江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学练习二

班级_______学号________姓名_________评价________

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 若函数$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(-x^2+4x+5)$在区间$(3m-2,m+2)$内单调递增，则实数$m$的取值范围为 (　)

A. $[\frac{4}{3},3]$　　B. $[\frac{4}{3},2]$　　C. $[\frac{4}{3},2)$　　D. $[\frac{4}{3},+\infty)$

2. 已知奇函数$f(x)$在$[0,1]$上单调递减，且满足$f(x)+f(2-x)=0$，则下列说法错误的是 (　)

A. 函数$f(x)$是以 2 为最小正周期的周期函数
B. 函数$f(x)$是以 4 为周期的周期函数
C. 函数$f(x-1)$为奇函数
D. 函数$f(x)$在$[5,6]$上单调递增

3. 对于实数x，规定$[x]$表示不大于x的最大整数，例如：$[1.5]=1$，$[-\pi]=-4$.若方程$[6x^2+x]=0$ 的解集为A，$B=\{x|2x^2-5ax+3a^2>0\}$，且$A\cup B=R$，则实数a的取值范围为 (　)

A. $-\frac{1}{2}<a\le 0$ 或$\frac{1}{6}<a<\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{2}<a\le 0$ 或$\frac{1}{6}<a<\frac{2}{9}$
C. $-\frac{1}{3}<a\le-\frac{1}{6}$或 $0\le a<\frac{2}{9}$　　D. $-\frac{1}{3}<a<-\frac{1}{6}$或 $0\le a<\frac{1}{3}$

4. 设函数$f(x)=2sin(\omega x+\varphi)-1(\omega>0)$，若对于任意实数$\varphi$，$f(x)$在区间$[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$上至少有 2 个零点，至多有 3 个零点，则$\omega$的取值范围是 (　)

A. $[\frac{8}{3},\frac{16}{3})$　　B. $[4,\frac{16}{3})$　　C. $[4,\frac{20}{3})$　　D. $[\frac{8}{3},\frac{20}{3})$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分。在每小题有多项符合题目要求）

5. 已知函数$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$和函数$g(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$，下列说法中正确的有 (　)

A. 函数$f(x)$与函数$g(x)$图象关于直线$y=x$对称
B. 函数$f(x)$与函数$g(x)$图象只有一个公共点
C. 记$h(x)=f(x)-g(x)$，则函数$h(x)$为减函数
D. 若函数$y=|g(x-1)|-a$有两个不同的零点x_1，x_2，则$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=1$

6. 下列说法正确的有(　)

A. 已知集合$A=\left\{x\middle|x^2+x-6=0\right\}$，$B=\{x|mx-1=0\}$，全集$U=\mathrm{R}$，若$A\cap(\complement_U B)=\mathrm{R}$，则实数$m$的集合为$\left\{\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right\}$
B. 命题p：$\exists x\in[-2,1]$，$x^2+x-m\le 0$ 成立的充要条件是$m\ge 2$
C. 设a，$b\in\mathrm{R}$，则“$a=1$ 或$b=1$”的充要条件是“$ab+1=a+b$”
D. 已知$a>0$，$b>0$，$a+b=1$，则$\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}$的最小值为 $2\sqrt{2}+2$

7. 已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$相邻两个最高点之间的距离为$\pi$，则以下正确的是 (　)

A. $f(x)$的最小正周期为π　　B. $f(x-\frac{2\pi}{3})$是奇函数

C. $f(x)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{6}$对称　　D. $f(x)$在$\left[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right]$上单调递增

8. 已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2-2x, x\le 0\\ |\ln x|, x>0\end{cases}$，直线$y=m$与函数$y=f(x)$的图象相交于四个不同的点，交点的横坐标满足$x_1<x_2<x_3<x_4$，则以下结论中正确的是(　)

A. $m\in(0,1)$　　B. $x_1+x_2=-2$ 且$x_3x_4=1$

C. $x_1+x_2+x_3+x_4\in(0,e+\frac{1}{e}-2)$　　D. 方程$f[f(x)]=m$有 6 个不同的实数根

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

9. 已知 $\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)=\frac{5}{13}$，且$-\pi<\alpha<-\frac{\pi}{2}$，则 $\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)=$______.

10. 若函数$f(x)=ax^2+2ax+1$ 在$[1,2]$上有最大值 4，则a的值为_________.

