江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学练习一

班级________学号________姓名________评价________

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. “$1 < a \leq 2$”是命题p：$\forall x \in (4, +\infty)$，$\log_a x - 2 > 0$ 成立的 (　)

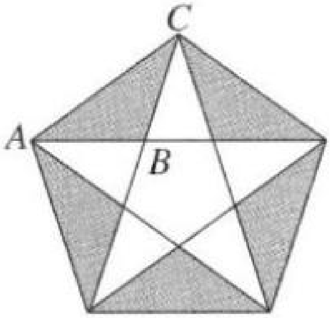
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. 若函数$f(x)$的定义域为R，且$xf(x) + f(1-x) = 1$，则$f(x)$的最大值为 (　)

A. 0　　B. 1　　C. 2

3. 黄金三角形有两种，一种是顶角为$36°$的等腰三角形，另一种是顶角为$108°$的等腰三角形，例如，正五角星可以看成是由一个正五边形剪去五个顶角为$108°$的黄金三角形，如图所示，在黄金三角形ABC中，$\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$，根据这些信息，可得 $\cos 144°$ 等于 (　)



A. $\frac{1-2\sqrt{5}}{4}$　B. $-\frac{3+\sqrt{5}}{8}$　C. $-\frac{1+\sqrt{5}}{4}$　D. $-\frac{4+\sqrt{5}}{8}$

4. 若两个正实数x，y满足$x + y = 3$，且不等式$\frac{4}{x+1} + \frac{16}{y} > m^2 - 3m + 5$ 恒成立，则实数m的取值范围为 (　)

A. $\{m|-4 < m < 1\}$　　B. $\{m|m < -1\text{或}m > 4\}$

C. $\{m|-1 < m < 4\}$　　D. $\{m|m < 0\text{或}m > 3\}$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分。在每小题有多项符合题目要求）

5. 下列计算正确的是 (　)

A. $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (6)^0 - \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = -1$　　B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\log_2 7} + \ln(\ln e) = 7$

C. $\log_2 3 \times \log_3 4 = \log_6 7$　　D. $\lg 25 + \frac{2}{3}\lg 8 - \lg 200 + \lg 2 = 0$

6. 下列说法正确的是 (　)

A. 与角$\frac{19\pi}{6}$终边相同的最大负角为$-\frac{5\pi}{6}$

B. 已知扇形OAB的面积为 4，周长为 10，则扇形的圆心角(正角)的弧度数为$\frac{1}{2}$

C. 若 $\sin\alpha \cdot \cos\alpha > 0$，则$\alpha$为第一象限角

D. 若α为第一象限角，则$\frac{\alpha}{2}$为第一或第三象限角

7. 下列说法不正确的是(　)

A. 不等式$(2x-1)(1-x) < 0$ 的解集为$\{x|\frac{1}{2} < x < 1\}$

B. 已知p：$1 < x < 2$，q：$\log_2 x + 1 \geq 1$，则p是q的充分不必要条件

C. 若$x \in R$，则函数$y = \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$的最小值为 2

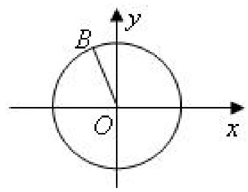
D. 当$x \in R$时，不等式$kx^2 - kx + 1 > 0$ 恒成立，则k的取值范围是$(0,4)$

8. 已知函数$f(x)$的定义域为D，存在$a\in R$，对一切$x_1,x_2\in D$，若${x_1}^2-ax_1<{x_2}^2-ax_2$时，都有$f(x_1)<f(x_2)$恒成立，则下列符合题意的函数有(   )

A. $f(x)=|x|$
B. $f(x)=2\sin 2x,x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{5}{4}\pi\right]$
C. $f(x)=x^2+mx-m$
D. $f(x)=\log_2 x$

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

9. 如图，在平面直角坐标系xOy中，钝角α的终边与单位圆交于B点，且点B的纵坐标为$\frac{12}{13}$.若将点B沿单位圆逆时针旋转$\frac{\pi}{2}$到达A点，则点A的坐标为_____.



