江苏省仪征中学2022-2023学年度高一第一学期数学周练（10）

班级__________学号___________姓名_________评价__________　　　　2022.12.3

一、选择题.本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. $sin390°$的值是(　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

2. 函数$y=\frac{1}{\lg(x-2)}+\sqrt{16-x^2}$的定义域为(　)

A. $(2,3)$　　B. $(3,4]$　　C. $(2,4]$　　D. $(2,3)\cup(3,4]$

3. 已知角θ为第四象限角，则点$P(sin\theta,tan\theta)$位于(　)

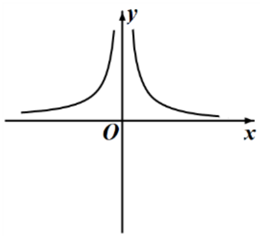
A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

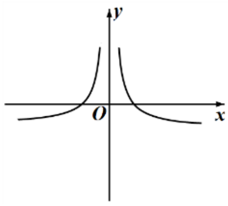
4. “$\alpha=\beta$“是“$sin\alpha=sin\beta$”成立的(　)

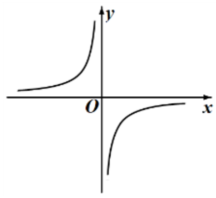
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

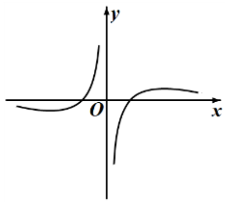
C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

5. 函数$f(x)=\frac{\ln|x|}{x}$的图象大致是(　)

A. 

B. 

C. 

D. 

6. 半径为2，圆心角为$\frac{2\pi}{3}$的扇形所夹的弓形面积为(　)

A. $\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$　　B. $\frac{4\pi}{3}-2\sqrt{3}$　　C. $\frac{8\pi}{3}-2\sqrt{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}$

7. 某科技有限公司为了鼓励员工创新，打破发达国家的芯片垄断，计划逐年增加研发资金投入，若该公司2018年全年投入的研发资金为200万元，在此基础上，每年投入的研发资金比上一年增加10％，则该公司全年投入的研发资金开始超过400万元的年份是(参考数据：$1.1^6=1.77$，$1.1^7=1.95$，$1.1^8=2.14$，$1.1^9=2.36$)(　)

A. 2024年　　B. 2025年　　C. 2026年　　D. 2027年

8. 若$\frac{sin\theta+cos\theta}{sin\theta-cos\theta}=2$，则$\frac{sin\theta}{\cos^3\theta}+\frac{cos\theta}{\sin^3\theta}$的值为(　)

A. $-\frac{817}{27}$　　B. $\frac{817}{27}$　　C. $\frac{820}{27}$　　D. $-\frac{820}{27}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 若角α与角$\gamma+\frac{\pi}{4}$的终边相同，角β与角$\gamma-\frac{\pi}{4}$的终边相同，则角$\alpha-\beta$的值可能是 (　)

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. 2π　　C. $\frac{5\pi}{2}$　　D. $\frac{15\pi}{4}$

10. 下列命题中，真命题的是 (　)

A. 若$a>b$，则$ac^2>bc^2$　　B. 若$a<b<0, c<d<0$，则$ac>bd$

C. 若$a>b$，$c>0$，则$\frac{c}{a}<\frac{c}{b}$　　D. 若$1<a<3, -2<b<1$，则$0<a-b<5$

11. 已知$\sin\alpha$，$\cos\alpha$是关于x的方程$3x^2+ax-1=0$的两根，则实数a的值可以是 (　)

A. 3　　B. $\sqrt{3}$　　C. $-\sqrt{3}$　　D. -3

12. 已知函数$f(x)=a-\frac{2}{2^x+1}$，且$f(1)=\frac{1}{3}$，则 (　)

A. $a=1$　　B. $f(x)$为非奇非偶函数

C. 函数$f(x)$的值域为$(-1,1)$　　D. 不等式$f(3x^2-1)+f(x-3)<0$的解集为$(-\frac{4}{3},1)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 角θ的终边经过点$P(4,y)$，且$\sin\theta=-\frac{3}{5}$，则$y=$______.

14. 已知函数$f(x)=a^{x-3}+x(a>0$且$a\neq1)$的图像经过定点A，且点A在角θ的终边上，则$\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=$______.

