

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期期末复习卷 (1)

一、单项选择题(本大题共 8 个小题,每小题 5 分,共 40 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1.命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \leq 0$ ”的否定为

- A. $\exists x \notin \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 > 0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 > 0$
 C. $\forall x \notin \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 > 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 > 0$

2.若集合 $M = \{x | x^2 < 1\}$, $N = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ C. $\{x | 0 < x < 1\}$ D. $\{x | -1 < x < 0\}$

3. $\cos(-\frac{11\pi}{6})$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4.某班 45 名学生中,有围棋爱好者 22 人,足球爱好者 28 人,则同时爱好这两项的人最少有

- A. 4 人 B. 5 人 C. 6 人 D. 7 人

5.已知 $a = 3^{0.2}, b = \log_3 0.3, c = 0.3^{0.2}$,

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

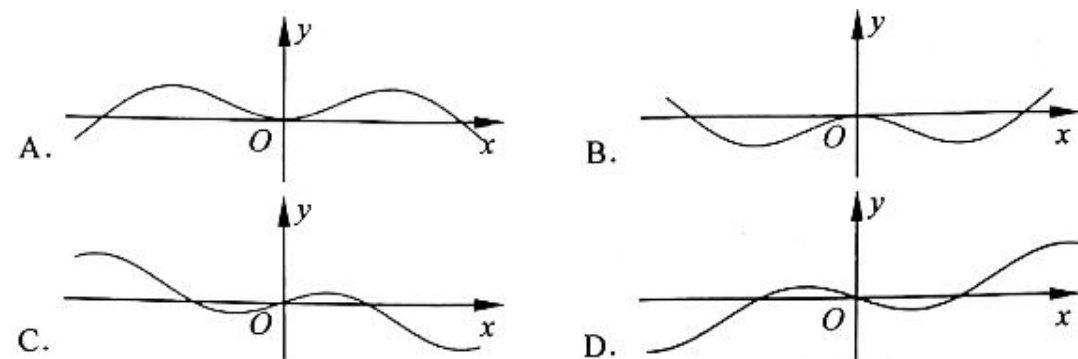
6.在一次数学实验中,某同学运用图形计算器采集到如下一组数据:

x	1	2	3	4	5	8
y	0.5	1.5	2.08	2.5	2.82	3.5

在四个函数模型(a,b 为待定系数)中,最能反映 x,y 函数关系的是

- A. $y = a + bx$ B. $y = a + b^x$ C. $y = a + \log_b x$ D. $y = a + \frac{b}{x}$

7.函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} \cdot \sin x$ 的部分图象大致为



8.已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的增函数, $A(0, -1), B(3, 1)$ 是其图象上的两点,那么 $|f(2\sin x + 1)| \leq 1$ 的解集为

- A. $\{x \mid k\pi - \frac{\pi}{3} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\}$ B. $\{x \mid 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq x \leq 2k\pi + \frac{7\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}\}$
 C. $\{x \mid k\pi - \frac{\pi}{6} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\}$ D. $\{x \mid 2k\pi - \frac{\pi}{6} \leq x \leq 2k\pi + \frac{7\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}\}$

二、多项选择题(本大题共 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分,在每小题给出的选项中,有多项是符合题目要求.全选对的得 5 分,部分选对的得 3 分,有选错的得 0 分)

9. 下列结论正确的是

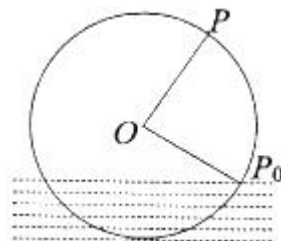
- A. 若 $ac > bc$, 则 $a > b$ B. 若 $a > |b|$, 则 $a^2 > b^2$
 C. 若 $a > b > 0$, 则 $\frac{b+1}{a+1} > \frac{b}{a}$ D. 若 $a < |b|$, 则 $a^2 < b^2$

10. 若 $x > 0, y > 0, n \neq 0, m \in \mathbf{R}$, 则下列各式中,恒等的是

- A. $\lg x + \lg y = \lg(x+y)$ B. $\lg \frac{x}{y} = \lg x - \lg y$ C. $\log_{x^n} y^m = \frac{m}{n} \log_x y$ D. $\lg x^n = \frac{1}{n} \lg x$

11. 一半径为 4 米的水轮如图所示,水轮圆心 O 距离水面 2 米,已知水轮每 60 秒逆时针转动一圈,如果当水轮上点 P 从水中浮现时(图中点 P_0)开始计时,则