10. 若方程 $\cos 2x-\sin x+a=0$ 在$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$内有解，则$a$的取值范围是_____.

11. 已知$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+3,x\leq 0\\x^2+4x+3,x>0\end{cases}$，若关于$x$的不等式$f(x+a)>f(2a-x^2)$在区间$[a-1,a+1]$上恒成立，则实数$a$的取值范围是_____.

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}2^x,x\leq 0\\x^2-2ax+a^2+a-1,x>0\end{cases}$，若对任意的$x_1\in(-\infty,0]$，均存在$x_2\in(0,+\infty)$使得$f(x_1)=f(x_2)$，则实数$a$的取值范围是______.

四、解答题（解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

13. 已知α为第一象限角，且 $\tan\alpha=\frac{2}{3}$.

(1)求$\frac{2\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$的值；

(2)求 $2sin\alpha-\cos\alpha$的值.

14. 设全集$U=R$,集合$A=\{x|0<x<5\}$,非空集合$B=\{x|1-2a^2\leqslant x\leqslant 1+2a\}$,其中$a\geq 0$.

(1)当$a=1$ 时，求$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$；

(2)若“$x\in A$”是“$x\in B$”的__________条件，求实数a的取值范围(请在“①充分，②必要”两个条件中选一个条件填入横线后作答).

15. 已知函数$f(x)=\log_a(x+2)+\log_a(1-x)(a>0$ 且$a\neq 1)$.

(1)若$a=3$，求$f(x)$的单调区间；

(2)已知$f(x)$有最大值，且$\forall x\in(-2,1)$，$\exists b\in[0,1]$，$f(x)<2^{2b-1}$，求a的取值范围.

16. 已知$f(x)$是定义在$[-3,3]$上的奇函数，且当$x\in[0,3]$时，$f(x)=4^x+a\cdot 3^x(a$为常数$)$.

(1)当$x\in[-3,0)$时，求$f(x)$的解析式；

(2)若关于x的方程$f(x)=m\cdot 2^{-x}+3^{1-x}$在$[-2,-1]$上有解，求实数$m$的取值范围.

17. 已知$a > 0$，函数$f(x) = x^2 + 3|x - a|$.
(1)当$a = 1$时，求函数的单调递增区间和最小值；
(2)记$f(x)$在区间$[-1,1]$上的最小值为$g(a)$，求$g(a)$的解析式；
(3)对(2)中的$g(a)$，当$x \in [-1,1]$，恒有$f(x) \leq g(a) + m$成立，求实数m的取值范围.

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第一学期高一数学练习一答案

班级________学号_________姓名__________评价_________

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. “$1<a\le 2$”是命题p：$\forall x\in(4,+\infty)$，$\log_a x-2>0$ 成立的(　)

A. 充分不必要条件；B. 必要不充分条件；C. 充要条件；D. 既不充分也不必要条件

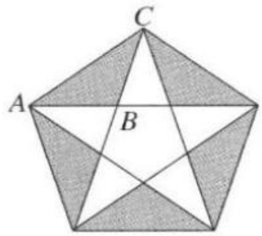
解：当 $1<a\le 2$ 时，$y=\log_a x$在$(4,+\infty)$上单调递增，而此时$x>a^2$，所以$\forall x\in(4,+\infty)$，$\log_a x-2>0$ 成立，因此“$1<a\le 2$”是命题p：$\forall x\in(4,+\infty)$，$\log_a x-2>0$ 成立的充分条件；若$\forall x\in(4,+\infty)$，$\log_a x-2>0$，则可知$a>1$，且$\forall x\in(4,+\infty)$时，$x>a^2$，因此$a^2\le 4$，从而可得 $1<a\le 2$，故必要性成立．故选 C.