15. 已知实数$a>0$，且满足不等式$3^{3a+2}>3^{4a+1}$，则不等式$\log_a(3x+2)<\log_a(8-5x)$的解集为______.

16. 已知函数$f(x)=\log_2(2x+\sqrt{4x^2+1})+3$，当$x\in[-2,2]$时，则函数$f(x)$的最大值与最小值之和是______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算下列各式的值.

(1)$0.027^{-\frac{1}{3}}+(\sqrt{8})^{\frac{4}{3}}-3^{-1}+(\sqrt{2}-1)^0$；　　(2)$\lg25+\lg4+7^{\log_7 3}+\log_2 3\cdot\log_3 4$.

18. 记函数$f(x)=\sqrt{log_{0.5}(4x-3)}$的定义域为集合$A$，函数$g(x)=cosx-\sin^2x+a(a\in R)$的值域为集合$B$.

(1)若$a=2$，求$(\complement_R A)\cap B$；　　　　　(2)若$A\cap B=A$，求实数a的取值范围.

19. 已知$-\pi<x<0$，$\sin x+\cos x=\frac{1}{5}$，求下列各式的值.

(1)$\sin x-\cos x$；　　　　　(2)$3\sin^2x-2\sin x\cos x+\cos^2x$.

20. 已知函数$f(x)=(\log_3x)^2-a\cdot\log_3x^2-3$，$x\in[\frac{1}{3},9]$.

(1)当$a=0$时，求函数$f(x)$的值域；

(2)若函数$f(x)$的最小值为-6，求实数a的值.

21. 已知二次函数$f(x)=x^2-(a+b)x+ab$满足$f(2+x)=f(2-x)$.

(1)求$\frac{1}{2^a}+\frac{1}{2^b}$的最小值；

(2)若$f(x)$在$(0,5)$上有两个不同的零点，求ab的取值范围.

22. 已知函数$f(x)=\log_2(4^x+1)-kx$(其中$k\in R$)，函数$h(x)=\log_2(b\cdot 2^x-\frac{4}{3}b)$(其中$b\in R$).

(1)若$k=2$且函数$g(x)=f(x)-a+1$存在零点，求a的取值范围；

(2)若$f(x)$是偶函数且函数$y=f(x)$的图象与函数$y=h(x)$的图象只有一个公共点，求实数b的取值范围.

答案和解析

1.【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查诱导公式，属于基础题.

直接利用诱导公式即可.

【解答】

解：根据题意，得$\sin\ (390^\circ) = \sin\ (30^\circ + 360^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

故选 A.

2.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查了函数的定义域求解，属于基础题.

根据函数解析式写出自变量满足的不等关系，即可求解.

【解答】

解：由题意可知，$\begin{cases} x-2>0 \\ x-2 \neq 1 \\ 16-x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 2 < x \leq 4$ 且$x \neq 3$,

故函数定义域为$(2,3) \cup (3,4]$，

故选 D.

3.【答案】C

【解析】

【分析】

本题考查了三角函数值的符号问题，考查了学生的运算能力，属于基础题.

根据角的范围以及正弦，正切的三角函数值符号即可判断求解.

【解答】

解：因为角θ为第四象限角，则$sin\theta < 0$，$tan\theta < 0$，

所以点P在第三象限，

故选：C.

4.【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查充分条件，必要条件，本题解题的关键是理解正弦值相同的两个角之间的关系，是一个基础题．

根据两个角相等则两个角的正弦值相等，而两个角的正弦值相等，两角不一定相等，可得出结论．

【解答】

解：∵当两个角相等时，可以得到两个角的正弦值相同，

即$\alpha=\beta\Rightarrow sin\alpha=sin\beta$，

而当两个角的正弦值相等时，可以得到两个角是终边相同的角或终边关于纵轴对称的角，

即$sin\alpha=sin\beta$不能推出$\alpha=\beta$，

$\therefore\alpha=\beta$是$sin\alpha=sin\beta$的充分不必要条件，

故选：A．

5.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查函数图象的识别，属于基础题．

判断函数的奇偶性，排除AB，再由特殊值排除C，即可得解．

【解答】

解：因为$f(x)=\frac{\ln|x|}{x}$，$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，