11. 已知定义在R上的函数$f(x)$满足$f(2+x)-f(2-x)=0$，若$g(x)=|x^3+\frac{2}{x^3}|+|(4-x)^3+\frac{2}{(4-x)^3}|$与$f(x)$的交点为$(x_1,y_1)$，$(x_2,y_2)\cdots\cdots(x_5,y_5)$，则$x_1+x_2+\cdots+x_5=$______.

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}|2x-1|, 0<x\le m\\ 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)+1, m<x\le 10\end{cases}$恰有 3 个零点，则$m$的取值范围是______.

四、解答题（解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

13. 函数$y=\frac{1}{\sqrt{-x^2-x+2}}$的定义域为集合$A$，集合$B=\{y|y=-x^2+2x+3,0<x<3\}$，$C=\{x|m-2<x<2m\}$.

(1)求$A\cap B$，$A\cup B$；

(2)设p：$x\in A$，q：$x\in C$，且p是q的必要不充分条件，求实数m的取值范围.

14. 设函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(-\pi<\varphi<0)$，$y=f(x)$图象的一条对称轴是直线$x=\frac{\pi}{8}$.

(1)求φ；

(2)求$y=f(x)$的单调减区间.

15. 已知$f(\theta)=\frac{\cos(\theta-\frac{3\pi}{2})\cdot\sin(\frac{7\pi}{2}+\theta)}{\sin(-\theta-\pi)}$.

(1)化简$f(\theta)$;

(2)若$f(\theta)=\frac{1}{3}$，求 $\tan\theta$的值;

(3)若$f(\frac{\pi}{6}-\theta)=\frac{1}{3}$，求$f(\frac{5\pi}{6}+\theta)$的值.

16. 已知定义在R上的函数$f(x)=\sqrt{x^2+1}+x$.

(1)证明：$f(-x)=\frac{1}{f(x)}$;

(2)若$f(x)=e^{g(x)}$，对任意的$x\in R$，不等式$g(x^2+1)+g(2x-k)>0$ 恒成立，求实数k的取值范围.

17. 已知函数$f(x)=2^x+\frac{a}{2^x}(a\in R)$为定义在$[-1,1]$上的奇函数.

(1)求实数a的值；

(2)解关于x的不等式$f(x+1)+f(1-x^2)<0$；

(3)设$g(x)=f(\sin 2x)$，当$x\in\left[\frac{\pi}{12},\theta\right]$时，函数$y=g(x)$的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，求$\theta$的取值范围.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学练习二

班级_______学号________姓名_________评价________

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 若函数$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(-x^2+4x+5)$在区间$(3m-2,m+2)$内单调递增，则实数$m$的取值范围为(　)

A. $[\frac{4}{3},3]$　　B. $[\frac{4}{3},2]$　　C. $[\frac{4}{3},2)$　　D. $[\frac{4}{3},+\infty)$

解：设$y=log_{\frac{1}{2}}u,u=-x^2+4x+5,u>0$，$-1<x<5$，因为函数$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(-x^2+4x+5)$在区间$(3m-2,m+2)$内单调递增，所以 $3m-2\geq -1$ 且$m+2\leq 5$，且根据复合函数的单调性，可得：$\begin{cases}3m-2\geq 2\\3m-2<m+2\end{cases}$. $\therefore \frac{4}{3}\leq m<2$ 故选 C.

2. 已知奇函数$f(x)$在$[0,1]$上单调递减，且满足$f(x)+f(2-x)=0$，则下列说法错误的是(　)

A. 函数$f(x)$是以 2 为最小正周期的周期函数

B. 函数$f(x)$是以 4 为周期的周期函数

C. 函数$f(x-1)$为奇函数

D. 函数$f(x)$在$[5,6]$上单调递增

解：对于选项 A，B，∵函数$f(x)$为奇函数，$\therefore f(-x)=-f(x)$. $\because f(x)+f(2-x)=0$，$\therefore f(-x)+f(2+x)=0$，则$-f(x)+f(2+x)=0$，即$f(2+x)=\ f(x)$，故函数$f(x)$是周期为 2 的周期函数，由$f(x)$为奇函数及$f(x)$在$[0,1]$上单调递减可得$f(x)$在$[-1,1]$上单调递减，故 2 是$f(x)$的最小正周期，由此可知选项 AB 正确．对于选项 C，令$F(x)=f(x-1)$，则$F(-x)=f(-x-1)=-f(x+1)$.在$f(x)+f(2-x)=0$ 中，将x换为$x+\ 1$，得$f(x+1)+f(1-x)=0$，$\therefore f(x+\ 1)=-f(1-x)$，$\therefore F(-x)=-f(x+\ 1)=f(1-x)=-f(x-1)=-F(x)$，则函数$F(x)=f(x-1)$为奇函数，∴选项 C 正确．对于选项 D，由函数$f(x)$是以 2 为最小正周期的周期函数，则函数$f(x)$在$[5,6]$上的单调性等价于函数$f(x)$在$[-1,0]$上的单调性，又奇函数$f(x)$在$[0,1]$上单调递减，∴函数$f(x)$在$[-1,0]$上单调递减，∴选项 D 不正确．故选 D.