2. 若函数$f(x)$的定义域为R，且$xf(x)+f(1-x)=1$，则$f(x)$的最大值为(　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

解：由$xf(x)+f(1-x)=1$，　①得$(1-x)f(1-x)+f(x)=1$，　②

$(1-x)\times$ ①，得$(1-x)xf(x)+(1-x)f(1-x)=1-x$，　③ ②$-$ ③得$(x^2-x+1)f(x)=x$，即$f(x)=\frac{x}{x^2-x+1}$. 当$x=0$ 时，$f(x)=0$;当$x<0$ 时，$f(x)=\frac{x}{x^2-x+1}=\frac{1}{x+\frac{1}{x}-1}<0$;当$x>0$ 时，$f(x)=\frac{x}{x^2-x+1}=\frac{1}{x+\frac{1}{x}-1}\le\frac{1}{2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}-1}=1$，当且仅当$x=1$ 时，等号成立．综上，$f(x)$的最大值为 1．故选 B.



3. 黄金三角形有两种，一种是顶角为$36°$的等腰三角形，另一种是顶角为$108°$的等腰三角形，例如，正五角星可以看成是由一个正五边形剪去五个顶角为$108°$的黄金三角形，如图所示，在黄金三角形ABC中，$\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt5-1}{2}$，根据这些信息，可得 $\cos144°$等于(　)

A. $\frac{1-2\sqrt5}{4}$　B. $-\frac{3+\sqrt5}{8}$　C. $-\frac{1+\sqrt5}{4}$　D. $-\frac{4+\sqrt5}{8}$

解：由题图可知，$\angle ACB=36°$，$\therefore\cos 36°=\frac{\frac{1}{2}AC}{BC}=\frac{1}{\sqrt5-1}=\frac{\sqrt5+1}{4}$.

$\therefore\cos 144°=\cos(180°-36°)=-\cos36°=-\frac{1+\sqrt5}{4}$，故选 C.

4. 若两个正实数x，y满足$x+y=3$，且不等式$\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y}>m^2-3m+5$ 恒成立，则实数m的取值范围为(　)

A. $\{m|-4<m<1\}$　　B. $\{m|m<-1或m>4\}$

C. $\{m|-1<m<4\}$　　D. $\{m|m<0或m>3\}$

解：$\because$两个正实数x,y满足$x+y=3$，$\therefore x+1+y=4$，$\therefore\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y}=\frac{1}{4}(\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y})(x+1+y)=\frac{1}{4}(20+\frac{4y}{x+1}+\frac{16(x+1)}{y})\ge\frac{1}{4}(20+2\sqrt{64})=9$，当且仅当$\frac{4y}{x+1}=\frac{16(x+1)}{y}$，即$x=\frac{1}{3}$，$y=\frac{8}{3}$时等号成立，$\therefore(\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y})_{min}=9$，又不等式$\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y}>m^2-3m+5$ 恒成立，则应 $9>m^2-3m+5$，解得$-1<m<4$，故选：C.

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分。在每小题有多项符合题目要求）

5. 下列计算正确的是(　)

A. $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}-(6)^0-\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}=-1$　　B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\log_2 7}+\ln(\ln e)=7$

C. $\log_2 3\times\log_3 4=\log_6 7$　　D. $\lg25+\frac{2}{3}\lg8-\lg200+\lg2=0$

解：对A，$(\frac{9}{4})^{\frac{1}{2}}-(6)^0-(\frac{27}{8})^{\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}-1-\frac{3}{2}=-1$，正确；对$B$，$(\frac{1}{2})^{-\log_2 7}+\ln(\ln e)=2^{\log_2 7}+\ln 1=7$，正确；对$C$，$\log_2 3\times\log_3 4=\frac{\lg 3}{\lg 2}\times\frac{\lg 2^2}{\lg 3}=\frac{2\lg 2}{\lg 2}=2$，错误；对$D$，$\lg 25+\frac{2}{3}\lg 8-\lg 200+\lg 2=\lg 5^2+\lg 8^{\frac{2}{3}}-\lg(2\times 100)+\lg 2=2\lg 5+2\lg 2-(\lg 2+2)+\lg 2=2\times(\lg 5+\lg 2)-2=0$，正确；故选$ABD$.

