江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学期末复习导学案

三角函数复习（1）

研制人：周纯阳　　　审核人：邓迎春

班级：__________姓名：__________学号：__________授课日期：2023.1

一、复习回顾

在本章中，我们通过旋转将角的概念推广到任意角，探讨了角的另一种度量制度—弧度制，在此基础上，研究了任意角的三角函数、同角三角函数关系、诱导公式、三角函数的图象和性质，最后研究了三角函数的应用。本节课我们将重点复习下列内容：

1.任意角与弧度制；2.弧长与扇形面积；3.三角函数定义；4.同角三角函数关系；5.诱导公式.

二、课前热身

1. 与$-240°$角终边位置相同的角是（　　）

A．240°　　B．60°　　C．150°　　D．480°

2. 已知扇形的圆心角为$\dfrac{2\pi}{3}$，半径为 5，则扇形的面积为______.

3. 若点$P\left(-3,4\right)$在角α的终边上，则$2\sin\alpha+\cos\alpha=$（　　）

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$-\dfrac{1}{5}$　　C．$\dfrac{2}{5}$　　D．1

4. $\sin 600°$的值为（　　）

A．$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

5. $\sqrt{1+2\sin\left(\pi-3\right)\cos\left(\pi+3\right)}$化简结果是（　　）

A．$\sin3-\cos3$　　B．$\cos3-\sin3$　　C．$\pm\left(\sin3-\cos3\right)$　　D．以上都不对

三、典型例题

例 1．（1）设α角属于第二象限，且$\left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|=-\cos\frac{\alpha}{2}$，则$\frac{\alpha}{2}$角属于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

（2）已知扇形的弧长是5π，面积是15π，则该扇形的圆心角的正切值等于（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$-\sqrt{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

例 2．(1)若$sin\alpha=2cos\alpha$，求$\frac{sin\alpha+cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}+\cos^2\alpha$的值；

(2)已知$sin\alpha+cos\alpha=\frac{7}{13}$，$\alpha\in(0,\pi)$，求$sin\alpha-cos\alpha$的值.

例 3．　已知$f(\alpha)=\frac{\cos(\pi-\alpha)\sin(-\alpha-\pi)}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\tan(\pi-\alpha)}$.

(1)化简$f(\alpha)$；(2)若角α为第二象限角，且$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，求$f(\alpha)$的值.

四、小结

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学期末复习作业

三角函数复习（1）

研制人：周纯阳　　　审核人：邓迎春　（时长：45 分钟）

班级：__________姓名：__________学号：_________完成日期：2023.1

1. 如果“$x=2k\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$”是“$\cos x=\frac{1}{2}$”成立的(　)

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件　C. 充要条件 D. 不充分也不必要条件

2. 如果角α的终边过点$P(2sin\,30°,-2cos\,30°)$，则$\cos\alpha$的值等于(　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 下列说法中错误的是 (　)

A. 终边经过点$(-a,a)(a\neq 0)$的角的集合是$\{\alpha|\alpha=k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in Z\}$

B. 将表的分针拨慢30分钟，则分针转过的角的弧度数是π

C. 若α是第三象限角，则$\frac{\alpha}{2}$是第二象限角，2α为第一或第二象限角

D. 若$M=\{x|x=45°+k\cdot 90°,k\in Z\}$，$N=\{x|x=90°+k\cdot 45°,k\in Z\}$，则$M\subsetneqq N$

4. （多选） 已知$\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{1}{3}$，且$0<x<\frac{\pi}{2}$，则下列结论正确的是 (　)

A. $\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=\frac{1}{3}$　B. $\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$　C. $\cos\left(\frac{2\pi}{3}+x\right)=-\frac{1}{3}$　D.$\cos\left(\frac{2\pi}{3}+x\right)=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

5. （多选）下列四个选项，正确的有(　)

A. $P(\tan\alpha,\cos\alpha)$在第三象限，则α是第二象限角

B. 已知扇形OAB的面积为4，周长为10，则扇形的圆心角(正角)的弧度数为$\frac{1}{2}$

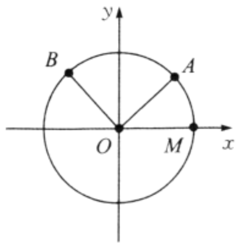
C. 若角α的终边经过点$(a,2a)(a\neq 0)$，则$\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$　D. $\sin3\cos4\tan5>0$

6. 把$-1220°$角写成$2k\pi+\alpha(k\in Z,\alpha\in(0,2\pi))$的形式是____________.