3. 对于实数x，规定$[x]$表示不大于x的最大整数，例如：$[1.5]=1$，$[-\pi]=-4$.若方程$[6x^2+x]=0$ 的解集为A，$B=\{x|2x^2-5ax+3a^2>0\}$，且$A\cup B=R$，则实数a的取值范围为(　)

A. $-\frac{1}{2}<a\leq 0$ 或$\frac{1}{6}<a<\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{2}<a\leq 0$ 或$\frac{1}{6}<a<\frac{2}{9}$

C. $-\frac{1}{3}<a\leq -\frac{1}{6}$或 $0\leq a<\frac{2}{9}$　　D. $-\frac{1}{3}<a<-\frac{1}{6}$或 $0\leq a<\frac{1}{3}$

解：$\because [6x^2+x]=0$，得 $0\leq 6x^2+x<1$，所以$A=(-\frac{1}{2},-\frac{1}{6}]\cup[0,\frac{1}{3})$，$\because 2x^2-5ax+3a^2>0$，$\therefore (2x-3a)(x-a)>0$，当$a=0$ 时，$B=\{x|x\neq 0\}$，$A\cup B=R$成立；

当$a>0$ 时，$B=\{x|x<a$或$x>\frac{3}{2}a\}$，$\because A\cup B=R$，$\therefore \frac{3}{2}a<\frac{1}{3},a<\frac{2}{9}$，即 $0<a<\frac{2}{9}$；

当$a<0$ 时，$B=\{x|x<\frac{3}{2}a$或$x>a\}$，$\because A\cup B=R$，$\therefore \begin{cases}a\leqslant -\frac{1}{6}\\\frac{3}{2}a>-\frac{1}{2}\end{cases}$，即$-\frac{1}{3}<a\leqslant -\frac{1}{6}$；

综上所述，$-\frac{1}{3}<a\leq -\frac{1}{6}$或 $0\leq a<\frac{2}{9}$．故选 C.

4. 设函数$f(x)=2sin(\omega x+\varphi)-1(\omega>0)$，若对于任意实数$\varphi$，$f(x)$在区间$[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$上至少有 2 个零点，至多有 3 个零点，则$\omega$的取值范围是(　)

A. $[\frac{8}{3},\frac{16}{3})$　　B. $[4,\frac{16}{3})$　　C. $[4,\frac{20}{3})$　　D. $[\frac{8}{3},\frac{20}{3})$

解：函数$f(x)=2sin(\omega x+\varphi)-1=0$，则 $\sin(\omega x+\varphi)=\frac{1}{2}$，令$t=\omega x+\varphi$，则$t=\frac{\pi}{6}+2k\pi$或$t=\frac{5\pi}{6}+2k\pi,k\in Z$，不妨令$k=0$，$k=1$，$k=2$ 则相邻的t值分别为$\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\frac{13\pi}{6},\frac{17\pi}{6},\frac{25\pi}{6},\frac{29\pi}{6}$，故在长度为 2π的区间中至少有两个零点，在长度为$\frac{8}{3}\pi$的区间中至多有三个零点，当$x\in[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]\Rightarrow\omega x+\varphi\in[\frac{\pi}{4}\omega+\varphi,\frac{3\pi}{4}\omega+\varphi]$，则 $2\pi\leqslant(\frac{3\pi}{4}\omega+\varphi)-(\frac{\pi}{4}\omega+\varphi)<\frac{8}{3}\pi\Rightarrow 4\leqslant\omega<\frac{16}{3}$，故选 B.