6. 下列说法正确的是(　)

A. 与角$\frac{19\pi}{6}$终边相同的最大负角为$-\frac{5\pi}{6}$

B. 已知扇形OAB的面积为4，周长为10，则扇形的圆心角(正角)的弧度数为$\frac{1}{2}$

C. 若$\sin\alpha\cdot\cos\alpha>0$，则$\alpha$为第一象限角

D. 若α为第一象限角，则$\frac{\alpha}{2}$为第一或第三象限角

解：与角$\frac{19\pi}{6}$终边相同的角为$\frac{19\pi}{6}+2k\pi,k\in Z$，当$k=-2$时，$\frac{19\pi}{6}-4\pi=-\frac{5\pi}{6}$为最大负角，所以$A$正确；设扇形弧长为$l$，半径为$r$，圆心角(正角)的弧度数为$\alpha$，由题意知$\frac{1}{2}lr=4$，$l+2r=10$，$l=\alpha r$，联立求解可得$\alpha=\frac{1}{2}$或8(舍去)，故$B$正确；$\sin\alpha\cdot\cos\alpha>0$，得$\sin\alpha,\cos\alpha$同号，则$\alpha$为第一或第三象限角，故$C$不正确；$\alpha$为第一象限角，则$2k\pi<\alpha<\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，所以$k\pi<\frac{\alpha}{2}<\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in Z$，所以$\frac{\alpha}{2}$为第一或第三象限角，故$D$正确．故选$ABD$.

7. 下列说法不正确的是(　)

A. 不等式$(2x-1)(1-x)<0$的解集为$\{x|\frac{1}{2}<x<1\}$

B. 已知p：$1<x<2$，q：$\log_2 x+1\geq 1$，则p是q的充分不必要条件

C. 若$x\in R$，则函数$y=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$的最小值为2

D. 当$x\in R$时，不等式$kx^2-kx+1>0$恒成立，则k的取值范围是$(0,4)$

解：对于A，不等式$(2x-1)(1-x)<0$的解集为$\{x|x<\frac{1}{2}$或$x>1\}$，所以A不正确；
对于B，p：$1<x<2$，整理q：$\log_2 x+1\geq 1$，得q：$x\geq 1$，则p是q的充分不必要条件，所以B正确；对于C，若$x\in R$，则函数$y=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}\geq 2\sqrt{\sqrt{x^2+4}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}}=2$，当且仅当$x^2=-3$时取等号，显然不正确，所以$C$不正确．对于$D$，当$x\in R$时，$k=0$时，不等式$kx^2-kx+1>0$恒成立，所以$D$中$k$的取值范围是$(0,4)$是不正确的，所以$D$不正确；故选：$ACD$.

8. 已知函数$f(x)$的定义域为D，存在$a\in R$，对一切$x_1,x_2\in D$，若${x_1}^2-ax_1<{x_2}^2-ax_2$时，都有$f(x_1)<f(x_2)$恒成立，则下列符合题意的函数有(　)

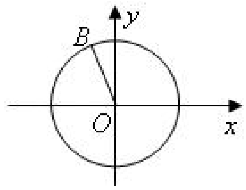
A. $f(x)=|x|$　　　　B. $f(x)=2\sin 2x,x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{5}{4}\pi\right]$

C. $f(x)=x^2+mx-m$　　　　D. $f(x)=\log_2 x$

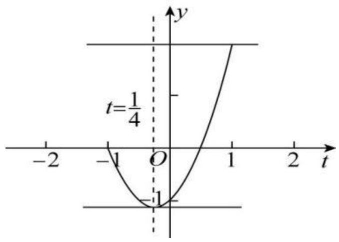
解：由题意得$\left(x_1-\frac{a}{2}\right)^2<\left(x_2-\frac{a}{2}\right)^2$，则$\left|x_1-\frac{a}{2}\right|<\left|x_2-\frac{a}{2}\right|$时，$f(x_1)<f(x_2)$恒成立，其几何意义是自变量距离$x=\frac{a}{2}$越近，其函数值越小，故函数$f(x)$关于$x=\frac{a}{2}$对称，且在给定的范围内，$x=\frac{a}{2}$的左侧区间上单调递减，右侧区间单调递增；对于$A$：$f(x)=|x|$的图象关于$x=0$对称，且在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增，故$A$正确；对于$B$：$f(x)=2\sin 2x,x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{5}{4}\pi\right]$的图象关于$x=\frac{3}{4}\pi$对称，且在$\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$上单调递增，故$B$正确；对于$C$：$f(x)=x^2+mx-m$的图象关于$x=-\frac{m}{2}$对称，且在$\left(-\infty,-\frac{m}{2}\right)$上单调递