- A. 点 P 第一次到达最高点需要 20 秒
 B. 当水轮转动 155 秒时,点 P 距离水面 2 米
 C. 当水轮转动 50 秒时,点 P 在水面下方,距离水面 2 米
 D. 点 P 距离水面的高度 h (米)与 t (秒)的函数解析式为



$$h = 4 \sin\left(\frac{\pi}{30}t + \frac{\pi}{6}\right) + 2$$

12. 已知函数 $f(x), x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 对于任意的 $x, y \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty), f(xy) = f(x) + f(y)$, 则

- A. $f(x)$ 的图象过点 $(1, 0)$ 和 $(-1, 0)$ B. $f(x)$ 在定义域上为奇函数
 C. 若当 $x > 1$ 时,有 $f(x) > 0$, 则当 $-1 < x < 0$ 时, $f(x) < 0$
 D. 若当 $0 < x < 1$ 时,有 $f(x) < 0$, 则 $f(x) > 0$ 的解集 $(1, +\infty)$

三、填空题(本大题共 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + 2, & x \leq 1 \\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(f(1)) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 函数 $f(x) = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的减区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 若函数 $f(x) = x^2 + ax - 2$ 在区间 $(-1, 1)$ 上有两个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 某工厂产生的废气必须经过过滤后排放,规定排放时污染物的残留含量不得超过原污染物总量的 0.25%. 已知在过滤过程中的污染物的残留数量 P (单位:毫克/升)与过滤时间 t (单位:小

时)之间的函数关系为 $P = P_0 \cdot e^{kt}$ 其中 e 是自然对数的底数, k 为常数, P_0 为原污染物总量). 若前 4 个小时废气中的污染物被过滤掉了 80%, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$;

要能够按规定排放废气, 还需要过滤 n 小时, 则正整数 n 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(参考数据: $\log_5 2 \approx 0.43$)

四、解答题(本大题共 6 个小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分 10 分)在①角 α 的终边经过点 $P(4m, -3m)(m \neq 0)$; ② $\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{3}{4}$ ③

$3\sin\alpha + 4\cos\alpha = 0$ 这三个条件中任选一个, 求 $\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha - 2\cos^2 \alpha$ 的值.

注: 如果选择多个条件分别作答, 按第一个解答计分.

18.(本小题满分 12 分)已知集合 $A = \{x \mid \log_2(x-1) \leq 2\}$, 集合 $B = \{x \mid x^2 - 2ax + a^2 - 1 \leq 0\}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$. (1) 若 $a=1$, 求 $A \cup B$; (2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要条件, 求 a 的取值范围.

19.(本小题满分 12 分)受疫情的影响及互联网经济的不断深化, 网上购物已经逐渐成为居民购物的新时尚, 为迎接 2021 年“庆元旦”网购狂欢节, 某厂家拟投入适当的广告费, 对网上所售产品进行促销, 经调查测算, 该促销产品在“庆元旦”网购狂欢节的销售量 p (万件) 与促销费用

x (万元) 满足 $p = 3 - \frac{4}{x+2}$ (其中 $0 \leq x \leq 10$), 已知生产该产品还需投入成本 $(10+2p)$ 万元 (不含促销

费用), 每一件产品的销售价格定为 $(6 + \frac{20}{p})$ 元, 假定厂家的生产能力能满足市场的销售需求.

(1) 将该产品的利润 y (万元) 表示为促销费用 x (万元) 的函数;

(2) 促销费用投入多少万元时, 厂家的利润最大? 并求出最大利润.

20.(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x) = -2\cos^2 x - a\sin x - a + 1 (a \in \mathbf{R})$ 的最小值为 $g(a)$,且

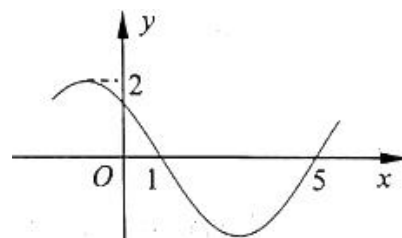
$g(a) = \frac{1}{2}$. (1)求实数 a 的值;(2)求函数 $f(x)$ 的最大值,并求此时 x 的取值集合.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$ 的部分图象如图所示.

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2)将函数 $f(x)$ 图象上每个点的横坐标变为原来的 2 倍(纵坐标不变),再将得到的图象向右平移 4 个单位长度,所得图象的函数为 $g(x)$,若不等式 $g(x) - m \leq 0$ 在 $x \in [0, 6]$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.



22.(本小题满分 12 分)已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \log_2\left(\frac{1}{x} + a\right)$.

(1)设 $a > 0$, 若对任意 $t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right]$, 函数 $f(x)$ 在区间 $[t, t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过 2, 求 a 的

最小值;(2)若关于 x 的方程 $f\left(\frac{x}{2}\right) - \log_2[(a-2)x + 3a - 5] = 0$ 的解集中恰好只有一个元素, 求 a 的取值范围.