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分。在每小题有多项符合题目要求）

5. 已知函数$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$和函数$g(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$，下列说法中正确的有（ ）

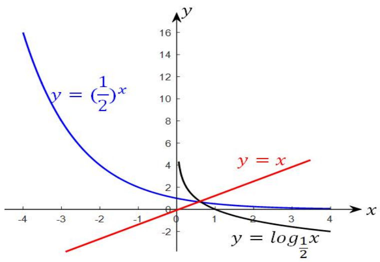
A. 函数$f(x)$与函数$g(x)$图象关于直线$y=x$对称

B. 函数$f(x)$与函数$g(x)$图象只有一个公共点

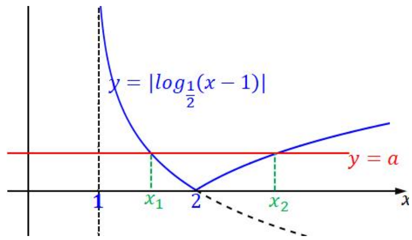
C. 记$h(x)=f(x)-g(x)$，则函数$h(x)$为减函数

D. 若函数$y=|g(x-1)|-a$有两个不同的零点x_1，x_2，则$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=1$

解：由题意，下面对各选项进行分析：对A，易知函数$f(x)$和$g(x)$互为反函数，所以函数$f(x)$与函数$g(x)$图象关于直线$y=x$对称，故 A 正确；对B，作出函数$f(x)$与函数$g(x)$图象如下所示：



易知函数$f(x)$与函数$g(x)$图象只有一个公共点，故 B 正确；对C，易知函数$f(x)$定义域为R，函数$g(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，所以函数$h(x)=f(x)-g(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，因为$h(1)=\frac{1}{2},h(2)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\log_{\frac{1}{2}}2=\frac{3}{4}$所以$h(2)>h(1)$，这与$h(x)$是减函数矛盾，所以 C 错误；对D，令$|g(x-1)|-a=0$，即得$g(x-1)=|a|$，作出函数$y=|g(x-1)|$和函数$y=a$的图像如下所示：



因为函数$g(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，易知$y=|g(x-1)|$中有$x>1$，若函数$y=|g(x-1)|-a$有两个不同的零点x_1，x_2，即得x_1，$x_2>1$，必有其中一个零点大于 2，一个零点小于 2(大于 1)，不妨设 $1<x_1<2<x_2$，所以$|g(x_2-1)|=-g(x_2-1)=-\log_{\frac{1}{2}}(x_2-1)$，
$|g(x_1-1)|=g(x_1-1)=\log_{\frac{1}{2}}(x_1-1)$，
所以$\log_{\frac{1}{2}}(x_1-1)=-\log_{\frac{1}{2}}(x_2-1)$，即得$x_1-1=\frac{1}{x_2-1}$
化简整理上式可得$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=1$，故 D 正确．故答案选：ABD.

6. 下列说法正确的有( )

A. 已知集合$A=\left\{x\middle|x^2+x-6=0\right\}$，$B=\{x|mx-1=0\}$，全集$U=\mathrm{R}$，若$A\cap(\complement_U B)=\mathrm{R}$，则实数$m$的集合为$\left\{\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right\}$

B. 命题p：$\exists x\in[-2,1]$，$x^2+x-m\leq 0$ 成立的充要条件是$m\geq 2$

C. 设a，$b\in\mathrm{R}$，则“$a=1$ 或$b=1$”的充要条件是“$ab+1=a+b$”

D. 已知$a>0$，$b>0$，$a+b=1$，则$\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}$的最小值为 $2\sqrt{2}+2$

解：对于A，由$x^2+x-6=0$ 得$(x+3)(x-2)=0$，故$x=-3$ 或$x=2$，故$A=\{-3,2\}$，因为$A\cup(\complement_U B)=\mathrm{R}$，所以$B\subseteq A$，因为$B=\{x|mx-1=0\}$，所以当$B=\varnothing$时，$m=0$；当$B\neq\varnothing$时，$\frac{1}{m}=-3$ 或$\frac{1}{m}=2$，则$m=-\frac{1}{3}$或$m=\frac{1}{2}$；故实数m的集合为$\left\{0,\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right\}$，故 A 错误；对于B，(必要性)若$\exists x\in[-2,1]$，$x^2+x-m\leq 0$，则$m\geq(x^2+x)_{\min}$，因为$y=x^2+x=$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\geq -\frac{1}{4}$, 所以$m\geq -\frac{1}{4}$, (充分性)若$m\geq -\frac{1}{4}$, 则由$y=x^2+x=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\geq -\frac{1}{4}$可知$m\geq (x^2+x)_{\min}$，故$\exists x\in[-2,1], x^2+x-m\leq 0$，即命题$p$成立，所以命题$p$成立的充要条件是$m\geq -\frac{1}{4}$，故 B 错误；对于C，因为$ab+1=a+b$等价于$ab-a-b+1=0$，等价于$(a-1)(b-1)=0$，等价于$a=1$ 或$b=1$，故“$a=1$ 或$b=1$”的充要条件是“$ab+1=a+b$”，故 C 正确；对于D，因为$a>0, b>0, a+b=1$，即$a=1-b$所以$\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}=\frac{1-b}{b}+\frac{a+b}{ab}=\frac{2}{b}+\frac{1}{a}-1=\left(\frac{2}{b}+\frac{1}{a}\right)(a+b)-1=\frac{2a}{b}+\frac{b}{a}+1+2-1\geq 2\sqrt{\frac{2a}{b}\cdot\frac{b}{a}}+2=2\sqrt{2}+2$,当且仅当$\frac{2a}{b}=\frac{b}{a}$且$a+b=1$,即$a=\sqrt{2}-1, b=2-\sqrt{2}$时,等号成立,所以$\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}\geq 2\sqrt{2}+2$，即$\frac{a}{b}+\frac{1}{ab}$的最小值为 $2\sqrt{2}+2$，故 D 正确．故选：CD.