7. 已知角α的终边经过点$P\left(m,2\sqrt{2}\right)$，且$\cos\alpha=-\frac{1}{3}$.

(1)求m的值；　(2)求$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$的值.

8. 已知单位圆O与x轴正半轴交于点M，点A，B在单位圆上，其中点A在第一象限，且$\angle AOB=\frac{\pi}{2}$，记$\angle MOA=\alpha$，$\angle MOB=\beta$.



(1)若$\alpha=\frac{\pi}{6}$，求点A，B的坐标；　(2)若$A\left(\frac{4}{5},m\right)$，求$\sin\alpha-\sin\beta$.

9. (1)已知$\cos(\pi+\alpha)=2\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)$，求$\frac{1-2\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}$的值；

(2)已知$\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{3}$，则$\sin(\frac{5\pi}{6}-\alpha)+\sin^2(\frac{\pi}{3}-\alpha)$的值.

10. 已知函数$f(x)=\sin^2x\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}+\cos^2x\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$，$x\in\left[-\frac{\pi}{4},0\right]$.

(1)化简$f(x)$；(2)若$\alpha\in\left[-\frac{\pi}{4},0\right]$，$f(\alpha)=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，求$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$的值.

11. (1)化简：$\frac{\sin(\pi-\alpha)\cos(3\pi-\alpha)\cos(-\pi-\alpha)\cos(\frac{9\pi}{2}+\alpha)}{\cos(2\pi-\alpha)\sin(\pi+\alpha)\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)\sin(\frac{11\pi}{2}-\alpha)}$；

(2)已知$-\frac{\pi}{2}<x<0$，$\sin x+\cos x=\frac{1}{5}$，求$\sin x-\cos x$的值.

12. 已知关于x的方程$10x^2-2\sqrt{10}x+m=0$的两个不等实根分别是$sin\theta$和$cos\theta$.

(1)求m的值；　(2)求$\frac{\sin\theta\cdot\tan\theta}{\tan\theta-1}+\frac{cos^2\theta}{\cos\theta-\sin\theta}$的值.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学期末复习导学案

三角函数复习（1）答案

课前热身

1. D　2. $\frac{25\pi}{3}$　3. D　4. A　5. B

典型例题

例 1．（1）C　（2）D

例 2．解：(1)若$sin\alpha=2cos\alpha$，

可得$tan\alpha=2$，

可得$\frac{sin\alpha+cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}+\cos^2\alpha=\frac{tan\alpha+1}{\tan\alpha-1}+\frac{1}{1+\tan^2\alpha}=\frac{2+1}{2-1}+\frac{1}{1+2^2}=\frac{16}{5}$;

(2)因为$sin\alpha+cos\alpha=\frac{7}{13}$，$\alpha\in(0,\pi)$，

两边平方，可得$1+2sin\alpha cos\alpha=\frac{49}{169}$，解得$2sin\alpha cos\alpha=-\frac{120}{169}<0$，

所以$sin\alpha>0$，$cos\alpha<0$，

可得$sin\alpha-cos\alpha=\sqrt{(sin\alpha-cos\alpha)^2}=\sqrt{1-2sin\alpha cos\alpha}=\frac{17}{13}$.

例 3．解：$(1)f(\alpha)=\frac{\cos(\pi-\alpha)\sin(-\alpha-\pi)}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\tan(\pi-\alpha)}=\frac{-\cos\alpha\sin\alpha}{-\cos\alpha\sin\alpha(-\tan\alpha)}=-\frac{1}{\tan\alpha}$.

（2）$\because\sin\alpha=\frac{1}{3}$，$sin^2\alpha+cos^2\alpha=1$，角$\alpha$为第二象限角，

$\therefore\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\therefore\tan\alpha=-\frac{1}{2\sqrt{2}}$．$\therefore f(\alpha)=2\sqrt{2}$

课后作业

1.【答案】A

解：当$x=2k\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$时，$cosx=\frac{1}{2}$是成立的，即充分性成立；

当$cosx=\frac{1}{2}$时，$x=2k\pi+\frac{\pi}{3}$或$2k\pi-\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$，即必要性不成立．故选：A.