所以$f(-x)=\frac{\ln|-x|}{-x}=-\frac{\ln|x|}{x}=-f(x)$，

故函数$f(x)$是奇函数，图象关于原点成中心对称，排除AB，

当$x=e$时，$f(e)=\frac{1}{e}>0$，排除选项C，

故选：D

6.【答案】A

【解析】

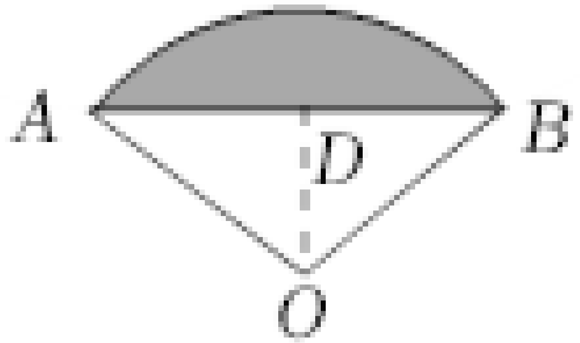
【分析】

过点O作$OD\perp AB$，先根据等腰三角形的性质得出$\angle OAD$的度数，由直角三角形的性质得出OD的长，再根据$S_{阴影}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}$进行计算即可．

本题考查的是扇形面积的计算及三角形的面积，根据题意得出$S_{阴影}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}$是解答此题的关键，属于基础题．

【解答】

解：过点O作$OD\perp AB$，



因为：$\angle AOB=\frac{2\pi}{3}$，$OA=2$，

所以$\angle OAD=\frac{1}{2}(\pi-\angle AOB)=\frac{\pi}{6}$，

所以$OD=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}\times 2=1$，

$AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

所以$AB=2AD=2\sqrt{3}$，

所以$S_{阴影}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times 2^2\times\frac{2\pi}{3}-\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 1=\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$.

故选：A．

7.【答案】C

【解析】

【分析】

本题考查指数函数模型的应用，属基础题．

设经过n年后该公司全年投入的研发资金开始超过400万元，根据指数模型得出关于n的不等式，利用参考数据公式求得n的取值范围的近似估计，进而得解．

【解答】

解：设n年后，该公司全年投入的研发资金开始超过400万元．

由题意，知$200(1+10\%)^n>400$，即$1.1^n>2$，

因为$y=1.1^x$是增函数，

且$1.1^6=1.77$，$1.1^7=1.95$，$1.1^8=2.14$，$1.1^9=2.36$，

所以$n\geq 8$，

故该公司全年投入的研发资金开始超过400万元的年份是2026年.

故选 C.

8.【答案】C

【解析】

【分析】

本题主要考查同角三角函数的基本关系，属于基础题.

利用同角三角函数的基本关系求得$tan\theta=3$.再根据$\frac{sin\theta}{\cos^3\theta}+\frac{cos\theta}{\sin^3\theta}=tan\theta(\tan^2\theta+1)+\frac{1}{\tan\theta}(1+\frac{1}{\tan^2\theta})$，计算求得结果.

【解答】

解：$\because \frac{sin\theta+cos\theta}{sin\theta-cos\theta}=2=\frac{tan\theta+1}{tan\theta-1}$，$\therefore tan\theta=3$.

$$\therefore \frac{sin\theta}{\cos^3\theta}+\frac{cos\theta}{\sin^3\theta}=tan\theta\cdot\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos^2\theta}+\frac{1}{\tan\theta}\cdot\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$
$$=tan\theta(\tan^2\theta+1)+\frac{1}{\tan\theta}(1+\frac{1}{\tan^2\theta})$$

$=3\times(9+1)+\frac{1}{3}\times(1+\frac{1}{9})=30+\frac{10}{27}=\frac{820}{27}$,

故选：C.

9.【答案】AC

【解析】

【分析】

本题考查终边相同的角，属于基础题.

根据终边相同的角的公式求解即可.

【解答】

解：由题意可得：$\alpha=\gamma+\frac{\pi}{4}+2k_1\pi,k_1\in Z$；$\beta=\gamma-\frac{\pi}{4}+2k_2\pi,k_2\in Z$；

$\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}+2(k_1-k_2)\pi,k_1-k_2\in Z$，故角$\alpha-\beta$为与角$\frac{\pi}{2}$和$\frac{5\pi}{2}$终边相同的角.

故选 AC.

10.【答案】BD

【解析】

【分析】

本题考查不等式的性质及其应用以及命题真假的判断，属于中档题.

灵活运用不等式性质及特殊值法，逐项判断即可.