减，在$\left(-\frac{m}{2},+\infty\right)$上单调递增，故$C$正确；而选项$D$是单调函数，不合题意。综上可知，选$ABC$.

三、填空题（本大题共4小题，共20.0分）



9. 解：在平面直角坐标系xOy中，钝角α的终边与单位圆交于B点，且点B的纵坐标为$\frac{12}{13}$，$\therefore sin\alpha=\frac{12}{13}$，$cos\alpha=-\frac{5}{13}$，将点$B$沿单位圆逆时针旋转$\frac{\pi}{2}$到达$A$点，点$A$的坐标$A(\cos(\alpha+\frac{\pi}{2}),\sin(\alpha+\frac{\pi}{2}))$，即$A(-sin\alpha,cos\alpha)$，$\therefore A(-\frac{12}{13},-\frac{5}{13})$，故答案为：$(-\frac{12}{13},-\frac{5}{13})$.



10. 解：由题得$1-2\sin^2x-\sin x+a=0,\therefore a=2\sin^2x+\sin x-1$，设$f(x)=2\sin^2x+\sin x-1$，方程$\cos2x-\sin x+a=0$在$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$内有解可转化为$y=a$与$y=f(x)$的交点，令$t=\sin x,t\in[-1,1]$，$g(t)=2t^2+t-1$，二次函数的对称轴为$t=-\frac{1}{4}$，由二次函数的图象得当$t=-\frac{1}{4}$时，$g(t)_{\min}=-\frac{9}{8}$；当$t=1$时，$g(t)_{\max}=2$．所以实数$a$的取值范围为$\left[-\frac{9}{8},2\right]$.
故答案为：$\left[-\frac{9}{8},2\right]$.

11. 解：$\because y=-x^2+2x+3$在$(-\infty,0]$上单调递增，$y=x^2+4x+3$在$(0,+\infty)$上单调递增，当$x=0$时，$-0^2+2\times0+3=0^2+4\times0+3$，所以$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+3,x\le0\\x^2+4x+3,x>0\end{cases}$，在$(-\infty,+\infty)$上单调递增，因为不等式$f(x+a)>f(2a-x^2)$在区间$[a-1,a+1]$上恒成立，所以$x+a>2a-x^2$，$\therefore a<x^2+x$在区间$[a-1,a+1]$上恒成立，当$a+1\leqslant-\frac{1}{2}$，即$a\leqslant-\frac{3}{2}$时，$(x^2+x)_{\min}=(a+1)^2+a+1$，$\therefore(a+1)^2+a+1>a$，$\therefore a\in R$，$\therefore a\le-\frac{3}{2}$；当$a-1<-\frac{1}{2}<a+1$，即$-\frac{3}{2}<a<\frac{1}{2}$时，$(x^2+x)_{\min}=(-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$，$\therefore a<-\frac{1}{4}$，$\therefore-\frac{3}{2}<a<-\frac{1}{4}$；当$a-1\geqslant-\frac{1}{2}$，即$a\geqslant\frac{1}{2}$时，$(x^2+x)_{\min}=(a-1)^2+a-1$，$\therefore(a-1)^2+a-1>a$，$\therefore a>2$或$a<0$，$\therefore a>2$，综上：$a<-\frac{1}{4}$或$a>2$，故答案为：$\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)\cup(2,+\infty)$.