7. 已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$相邻两个最高点之间的距离为$\pi$，则以下正确的是 (　)

A. $f(x)$的最小正周期为π　　　　B. $f\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)$是奇函数

C. $f(x)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{6}$对称　　　　D. $f(x)$在$\left[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right]$上单调递增

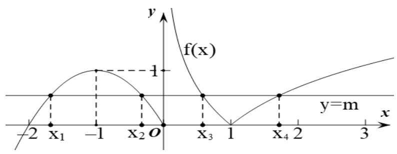
解：由已知可得$f(x)$的周期为π，所以有$\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，可得$\omega=2$，所以$f(x)=\sqrt{3}\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，所以 A 正确；$f\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\sin\left[2\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=\sqrt{3}\sin(2x-\pi)=-\sqrt{3}\sin 2x$，所以 B 正确；若图像关于点$x=-\frac{\pi}{6}$对称，则$f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$或$-\sqrt{3}$，而$f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\sin\left(-\frac{\pi}{6}\times 2+\frac{\pi}{3}\right)=0$，所以选项 C 错误；函数$y=\sin x$的单调增区间为$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right], k\in Z$，
若 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in Z$，则$k\pi-\frac{5\pi}{12}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{12}, k\in Z$，当$k=0$ 时，$-\frac{5\pi}{12}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{12}$，所以函数$f(x)$在$\left[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right]$上单调递增，$D$ 正确，故选 ABD.

8. 已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2-2x, x\leq 0\\ |\ln x|, x>0\end{cases}$，直线$y=m$与函数$y=f(x)$的图象相交于四个不同的点，交点的横坐标满足$x_1<x_2<x_3<x_4$，则以下结论中正确的是 (　)

A. $m\in(0,1)$　　　　B. $x_1+x_2=-2$ 且$x_3x_4=1$

C. $x_1+x_2+x_3+x_4\in\left(0,e+\frac{1}{e}-2\right)$　　　　D. 方程$f[f(x)]=m$有 6 个不同的实数根

解：作直线$y=m$与函数$y=f(x)$的图象如下：因为直线$y=m$与函数$y=f(x)$的图象相交于四个不同的点，交点的横坐标满足$x_1<x_2<x_3<x_4$，所以$m\in(0,1)$，$\frac{x_1+x_2}{2}=-1$，$-\ln x_3=\ln x_4\left(-\ln x_3\in(0,1)\right)$，即$m\in(0,1)$，$x_1+x_2=-2$，$x_3x_4=1\left(x_3\in\left(\frac{1}{e},1\right)\right)$，故 A 与 B 正确;又因为$x_1+x_2=-2$，$x_3x_4=1\left(x_3\in\left(\frac{1}{e},1\right)\right)$, 所以$x_1+x_2+x_3+x_4=-2+x_3+\frac{1}{x_3}$,而当$x_3\in\left(\frac{1}{e},1\right)$时，由对勾函数的性质知：$2<x_3+\frac{1}{x_3}<e+\frac{1}{e}$，因此$x_1+x_2+x_3+x_4\in\left(0,e+\frac{1}{e}-2\right)$,故 C 正确;令$t=f(x)$,则$f(t)=m$由$m\in(0,1)$得,方程$f(t)=m$的解为$t=x_1$，$t=x_2$，$t=x_3$，$t=x_4$当$t=x_1$时，由于$-2<x_1<-1$，则直线$t=x_1$与函数$y=f(x)$的图像相交于一点当$t=x_2$时，由于$-1<x_2<0$，则直线$t=x_2$与函数$y=f(x)$的图像相交于一点当$t=x_3$时，由于$\frac{1}{e}<x_3<1$，则直线$t=x_3$与函数$y=f(x)$的图像相交于不同的四点当$t=x_4$时，由于 $1<x_4<e$，则直线$t=x_4$与函数$y=f(x)$的图像相交于不同的两点
则方程$f(f(x))=m$有 8 个不同的实数根，则 D 错误：故选 ABC.