【解答】

解：A.取$c=0$，代入验证A，有$0>0$，错误，故 A 不正确;

B：因为$a<b<0,c<d<0$，所以$-a>-b>0$，$-c>-d>0$，所以$ac>bd$，故 B 正确;

C:取$a=2$，$b=-1$，则满足$a>b$ ，$c>0$，不满足$\frac{c}{a}<\frac{c}{b}$，故 C 错误;

D.$\because -2<b<1$，$\therefore -1<-b<2$，又有$1<a<3$，

利用同向不等式相加，有：$0<a-b<5$，故 D 正确.

11.【答案】BC

【解析】

【分析】

本题考查了同角三角函数的基本关系，属于基础题.

根据$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+2\sin\alpha\cos\alpha$及根与系数的关系求解即可.

【解答】

解：$\because \sin\alpha$，$\cos\alpha$是关于x的方程$3x^2+ax-1=0$的两根，

$\therefore \sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{a}{3}$，$\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{1}{3}$，

$\because (\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+2\sin\alpha\cos\alpha$，即$(-\frac{a}{3})^2=1+2\times(-\frac{1}{3})$，

$\therefore \frac{a^2}{9}=\frac{1}{3}$，$\therefore a^2=3$，即$a=\pm\sqrt{3}$.

经检验满足$\Delta>0$.

故本题选 BC.

12.【答案】ACD

【解析】

【分析】

本题考查函数的奇偶性与函数的值域以及结合函数的奇偶性与单调性求解不等式，属于中档题.

利用函数的奇偶性的定义及单调性的定义判断出函数的单调性与奇偶性，求出函数的值域，解不等式即可.

【解答】

解：$f(1)=a-\frac{2}{2+1}=\frac{1}{3}$，求得$a=1$，$A$ 正确;

$a=1$时，$f(x)=1-\frac{2}{2^x+1}=\frac{2^x-1}{2^x+1}$，

$\because f(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=\frac{1-2^x}{1+2^x}=-f(x)$，

$\therefore f(x)$为奇函数，B不正确;

$\because 2^x > 0$，$\therefore 2^x + 1 > 1$，$\therefore 0 < \frac{1}{2^x+1} < 1$，$-2 < \frac{-2}{2^x+1} < 0$，

$\therefore -1 < 1 + \frac{-2}{2^x+1} < 1$，$C$ 正确;

易知$f(x)$是R上单调递增函数，

$\therefore f(3x^2-1) + f(x-3) < 0 \Rightarrow f(3x^2-1) < -f(x-3) = f(3-x)$，

$\therefore 3x^2 - 1 < 3 - x$，$\therefore 3x^2 + x - 4 < 0$，$\therefore$解集为$(-\frac{4}{3},1)$，$D$ 正确.

故选 ACD.

13.【答案】-3

【解析】

【分析】

本题考查任意角的三角函数的定义，属于基础题.

由题意利用任意角的三角函数的定义直接计算.

【解答】

解：角θ的终边经过点$P(4,y)$，$\sin\theta = -\frac{3}{5}$,

则$\sin\theta = -\frac{3}{5} = \frac{y}{\sqrt{16+y^2}}$,

解得$y = -3$.

故答案为-3.

14.【答案】$\frac{1}{7}$

【解析】

【分析】

本题考查任意角的三角函数的定义，指数型函数恒过定点，属于基础题.

求出指数型函数$f(x)$经过的定点A，根据三角函数的定义即可求出式子的值.

【解答】

解：令$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$，则$f(3) = 1 + 3 = 4$，

故$A(3,4)$，$\because A$在θ的终边上，$\therefore \tan\theta = \frac{4}{3}$,

$\therefore \frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta} = \frac{\tan\theta-1}{\tan\theta+1} = \frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{3}+1} = \frac{1}{7}$.

故答案为$\frac{1}{7}$.

15.【答案】$\left(\frac{3}{4},\frac{8}{5}\right)$

【解析】

【分析】

本题指数和对数函数的性质，属于基础题.

先由题意得到$0<a<1$，再根据对数函数的性质，得到x的不等式组，解得x的取值范围即可.

【解答】

解：由指数函数的单调性可得$3a+2>4a+1$，$\therefore 0<a<1$，

$\therefore \begin{cases}3x+2>8-5x,\\ 3x+2>0,\\ 8-5x>0,\end{cases}$ 解得$x\in\left(\frac{3}{4},\frac{8}{5}\right)$.