2.【答案】A

解：$2sin\ 30^\circ=1$，$-2\cos\ 30^\circ=-\sqrt{3}$，$\therefore r=2$，$\therefore\cos\ \alpha=\frac{1}{2}$．故选 A.

3.【答案】C

解：对于选项 A：终边经过点$(-a,a)(a\neq 0)$的角在第2和第4象限的角平分线上，

故角的集合是$\{\alpha|\alpha=\frac{3\pi}{4}+k\pi,k\in Z\}$，故 A 正确；

对于选项 B：将表的分针拨慢30分钟，按逆时针方向旋转，

则分针转过的角的弧度数是π，故 B 正确；

对于选项 C：因为α为第三象限角，即$2k\pi+\pi<\alpha<2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in Z$，

所以$k\pi+\frac{\pi}{2}<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{3\pi}{4}$，$k\in Z$，

当k为奇数时，它是第四象限角，当k为偶数时，它是第二象限角．

因为$4k\pi+2\pi<2\alpha<4k\pi+3\pi$，$k\in Z$，

所以2α的终边位于第一或第二象限或y轴的非负半轴，故 C 错误；

对于选项 D：$M=\{x|x=45°+k\cdot 90°,k\in Z\}$

$=\{x|x=\frac{(2k+1)\pi}{4}(k\in Z)\}$，$N=\{y|y=90°+k\cdot 45°,k\in Z\}=\{x|x=\frac{(k+2)\pi}{4}(k\in Z)\}$，

则$M\subsetneqq N$，故 D 正确．故选 C.

4.【答案】BD

解：因为$0<x<\frac{\pi}{2}$，所以$-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}-x<\frac{\pi}{3}$，而$\sin(\frac{\pi}{3}-x)=\frac{1}{3}>0$，因此$0<\frac{\pi}{3}-x<\frac{\pi}{3}$，

所以$cos\,(\frac{\pi}{3}-x)=\sqrt{1-sin^2(\frac{\pi}{3}-x)}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

因此$sin\,(\frac{\pi}{6}+x)=sin\,[\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{3}-x)]=cos\,(\frac{\pi}{3}-x)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

$cos\,(\frac{2\pi}{3}+x)=cos\,[\pi-(\frac{\pi}{3}-x)]=-cos\,(\frac{\pi}{3}-x)=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$．故选 BD.

5.【答案】ABD

解：对A:由题可得$\tan\alpha<0$，则α属于第二或者第四象限，$\cos\alpha<0$，则α属于第二或者第三象限或角度终边落在x轴的负半轴上，故α属于第二象限，A 正确;

对B:设扇形OAB的圆心角为$\alpha(\alpha>0)$，半径为R，圆心角对的弧长为l，则$\frac{1}{2}lR=4$，$l+2R=10$，

解得$l=2$，$R=4$，又$l=\alpha R$，即$2=4\alpha$，解得$\alpha=\frac{1}{2}$，B 正确;

对C:根据题意可得$\sin\alpha=\frac{2a}{\sqrt{(2a)^2+a^2}}=\frac{2a}{\sqrt{5}|a|}=\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$，故 C 错误;

对D:因为$3\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，$4\in(\pi,\frac{3}{2}\pi)$，$5\in(\frac{3\pi}{2},2\pi)$，故$\sin3>0$，$\cos4<0$，$\tan5<0$，

故$\sin3\cos4\tan5>0$，D 正确.

故选 ABD.

6.【答案】$-8\pi+\frac{11}{9}\pi$

7.【答案】解：(1) $\because$已知角α的终边经过点$P(m,2\sqrt{2})$，且$cos\alpha=-\frac{1}{3}=\frac{m}{\sqrt{m^2+8}}$,

解得$m=-1$.

(2)由(1)可得，$\tan\alpha=-2\sqrt{2}$，

原式$=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+2sin\alpha cos\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}=\frac{1-\tan^2\alpha+2tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}=\frac{-7-4\sqrt{2}}{9}$.

8.【答案】解：(1)因为$\alpha=\frac{\pi}{6}$，所以$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2},\sin\alpha=\frac{1}{2}$，

所以点A坐标为$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$. 因为$\beta=\frac{\pi}{2}+\alpha=\frac{2\pi}{3}$，

所以$\cos\beta=-\frac{1}{2},\sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以点$B$坐标为$\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

所以A，B两点坐标分别为$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right),\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(2)由A点在单位圆上，得$\left(\frac{4}{5}\right)^2+m^2=1$，

又点A位于第一象限，则$m=\frac{3}{5}$.