12. 解：$\because$当$x\le0$时，$f(x)=2^x,f(x)$的值域为$(0,1]$,又$\because$对任意的$x_1\in(-\infty,0]$，均存在$x_2\in(0,+\infty)$使得$f(x_1)=f(x_2)$，$\therefore$当$x>0$时，$f(x)=x^2-2ax+a^2+a-1$的值域包含$(0,1]$，对称轴为$x=a$，$\therefore$当$a\ge0$时，$\Delta=4a^2-4(a^2+a-1)=4-4a\ge0$，解得$a\le1$，即$0\le a\le1$，当$a<0$时，$\Delta=4a^2-4(a^2+a-1)=4-4a>0$且$0-2a\cdot0+a^2+a-1\le0$，解得$\frac{-1-\sqrt5}{2}\le a\le\frac{\sqrt5-1}{2}$，解得$\frac{-1-\sqrt5}{2}\le a<0$，综上所述，$a$的取值范围为$\left[\frac{-1-\sqrt5}{2},1\right]$.

四、解答题（解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

13. 解：(1)因为α为第一象限角，且$tan\alpha=\frac{2}{3}$，所以原式$=\frac{2}{\tan\alpha+1}=\frac{2}{\frac{2}{3}+1}=\frac{6}{5}$.
(2)因为$tan\alpha=\frac{sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{2}{3}$，所以$sin\alpha=\frac{2}{3}cos\alpha$，又$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，所以$\frac{13}{9}\cos^2\alpha=1$，因为$\alpha$为第一象限角，所以$cos\alpha=\frac{3\sqrt{13}}{13}$，$sin\alpha=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，故$2sin\alpha-cos\alpha=\frac{\sqrt{13}}{13}$.

14. 解：(1)当$a=1$时，$B=\{x|-1\leqslant x\leqslant3\}$，则$\complement_UB=\{x|x<-1$或$x>3\}$，由$A=\{x|0<x<5\}$，得$\complement_UA=\{x|x\le0$或$x\ge5\}$，所以$(\complement_UA)\cap(\complement_UB)=\{x|x<-1$或$x\ge5\}$；
(2)若选①，由“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分条件，得$A\subseteq B$，因为$A=\{x|0<x<5\}$，非空集合$B=\{x|1-2a^2\leqslant x\leqslant1+2a\}$，所以$\begin{cases}1-2a^2\le0\\1+2a\ge5\end{cases}$，即$\begin{cases}a\le-\frac{\sqrt2}{2}或a\ge\frac{\sqrt2}{2}\\a\ge2\end{cases}$，解得$a\ge2$，所以实数$a$的取值范围为$[2,+\infty)$；

若选②，由“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，得$B\subseteq A$，因为$A=\{x|0<x<5\}$，非空集合$B=\{1-2a^2\leqslant x\leqslant 1+2a\}$，所以$\begin{cases}1-2a^2\le 1+2a\\1-2a^2>0\\1+2a<5\end{cases}$，即$\begin{cases}a\le -1\text{ 或}a\ge 0\\-\frac{\sqrt{2}}{2}<a<\frac{\sqrt{2}}{2}\\a<2\end{cases}$，解得 $0\le a<\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以实数$a$的取值范围为$\left[0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

15. 解：(1)函数$f(x)=\log_a(x+2)+\log_a(1-x)(a>0$ 且$a\neq 1)$，由$\begin{cases}x+2>0\\1-x>0\end{cases}$，可得$-2<x<1$，则函数$f(x)$的定义域为$(-2,1)$，当$a=3$ 时，$f(x)=\log_3(-x^2-x+2)$，令$t=-x^2-x+2(-2<x<1)$，则$y=\log_3 t$，由$y=\log_3 t$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$t=-x^2-x+2$ 在$(-2,-\frac{1}{2})$上单调递增，在$(-\frac{1}{2},1)$上单调递减，故$f(x)$的单调递增区间为$(-2,-\frac{1}{2})$，单调递减区间为$(-\frac{1}{2},1)$；

(2)$f(x)=\log_a(-x^2-x+2)$，由$t=-x^2-x+2=-(x+\frac{1}{2})^2+\frac{9}{4}$，可得$t\in(0,\frac{9}{4}]$，

因为$f(x)$有最大值，所以$y=\log_a t$在$(0,\frac{9}{4}]$上有最大值，则$a>1$，$y_{max}=\log_a\frac{9}{4}$，

因为$b\in[0,1]$，所以$2^{2b-1}\in[\frac{1}{2},2]$，因为$\forall x\in(-2,1)$，$\exists b\in[0,1]$，$f(x)<2^{2b-1}$，所以$\log_a\frac{9}{4}<2$，所以$a^2>\frac{9}{4}$，解得$a>\frac{3}{2}$，故$a$的取值范围是$(\frac{3}{2},+\infty)$.