故答案为$\left(\frac{3}{4},\frac{8}{5}\right)$.

16.【答案】6

【解析】

【分析】

本题考查了奇偶性的应用和对数的计算，属于中档题.

令$h(x)=\log_2(2x+\sqrt{4x^2+1})$，$x\in[-2,2]$，利用$h(x)$的奇偶性和单调性，即可得出答案.

【解答】

解：令$h(x)=\log_2(2x+\sqrt{4x^2+1})$，$x\in[-2,2]$，

由$h(-x)=\log_2(-2x+\sqrt{4x^2+1})$，则$h(-x)+h(x)=0$，$h(x)$是奇函数，

而$y=2x+\sqrt{4x^2+1}$，$y=\log_2 x$在$(0,+\infty)$上单调递增，

则$h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，故$h(x)$在$[0,2]$上单调递增，故$h(x)$在$[-2,2]$上单调递增，

所以$h(x)_{min}=h(-2)$，$h(x)_{max}=h(2)$，

则$f(x)_{min}=h(x)_{min}+3$，$f(x)_{max}=h(x)_{max}+3$，

所以$f(x)_{min}+f(x)_{max}=h(x)_{min}+3+h(x)_{max}+3=h(-2)+h(2)+6=6$.

故答案为：6.

17.【答案】解：(1)原式$=(\frac{3}{10})^{3\times(-\frac{1}{3})}+2^{\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}}-\frac{1}{3}+1=\frac{10}{3}+4-\frac{1}{3}+1=8$；

(2)原式$=\lg100+3+\log_2 3\times 2\log_3 2=2+3+2=7$.

18 解：(1)由$\log_{0.5}(4x-3)\geq 0$，得$0<4x-3\leq 1$，解得$\frac{3}{4}<x\leq 1$，所以$A=(\frac{3}{4},1]$.

$g(x)=cosx-\sin^2x+a=cosx-(1-\cos^2x)+a=\cos^2x+cosx+a-1=(cosx+\frac{1}{2})^2+a-\frac{5}{4}$，

当$a=2$时，因为$cosx\in[-1,1]$，所以$B=[\frac{3}{4},3]$.

因为$C_RA=(-\infty,\frac{3}{4}]\cup(1，+\infty)$，

所以$(\complement_RA)\cap B=\{\frac{3}{4}\}\cup(1,3)$.

(2)由$g(x)=(cosx+\frac{1}{2})^2+a-\frac{5}{4}$，$cosx\in[-1,1]$，

得$B=[a-\frac{5}{4},a+1]$，

因为$A\cap B=A$，所以$A\subseteq B$，

所以$\begin{cases}a-\frac{5}{4}\le\frac{3}{4}\\a+1\ge1\end{cases}$，解得$0\le a\le2$.

故实数a的取值范围是$[0,2]$.

19【答案】解：(1) $\because\sin x+\cos x=\frac{1}{5}>0,-\pi<x<0$，

$\therefore-\frac{\pi}{2}<x<0,\sin x<0,\cos x>0$，则$\sin x-\cos x<0$，

又$(\sin x+\cos x)^2=1+2\sin x\cos x=\frac{1}{25}$，则$2\sin x\cos x=-\frac{24}{25}$，

$\therefore(\sin x-\cos x)^2=1-2\sin x\cos x=\frac{49}{25}$，

由$\sin x-\cos x<0$，可得$\sin x-\cos x=-\frac{7}{5}$；

(2)由$\begin{cases}\sin x+\cos x=\frac{1}{5}\\\sin x-\cos x=-\frac{7}{5}\end{cases}$可得$\begin{cases}\sin x=-\frac{3}{5}\\\cos x=\frac{4}{5}\end{cases}$，

$\therefore3\sin^2x-2\sin x\cos x+\cos^2x$

$=3\times(-\frac{3}{5})^2-2\times(-\frac{3}{5})\times\frac{4}{5}+(\frac{4}{5})^2=\frac{67}{25}$.

20.【答案】解：(1)当$a=0$时，$f(x)=(\log_3x)^2-3$，

$\because x\in[\frac{1}{3},9]$，$\therefore\log_3x\in[-1,2]$，

则$(\log_3x)^2\in[0,4]$，

即$f(x)=(\log_3x)^2-3\in[-3,1]$，即$f(x)$的值域为$[-3,1]$.

