江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期午间练52

一、单选题（本大题共2小题，共10.0分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 若“$\exists x\in R,\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)>2m$”是假命题，则实数$m$的最小值为(　)

A. 1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 下列函数中最小正周期为π，且为偶函数的是(　)

A. $y=\frac{1}{2}|\sin x|$　　B. $y=\frac{1}{2}\cos(2x+\frac{\pi}{2})$

C. $y=tanx$　　D. $y=\cos\frac{1}{3}x$

二、多选题（本大题共1小题，共5.0分。在每小题有多项符合题目要求）

3. 将函数$f(x)=\sin x-1$图象上所有点的纵坐标伸长为原来的3倍，横坐标缩短为原来的$\frac{1}{3}$，再将所得的图象向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到函数$g(x)$的图象，则(　)

A. $g(x)=3\sin(3x-\frac{\pi}{12})-3$　　B. $f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称

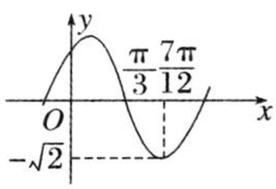
C. $f(x)$的图象关于点$(\frac{5\pi}{12}$,-3)对称　　D. $f(x)$在$[0,\frac{\pi}{3}]$上单调递增

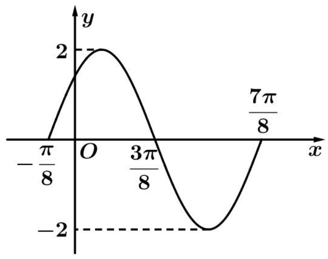
三、填空题（本大题共2小题，共10.0分）

4. 函数$f(x)=\cos^2x-2cosx+1$的最小值是_____.

5. 函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A,\omega,\varphi$为常数，$A>0$，$\omega>0)$的部分图象如左图所示，则

$f(0)=$_____.





四、解答题

函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如右图：

(1) 求$f(x)$解析式；

(2) 写出函数$f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的单调递减区间.

答案和解析

1. 解：若“$\exists x\in R$，$\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3})>2m$”是假命题，则“$\forall x\in R$，$\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3})\leqslant 2m$“是真命题，则实数$m$的最小值为$\frac{1}{2}$．故选$C$.

2. 解：对于A，$y=\frac{1}{2}|\sin x|$是偶函数，且最小正周期为π，所以符合题意；对于B，$y=\frac{1}{2}\cos(2x+\frac{\pi}{2})=-\frac{1}{2}\sin 2x$为奇函数，所以不符合题意；对于$C$，$y=tanx$为奇函数，所以不符合题意；对于$D$，$y=\cos\frac{1}{3}x$为偶函数，最小正周期为$\dfrac{2\pi}{\frac{1}{3}}=6\pi$，所以不符合题意．故选$A$.

3.解：由题意得，$g(x)=3\sin 3(x-\frac{\pi}{12})-3=3\sin(3x-\frac{\pi}{4})-3$，$A$错误．$3\times\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，$B$正确．因为$3\times\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{4}=\pi$，所以$f(x)$的图象关于点$(\frac{5\pi}{12},-3)$对称，$C$正确．由$x\in[0,\frac{\pi}{3}]$，得$3x-\frac{\pi}{4}\in x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$，所以$f(x)$在$[0,\frac{\pi}{3}]$上不单调递增，$D$错误.

4. 解：$f(x)=\cos^2 x-2cosx+1=(cosx-1)^2$，又因为$cosx\in[-1,1]$，令$t=cosx$，$t\in[-1,1]$，$y=(t-1)^2$，所以当$t=1$时，$y$取得最小值为$0$，即$f(x)$最小为$0$，故答案为：$0$.

5.解：因为由图象可知振幅$A=\sqrt{2}$，$\frac{T}{4}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}$，
所以周期$T=\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，解得$\omega=2$，将$(\frac{7\pi}{12},-\sqrt{2})$代入，解得一个符合的$\varphi=\frac{\pi}{3}$，从而
$y=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，$\therefore f(0)=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

6.解：(1) 由图象知$A=2,T=\frac{7\pi}{8}-\left(-\frac{\pi}{8}\right)=\pi$，所以$\omega=2$，
又过点$\left(-\frac{\pi}{8},0\right)$，则$-\frac{\pi}{8}\times 2+\varphi=2k\pi,\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{4}$，
由于$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，故$\varphi=\frac{\pi}{4}$,所以$y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$.

(2) 由$2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}(k\in Z)$，

可得$k\pi+\frac{\pi}{8}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{5\pi}{8}(k\in Z)$，

当$k=0$时$\frac{\pi}{8}\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{8}$，

故函数$f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的单调递减区间为$\left[\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{2}\right]$.