三、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

9. 已知 $\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)=\frac{5}{13}$，且$-\pi<\alpha<-\frac{\pi}{2}$，则 $\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)=$______.

解：由$-\pi<\alpha<-\frac{\pi}{2}$，可得$\frac{5\pi}{6}<\frac{\pi}{3}-\alpha<\frac{4\pi}{3}$，所以 $\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)<0$，所以 $\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)=-\sqrt{1-\sin^2(\frac{\pi}{3}-\alpha)}=-\frac{12}{13}$. 由 $\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)=\sin[\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{3}-\alpha)]=\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)=-\frac{12}{13}$. 故答案为$-\frac{12}{13}$.

10. 若函数$f(x)=ax^2+2ax+1$ 在$[1,2]$上有最大值 4，则a的值为_________.

解：当$a=0$ 时，$f(x)=1$，不符合题意，舍去．当$a\neq 0$ 时，$f(x)$的对称轴方程为$x=-1$，
(1)若$a<0$，则函数图象开口向下，函数在$[1,2]$递减，当$x=1$ 时，函数取得最大值 4，即$f(1)=a+2a+1=4$，解得$a=1$(舍).
(2)若$a>0$，函数图象开口向上，函数在$[1,2]$递增，当$x=2$ 时，函数取得最大值 4，即$f(2)=4a+4a+1=4$，解得$a=\frac{3}{8}$，综上可知，$a=\frac{3}{8}$，故答案为：$\frac{3}{8}$.

11. 已知定义在R上的函数$f(x)$满足$f(2+x)-f(2-x)=0$，若$g(x)=|x^3+\frac{2}{x^3}|+|(4-x)^3+\frac{2}{(4-x)^3}|$与$f(x)$的交点为$(x_1,y_1)$，$(x_2,y_2)\cdots\cdots(x_5,y_5)$，则$x_1+x_2+\cdots+x_5=$_______.

解：由$f(2+x)=f(2-x)$，得$f(x)$图象的对称轴为直线$x=2$，又$g(4-x)=|x^3+\frac{2}{x^3}+|(4-x)^3+\frac{2}{(4-x)^3}|=g(x)$，即$g(2+x)=g(2-x)$，所以函数$g(x)$的图象也关于直线$x=2$对称，如图函数$f(x)$和函数$g(x)$的图象的 5 个交点的横坐标关于直线$x=2$ 对称，根据对称性可得$x_1+x_2+\cdots+x_5=10$.

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}|2x-1|,0<x\le m\\ 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)+1,m<x\le 10\end{cases}$恰有 3 个零点，则$m$的取值范围是______.

解：令$|2x-1|=0$，得$x=\frac{1}{2}$；令 $2\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)+1=0$，得$\frac{\pi}{3}x=2k\pi-\frac{\pi}{6}$或$\frac{\pi}{3}x=2k\pi+\frac{7\pi}{6}(k\in Z)$，即$x=6k-\frac{1}{2}$或$x=6k+\frac{7}{2}(k\in Z)$，又$x\in(0,10]$，所以$x=\frac{1}{2}$或$\frac{7}{2}$或$\frac{11}{2}$或$\frac{19}{2}$，因为$f(x)=\begin{cases}|2x-1|,0<x\le m\\ 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)+1,m<x\le 10\end{cases}$恰有 3 个零点，所以，当 $0<m<\frac{1}{2}$时，$f(x)$有 3 个零点$\frac{7}{2}$，$\frac{11}{2}$，$\frac{19}{2}$；当$\frac{7}{2}\le m<\frac{11}{2}$时，$f(x)$有 3 个零点$\frac{1}{2}$，$\frac{11}{2}$，$\frac{19}{2}$；所以$m$的取值范围是$\left(0,\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{7}{2},\frac{11}{2}\right)$，
故答案为：$\left(0,\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{7}{2},\frac{11}{2}\right)$.