(2)设$t=\log_3x$，

$\because x\in[\frac{1}{3},9]$，$\therefore\log_3x\in[-1,2]$，即$t\in[-1,2]$，

则$f(x)$等价为$y=t^2-2at-3$，对称轴为$t=a$，

若$a\le -1$，则函数在$[-1,2]$上为增函数，

则当$t=-1$时，函数取得最小值-6，即$1+2a-3=-6$，得$2a=-4$，得$a=-2$;

若$a\ge 2$，则函数在$[-1,2]$上为减函数，

则当$t=2$时，函数取得最小值-6，即$4-4a-3=-6$，得$4a=7$，得$a=\frac{7}{4}$，此时a不存在;

若$-1<a<2$，当$t=a$时，函数取得最小值-6，

即$a^2-2a^2-3=-6$，即$a^2=3$，得$a=\sqrt{3}$或$a=-\sqrt{3}$(舍)，

综上$a=-2$或$a=\sqrt{3}$.

21【答案】

解：(1)因为$f(x)=x^2-(a+b)x+ab$满足$f(2+x)=f(2-x)$，

所以$(2+x)^2-(a+b)(2+x)+ab=(2-x)^2-(a+b)(2-x)+ab$，

化得$2(4-a-b)x=0$，

因为$2(4-a-b)x=0$对任意$x\in R$恒成立，

所以$4-a-b=0$，即$a+b=4$，

$\frac{1}{2^a}+\frac{1}{2^b}\ge 2\sqrt{\frac{1}{2^a}\cdot\frac{1}{2^b}}=2\sqrt{\frac{1}{2^{a+b}}}=2\sqrt{\frac{1}{2^4}}=\frac{1}{2}$，当且仅当$a=b=2$时，等号成立，

所以当$a=b=2$时，$\frac{1}{2^a}+\frac{1}{2^b}$取得小值为$\frac{1}{2}$.

(2)由(1)知$f(x)=x^2-4x+ab$，

由$a+b=4$，得$0<ab\leqslant 4$，

因为$f(x)$在$(0,5)$上有两个不同的零点，

所以$\begin{cases}\Delta=16-4ab>0\\ f(0)=ab>0\\ f(5)=5+ab>0\end{cases}$

解得$0<ab<4$，

所以ab的取值范围是$(0,4)$.

22.【答案】解：(1)由题意知函数$g(x)$存在零点，即$f(x)=a-1$有解.

又$f(x)=\log_2(4^x+1)-2x=\log_2\left(\frac{4^x+1}{4^x}\right)=\log_2\left(1+\frac{1}{4^x}\right)$，

易知$f(x)$在R上是减函数，又$1+\frac{1}{4^x}>1$，$\log_2\left(\frac{4^x+1}{4^x}\right)>0$，即$f(x)>0$，

所以$a-1\in(0,+\infty)$，所以a的取值范围是$a\in(1,+\infty)$.

(2)$f(x)=\log_2(4^x+1)-kx$的定义域为R，若$f(x)$是偶函数，则$f(-1)=f(1)$，

即$\log_2\left(\frac{1}{4}+1\right)+k=\log_2(4+1)-k$解得$k=1$.

此时$f(x)=\log_2(4^x+1)-x=\log_2(2^x+2^{-x})$，$f(-x)=\log_2(4^{-x}+1)+x=\log_2(2^x+2^{-x})$，

所以$f(-x)=f(x)$即$f(x)$为偶函数.

又因为函数$f(x)$与$h(x)$的图象有且只有一个公共点，故方程$f(x)=g(x)$只有一解，

即方程$2^x+\frac{1}{2^x}=b\cdot 2^x-\frac{4}{3}b$有且只有一个实根.

令$t=2^x>0$，则方程$(b-1)t^2-\frac{4}{3}bt-1=0$有且只有一个正根，

①当$b=1$时，$t=-\frac{4}{3}$，不合题意，

②当$b\neq 1$时，方程有两相等正根，则$(-4b)^2-4\times 3(b-1)\times(-3)=0$，

且$\frac{4b}{2\times 3(b-1)}>0$，解得$b=-3$，满足题意；

③若一个正根和一个负根，则$\frac{-1}{b-1}<0$且$\Delta>0$，即$b>1$时，满足题意，

综上所述：实数b的取值范围为$\{b|b>1$或$b=-3\}$.