所以点A的坐标为$\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$.

即$\sin\alpha=\frac{3}{5},\cos\alpha=\frac{4}{5}$.

所以$\sin\beta=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha=\frac{4}{5}$，

所以$\sin\alpha-\sin\beta=-\frac{1}{5}$.

9.【答案】(1)解：由$\cos(\pi+\alpha)=2\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)$得$-\cos\alpha=2\sin\alpha$，

显然$\cos\alpha\neq0$，否则$\sin\alpha=\cos\alpha=0$与$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$矛盾，

所以$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{1}{2}$，

所以$\frac{1-2\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\tan^2\alpha-1}{\tan^2\alpha-\tan\alpha}=\frac{(-\frac{1}{2})^2-1}{(-\frac{1}{2})^2-(-\frac{1}{2})}=-1$.

(2) 解 ： $sin(\frac{5\pi}{6}-\alpha)+sin^2(\frac{\pi}{3}-\alpha)=sin\,[\pi-(\alpha+\frac{\pi}{6})]+sin^2[\frac{\pi}{2}-(\alpha+\frac{\pi}{6})]=sin\,(\alpha+\frac{\pi}{6})+cos^2(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{3}+cos^2(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{3}+1-sin^2(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{4}{3}-(\frac{1}{3})^2=\frac{11}{9}$.

10.【答案】解：(1)$f(x)=\sin^2x\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}+\cos^2x\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$

$=\sin^2x\cdot\frac{1-\cos x}{|\sin x|}+\cos^2x\cdot\frac{1-\sin x}{|\cos x|}$. 因为$x\in\left[-\frac{\pi}{4},0\right]$，所以$|\sin x|=-\sin x$，$|\cos x|=\cos x$，

所以$f(x)=-sin^2x\cdot\frac{1-cos\ x}{sin\,x}+cos^2x\cdot\frac{1-sin\ x}{cos\,x}=-\sin x\cdot(1-\cos x)+\cos x\cdot(1-\sin x)$

$=\cos x-\sin x$.

(2)因为$\alpha\in\left[-\frac{\pi}{4},0\right]$，$f(\alpha)=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以$\cos\alpha-\sin\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故$1-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{4}{3}$，所以$\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{1}{6}$，

所以$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2-2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=1-2\times\frac{1}{36}=\frac{17}{18}$.

11.【答案】解：(1)原式$=\frac{\sin\alpha\cdot(-\cos\alpha)\cdot(-\cos\alpha)\cdot(-\sin\alpha)}{\cos\alpha\cdot(-\sin\alpha)\cdot\cos\alpha\cdot(-\cos\alpha)}=-\frac{\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}{\cos^3\alpha\cdot\sin\alpha}=-\tan\alpha$；

(2) $\because\sin x+\cos x=\frac{1}{5}$，两边平方得$\sin^2x+2\sin x\cos x+\cos^2x=\frac{1}{25}$，

即$1+2\sin x\cos x=\frac{1}{25}$， $\therefore 2\sin x\cos x=-\frac{24}{25}$，

$\therefore(\sin x-\cos x)^2=\sin^2x-2\sin x\cos x+\cos^2x=1-2\sin x\cos x=\frac{49}{25}$，

$\because-\frac{\pi}{2}<x<0$，$\therefore\sin x<0$，$\cos x>0$，$\therefore\sin x-\cos x<0$ ，$\therefore\sin x-\cos x=-\frac{7}{5}$.

12.【答案】解：(1)由一元二次方程根与系数的关系可得：

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{10}}{5}$ ①，$\sin\theta\cdot\cos\theta=\frac{m}{10}$ ②，

由 ①平方得：$1+2\sin\theta\cdot\cos\theta=\frac{2}{5}$，从而$\sin\theta\cdot\cos\theta=-\frac{3}{10}$，由 ②可得$m=-3$；

(2)原式$=\frac{\sin\theta\cdot\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}-1}+\frac{\cos^2\theta}{\cos\theta-\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta}{\sin\theta-\cos\theta}+\frac{\cos^2\theta}{\cos\theta-\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{\sin\theta-\cos\theta}$

$=\sin\theta+\cos\theta$，由(1)可得：原式$=\frac{\sqrt{10}}{5}$.