16. 解：(1)因为$f(x)$是定义在$[-3,3]$上的奇函数，且当$x\in[0,3]$时，$f(x)=4^x+a\cdot 3^x$，所以$f(0)=1+a=0$，所以$a=-1$，当$x\in[0,3]$时，$f(x)=4^x-3^x$当$x\in[-3,0)$时，$-x\in(0,3]$，所以$f(-x)=4^{-x}-3^{-x}=-f(x)$，所以$f(x)=\frac{1}{3^x}-\frac{1}{4^x}$；

(2)由(1)知，$x\in[-3,0)$时，$f(x)=\frac{1}{3^x}-\frac{1}{4^x}$，∴在$[-2,-1]$上，$f(x)=\frac{1}{3^x}-\frac{1}{4^x}$，

$f(x)=m\cdot 2^{-x}+3^{1-x}$可化为$\frac{1}{3^x}-\frac{1}{4^x}=m\cdot 2^{-x}+3^{1-x}$，整理得$m=-(\frac{1}{2})^x-2\cdot(\frac{2}{3})^x$，

令$g(x)=-(\frac{1}{2})^x-2\cdot(\frac{2}{3})^x$，根据指数函数的单调性可得，$g(x)$在$[-2,-1]$是增函数，

所以$-\frac{17}{2}\le g(x)\le -5$，又关于$x$的方程$f(x)=m\cdot 2^{-x}+3^{1-x}$在$[-2,-1]$上有解，

故m的范围$[-\frac{17}{2},-5]$.

17. 解：(1)当$a=1$ 时，$f(x)=x^2+3|x-1|$，则$f(x)=\begin{cases}x^2+3-3x,x<1,\\x^2+3x-3,x\geqslant 1,\end{cases}$

即$f(x)=\begin{cases}(x-\frac{3}{2})^2+\frac{3}{4},x<1,\\(x+\frac{3}{2})^2-\frac{21}{4},x\geqslant 1,\end{cases}$故函数$f(x)$的单调递增区间为$[1,+\infty)$，单调递减区间为$(-\infty,1)$，函数最小值$f(x)_{\min}=f(1)=1$.

(2)由题可知$f(x)=\begin{cases}x^2-3x+3a,x\leqslant a,\\x^2+3x-3a,x>a,\end{cases}$当$0<a<1$ 时，$f(x)$在$[-1,a]$上单调递减，在$[a,1]$上单调递增，则$g(a)=f(a)=a^2$；当$a\ge 1$ 时，$f(x)$在$[-1,1]$上单调递减，则$g(a)=f(1)=3a-2$．综上：$g(a)=\begin{cases}a^2,0<a<1,\\3a-2,a\geqslant 1.\end{cases}$

(3)令$h(x)=f(x)-g(a)$，只需$m\ge h(x)_{\max}$，$x\in[-1,1]$，当$0<a<1$ 且$-1\le x\le a$时，$h(x)=x^2-3x+3a-a^2$，$h(x)$在$[-1,a]$上单调递减，$\therefore h(x)\leqslant h(-1)=4+3a-a^2<6$；当$0<a<1$ 且$a<x\leqslant 1$ 时，$h(x)=x^2+3x-3a-a^2$，

$h(x)$在$[a,1]$上单调递增，$\therefore h(x)\leqslant h(1)=4-3a-a^2<4$；当$a\ge 1$ 时，$h(x)=x^2-3x+2$，$h(x)$在$[-1,1]$上单调递减，$\therefore h(x)\le h(-1)=6$，综上可知，$h(x)_{\max}=6$，所以$m\ge 6$.