四、解答题（解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

13. 函数$y=\frac{1}{\sqrt{-x^2-x+2}}$的定义域为集合$A$，集合$B=\{y|y=-x^2+2x+3,0<x<3\}$，$C=\{x|m-2<x<2m\}$.
(1)求$A\cap B$，$A\cup B$；
(2)设p：$x\in A$，q：$x\in C$，且p是q的必要不充分条件，求实数m的取值范围.

解：(1)由函数$y=\frac{1}{\sqrt{-x^2-x+2}}$有意义，可得$\begin{cases}-x^2-x+2\ge 0\\ \sqrt{-x^2-x+2}\neq 0\end{cases}$，
所以$-x^2-x+2>0$，解得$-2<x<1$，所以集合$A=\{x|-2<x<1\}$，因为函数$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$，又 $0<x<3$，所以$-1<x-1<2$，所以 $0\le(x-1)^2<4$，

所以$-4<-(x-1)^2\leqslant 0$，所以 $0<y\le 4$，所以集合$B=\{y|0<y\le 4\}$，

$A\cap B=\{x|0<x<1\},A\cup B=\{x|-2<x\leqslant 4\}$.

(2) $\because p: x \in A, q: x \in C$，且$p$是$q$的必要不充分条件，$\therefore$集合$C$是$A$的真子集，
当$C=\varnothing$时，$m-2 \geq 2m \Rightarrow m \leq -2$，满足题意；
当$C \neq \varnothing$时，则$\begin{cases} m>-2 \\ m-2 \geqslant -2 \\ 2m<1 \end{cases}$或$\begin{cases} m>-2 \\ m-2>-2 \\ 2m \leq 1 \end{cases}$，解得 $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$，
综上，实数m的取值范围为$(-\infty,-2] \cup [0, \frac{1}{2}]$.
14. 设函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(-\pi<\varphi<0)$，$y=f(x)$图象的一条对称轴是直线$x=\frac{\pi}{8}$.
(1)求φ;
(2)求$y=f(x)$的单调减区间.
解：(1)由题意知$y=f(x)$图象的一条对称轴是直线$x=\frac{\pi}{8}$. $\therefore \sin(\frac{\pi}{4}+\varphi)=\pm 1$，
$\therefore$即$\frac{\pi}{4}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k \in Z)$，又$-\pi<\varphi<0$，$\therefore \varphi=-\frac{3\pi}{4}$
(2)由(1)知$f(x)=\sin(2x-\frac{3\pi}{4})$，令$\frac{\pi}{2}+2k\pi \leq 2x-\frac{3\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{2}+2k\pi$解得$\frac{5\pi}{8}+k\pi \leq x \leq \frac{9\pi}{8}+k\pi(k \in Z)$
所以函数$y=f(x)$的单调递减区间为$[\frac{5\pi}{8}+k\pi, \frac{9\pi}{8}+k\pi](k \in Z)$
15. 已知$f(\theta)=\frac{\cos(\theta-\frac{3\pi}{2})\cdot\sin(\frac{7\pi}{2}+\theta)}{\sin(-\theta-\pi)}$.
(1)化简$f(\theta)$;
(2)若$f(\theta)=\frac{1}{3}$，求 $\tan\theta$的值;
(3)若$f(\frac{\pi}{6}-\theta)=\frac{1}{3}$，求$f(\frac{5\pi}{6}+\theta)$的值.
解：(1)$f(\theta)=\frac{(-\sin\theta)\cdot(-\cos\theta)}{\sin\theta}=\cos\theta$.
(2)$f(\theta)=\cos\theta=\frac{1}{3}$，当$\theta$为第一象限角时，$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=2\sqrt{2}$;
当θ为第四象限角时，$\sin\theta=-\sqrt{1-\cos^2\theta}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=-2\sqrt{2}$. 综上，$\tan\theta=2\sqrt{2}$或$-2\sqrt{2}$.
(3)因为$f(\frac{\pi}{6}-\theta)=\cos(\frac{\pi}{6}-\theta)=\frac{1}{3}$，所以$f(\frac{5\pi}{6}+\theta)=\cos(\frac{5\pi}{6}+\theta)=\cos[\pi-(\frac{\pi}{6}-\theta)]=-\cos(\frac{\pi}{6}-\theta)=-\frac{1}{3}$.
16. 已知定义在R上的函数$f(x)=\sqrt{x^2+1}+x$.
(1)证明：$f(-x)=\frac{1}{f(x)}$;
(2)若$f(x)=e^{g(x)}$，对任意的$x \in R$，不等式$g(x^2+1)+g(2x-k)>0$ 恒成立，求实数k的取值范围.
解：(1)函数$f(x)$的定义域为R，因为$\sqrt{x^2+1}>|x| \geq -x$，即$f(x)>0$，
且$f(-x)f(x)=(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)=1$，所以$f(-x)=\frac{1}{f(x)}$;
(2)因为$g(x^2+1)+g(2x-k)>0$，所以$g(x^2+1)>-g(2x-k)$，又函数$y=e^x$在R上单调递增，所以$e^{g(x^2+1)}>e^{-g(2x-k)}=\frac{1}{e^{g(2x-k)}}$，即$f(x^2+1)>\frac{1}{f(2x-k)}=f(k-2x)$，
任取x_1，$x_2 \in R$，且$x_1<x_2$，则$f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{x_1^2+1}+x_1-(\sqrt{x_2^2+1}+x_2)$
$=(x_1-x_2)(\frac{\sqrt{x_1^2+1}+x_1+\sqrt{x_2^2+1}+x_2}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}})$，因为$x_1<x_2$，所以$x_1-x_2<0$，
又$\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}>0$，$\sqrt{x_1^2+1}+x_1>0$，$\sqrt{x_2^2+1}+x_2>0$，故$(x_1-$

