

江苏省仪征中学 2022—2023 学年度第一学期午间练 50

姓名: _____ 班级: _____

一、单选题 (本大题共 2 小题, 共 10.0 分。在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项)

1. 已知函数 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{mx^2 - mx + 3}}$ 的定义域是一切实数, 则 m 的取值范围为 ()

- A. $(0, 12)$ B. $[0, 12)$ C. $[12, +\infty)$ D. $(0, 4)$

2. 已知函数 $f(2x)$ 的定义域为 $(0, \frac{3}{2})$, 则函数 $f(1 - 3x)$ 的定义域是 ()

- A. $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ B. $(-\frac{1}{6}, \frac{1}{3})$ C. $(0, 3)$ D. $(-\frac{7}{2}, 1)$

二、多选题 (本大题共 1 小题, 共 5.0 分。在每小题有多项符合题目要求)

3. 若 $P(x, \sqrt{5})$ 是角 α 终边上一点, 且 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}x$, 则 x 的值可以是 ()

- A. 0 B. 1 C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

三、填空题 (本大题共 2 小题, 共 10.0 分)

4. 化简 $\frac{\sin(n\pi + \alpha) \cos(n\pi - \alpha)}{\cos[(n+1)\pi - \alpha]}$ ($n \in Z$) 的结果为 _____.

5. 若函数 $f(x) = \frac{5x}{(4x+3)(x-a)}$ 为奇函数, 则 $a =$ _____.

四、解答题 (本大题共 1 小题, 共 12.0 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

6. (本小题 12.0 分)

(1) 已知函数 $f(x) = x^2$, $g(x)$ 为一次函数, 且一次项系数大于 0, 若 $f(g(x)) = 4x^2 - 20x + 25$, 求 $g(x)$ 的解析式.

(2) 求满足 $f(1 + \frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2} - 1$ 的函数 $f(x)$.

(3) 已知 $f(x)$ 满足 $3f(x) + 2f(-x) = 4x$, 求 $f(x)$ 的解析式.

午间练 50 答案

1. 【答案】B 解：若函数 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{mx^2 - mx + 3}}$ 的定义域是一切实数，则等价于

$mx^2 - mx + 3 > 0$ 恒成立，若 $m = 0$ ，则不等式等价于 $3 > 0$ ，满足条件；

若 $m \neq 0$ ，则满足 $\begin{cases} m > 0 \\ \Delta = m^2 - 12m < 0 \end{cases}$ ，解得 $0 < m < 12$ ，综上， $0 \leq m < 12$ ，故选 B.

2. 【答案】A 解： $\because 0 < x < \frac{3}{2}$ ， $\therefore 0 < 2x < 3$ ， $\therefore 0 < 1 - 3x < 3$ ，解得： $-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{3}$ ，

3. 【答案】ACD 解：由题意得： $\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + (\sqrt{5})^2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}x$ ，当 $x = 0$ 时，上式成立，

当 $x \neq 0$ 时， $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 5}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，则 $x^2 = 3$ ，所以 $x = \pm\sqrt{3}$ 。故选 ACD.

4. 【答案】 $(-1)^{n+1} \sin \alpha (n \in Z)$ 解：(1) 当 $n = 2k (k \in Z)$ 时，原式 = $\frac{\sin(2k\pi + \alpha) \cos(2k\pi - \alpha)}{\cos[(2k+1)\pi - \alpha]}$
 $= \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{-\cos \alpha} = -\sin \alpha$

(2) 当 $n = 2k + 1 (k \in Z)$ 时，原式

$$= \frac{\sin[(2k+1)\pi + \alpha] \cos[(2k+1)\pi - \alpha]}{\cos[(2k+2)\pi - \alpha]} = \frac{(-\sin \alpha)(-\cos \alpha)}{\cos \alpha} = \sin \alpha.$$

所以化简所得的结果为 $(-1)^{n+1} \sin \alpha (n \in Z)$ 。故答案为 $(-1)^{n+1} \sin \alpha (n \in Z)$ 。

5. 【答案】 $\frac{3}{4}$

解：函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x \mid x \neq -\frac{3}{4} \text{ 且 } x \neq a\right\}$ 。

又 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f(-x) = -f(x)$ 即 $\frac{-5x}{(-4x+3)(-x-a)} = \frac{-5x}{(4x+3)(x-a)}$

化简可得 $(3-4a)x = (4a-3)x$ ，所以 $3-4a = 4a-3$ ，解得 $a = \frac{3}{4}$ ，

经验证当 $a = \frac{3}{4}$ 时，函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x \mid x \neq \pm\frac{3}{4}\right\}$ ，定义域关于原点对称，

所以若函数 $f(x) = \frac{5x}{(4x+3)(x-a)}$ 为奇函数，则 $a = \frac{3}{4}$ 。故答案为 $\frac{3}{4}$ 。

6. 【答案】(1) 解：因为 $g(x)$ 为一次函数，且一次项系数大于 0，

所以设 $g(x) = ax + b (a > 0)$ ，因为 $f(x) = x^2$ ， $f(g(x)) = 4x^2 - 20x + 25$ ，

所以 $(ax + b)^2 = 4x^2 - 20x + 25$ ，即 $a^2x^2 + 2abx + b^2 = 4x^2 - 20x + 25 (a > 0)$ ，

解得 $a = 2$ ， $b = -5$ ，所以 $g(x) = 2x - 5$ ；

(2) 解：令 $t = 1 + \frac{1}{x} (x \neq 0)$ ，则 $x = \frac{1}{t-1} (t \neq 1)$ ，所以 $f(t) = (t-1)^2 - 1 = t^2 - 2t (t \neq 1)$ ，

所以 $f(x) = x^2 - 2x (x \neq 1)$ ；

(3) 解：由题意得 $3f(x) + 2f(-x) = 4x$ ，①用 $-x$ 代替 x ，得 $3f(-x) + 2f(x) = -4x$ ，②

① $\times 3 -$ ② $\times 2$ ，得 $5f(x) = 20x$ ，所以 $f(x) = 4x$ 。