ B. $(2, +\infty)$
C. $(0, 2)$ D. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
4. 已知命题: “ $\forall x \in R$, 方程 $x^2 + 4x + a = 0$ 有解” 是真命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $a < 4$ B. $a \leq 4$ C. $a > 4$ D. $a \geq 4$
5. 已知正数 x, y 满足 $x + 2y - xy = 0$, 则 $x + 2y$ 的最小值为()
A. 0 B. 2 C. 4 D. 8
6. 已知条件 $p: \{x|x^2 + x - 6 = 0\}$, 条件 $q: \{x|mx + 1 = 0\}$, 且 q 是 p 的充分不必要条件, 则 m 的取值集合是 ()
A. $\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$ B. $\{0, \frac{1}{3}\}$ C. $\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3}\}$ D. $\{-\frac{1}{2}, 0\}$
7. 满足条件 $M \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 3\}$ 的集合 M 的个数是 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
8. 若不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解为 $m < x < n$ (其中 $m < 0 < n$), 则不等式 $cx^2 - bx + a > 0$ 的解为()
A. $x > -m$ 或 $x < -n$ B. $-n < x < -m$
C. $x > -\frac{1}{m}$ 或 $x < -\frac{1}{n}$ D. $-\frac{1}{m} < x < -\frac{1}{n}$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分。在每小题有多项符合题目要求）

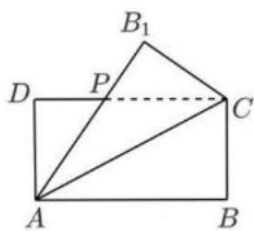
9. 设 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $A \cap B = B$, 则实数 a 的值可以是 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. 4 D. 1

10. 下列各结论中正确的是 ()

- A. “ $ab > 0$ ” 是 “ $\frac{a}{b} > 0$ ” 的充要条件
 B. 函数 $y = \sqrt{x^2 + 2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$ 的最小值为 2
 C. 命题 “ $\forall x > 1, x^2 - x > 0$ ” 的否定是 “ $\exists x_0 \leq 1, x_0^2 - x_0 \leq 0$ ”
 D. 若函数 $y = x^2 - ax + 1$ 有负值, 则实数 a 的取值范围是 $a > 2$ 或 $a < -2$

11. 设矩形 $ABCD$ ($AB > BC$) 的周长为定值 $2a$, 把 $\triangle ABC$ 沿 AC 向 $\triangle ADC$ 折叠, AB 折过去后交 DC 于点 P , 如图, 则下列说法正确的是 ()



- A. 矩形 $ABCD$ 的面积有最大值 B. $\triangle APD$ 的周长为定值
 C. $\triangle APD$ 的面积有最大值 D. 线段 PC 有最大值

12. 已知关于 x 的方程 $x^2 + ax + b = 0$ ($a > 0$) 有两个相等的实数根, 则 ()

- A. $a^2 - b^2 \leq 4$
 B. $a^2 + \frac{1}{b} \geq 4$
 C. 若不等式 $x^2 + ax - b < 0$ 的解集为 $\{x | x_1 < x < x_2\}$, 则 $x_1 x_2 > 0$
 D. 若不等式 $x^2 + ax + b < c$ 的解集为 $\{x | x_1 < x < x_2\}$, 且 $|x_1 - x_2| = 6$, 则 $c = 9$

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

13. 已知 $-1 \leq a + b \leq 4$, $2 \leq a - b \leq 3$, 则 $3a - 2b$ 的取值范围为_____

14. 下列存在量词命题是真命题的是_____. (填序号)

- ① 有些不相似的三角形面积相等; ② 存在一实数 x_0 , 使 $x_0^2 + x_0 + 1 < 0$;
 ③ 存在实数 a , 使函数 $y = ax + b$ 的值随 x 的增大而增大; ④ 有一个实数的倒数是它本身.

15. 某班举行数学、物理、化学三科竞赛，每人至少参加一科，已知参加数学竞赛的有 27 人，参加物理竞赛的有 25 人，参加化学竞赛的有 27 人，其中同时只参加数学、物理两科的有 10 人，同时只参加物理、化学两科的有 7 人，同时只参加数学、化学两科的有 11 人，而参加数学、物理、化学三科的有 4 人，则全班共有_____人.

16. 已知正数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$ ，则 $\frac{3}{b+1} - a$ 的最大值为_____.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 72.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本小题 12.0 分)

已知集合 $P = \{x | a + 1 \leq x \leq 2a + 1\}$ ， $Q = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$.

(1) 若 $a = 3$ ，求 $(C_R P) \cap Q$;

(2) 若“ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”充分不必要条件，求实数 a 的取值范围.

18. (本小题 12.0 分)

已知 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $4x + y = 3$.

(1) 求 xy 的最大值;

(2) 求 $\frac{3}{x} + \frac{12}{y}$ 的最小值.

19. (本小题 12.0 分)

若不等式 $(1 - a)x^2 - 4x + 6 > 0$ 的解集是 $\{x | -3 < x < 1\}$.

(1) 解不等式 $2x^2 + (2 - a)x - a > 0$

(2) b 为何值时， $ax^2 + bx + 3 \geq 0$ 的解集为 R .

20. (本小题 12.0 分)

设函数 $f(x) = x^2 + 2ax + 2 - a$, ($a \in R$).

(1) 当 $a = 1$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(x) > (1 - a)x^2 - a + 5$;

(2) 若 $\exists x \in [1, 2]$, 使得 $f(x) > 0$ 成立, 求 a 的取值范围.

21. (本小题 12.0 分)

(2021 湖南师大附属五雅中学期中)(1) 已知 a, b 均为正实数, 且 $2a + 8b - ab = 0$, 求 $a + b$ 的最小值;

(2) 已知 a, b, c 均为正实数, 且 $a + b + c = 1$, 求证: $(a + \frac{1}{a}) + (b + \frac{1}{b}) + (c + \frac{1}{c}) \geq 10$.

22. (本小题 12.0 分)

设函数 $f(x) = x^2 - (m + 1)x + m$,

(1) 若关于 x 的不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 $(1, 3)$, 求实数 m 的值;

(2) 求不等式 $f(x) < 0$ 的解集;

(3) 若对于 $x \in [1, 2]$, $f(x) > m - 4$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.