$x_2)(\frac{\sqrt{x_1^2+1}+x_1+\sqrt{x_2^2+1}+x_2}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}}) < 0$，即$f(x_1) < f(x_2)$，所以函数$f(x) = \sqrt{x^2+1} + x$在$R$上单调递增，所以$x^2 + 1 > k - 2x$，即$k < x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$对$x \in R$恒成立，所以$k < 0$，所以$k$的取值范围为$(-\infty, 0)$.

17. 已知函数$f(x) = 2^x + \frac{a}{2^x}(a \in R)$为定义在$[-1,1]$上的奇函数.

(1)求实数a的值；

(2)解关于x的不等式$f(x+1) + f(1-x^2) < 0$；

(3)设$g(x) = f(\sin 2x)$，当$x \in \left[\frac{\pi}{12}, \theta\right]$时，函数$y = g(x)$的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，求$\theta$的取值范围.

解：(1) $\because f(x)$为定义在$[-1,1]$上奇函数，$\therefore f(-x) = -f(x)$在$[-1,1]$上恒成立，

$\therefore 2^{-x} + \frac{a}{2^{-x}} = -(2^x + \frac{a}{2^x})$，$\therefore (2^x + \frac{1}{2^x})(a+1) = 0$ 在$[-1,1]$上恒成立，等价于$a + 1 = 0$，即$a = -1$；

(2)由(1)知，$f(x) = 2^x - \frac{1}{2^x}$，任取$-1 \le x_1 < x_2 \le 1$，则$f(x_1) - f(x_2) = 2^{x_1} - \frac{1}{2^{x_1}} - (2^{x_2} - \frac{1}{2^{x_2}}) = 2^{x_1} - 2^{x_2} + \frac{1}{2^{x_2}} - \frac{1}{2^{x_1}} = (2^{x_1} - 2^{x_2})(1 + \frac{1}{2^{x_1+x_2}})$，$\because -1 \le x_1 < x_2 \le 1$，$\therefore 2^{x_1} < 2^{x_2}$，$\therefore f(x_1) < f(x_2)$，即$f(x)$在$[-1,1]$上为单调递增函数，$\because f(x)$为奇函数，

$\therefore f(x+1) + f(1-x^2) < 0$ 等价于$f(x+1) < f(x^2-1)$，$\because f(x)$在$[-1,1]$上为单调递增函数，$\therefore -1 \le x+1 < x^2 - 1 \le 1$，$\therefore x \in [-\sqrt{2}, -1)$；

(3)$g(x) = f(\sin 2x) = 2^{\sin 2x} - \frac{1}{2^{\sin 2x}}$，令$sin2x = t$，$\therefore h(t) = 2^t - \frac{1}{2^t}$，由$h(t) = 2^t - \frac{1}{2^t} = \frac{\sqrt{2}}{2}$，解得$2^t = \sqrt{2}$或$2^t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$(舍去)，$\therefore t = \frac{1}{2}$，即 $\sin 2x = \frac{1}{2}$，$\because x \in [\frac{\pi}{12}, \theta]$，$\therefore 2x \in [\frac{\pi}{6}, 2\theta]$，

$\because \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$，$\therefore$由三角函数图象可知$\frac{\pi}{6} < 2\theta \le \frac{5\pi}{6}$，即$\frac{\pi}{12} < \theta \le \frac{5\pi}{12}$，即$\theta$的取值范围为$(\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$.