



三、填空题（本大题共 3 小题，共 15.0 分）

8. 函数  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-5}$  的单调递减区间是\_\_\_\_\_.

9. 已知定义域为  $\mathbb{R}$  的函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0]$  上单调递增，且  $f(x) + f(-x) = 0$ ，若  $f(-1) = -\frac{1}{2}$ ，则不等式  $f(2x-1) \leq \frac{1}{2}$  的解集为\_\_\_\_\_.

10. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x < a, \\ a(x-2)^2, & x \geq a, \end{cases}$  若  $f(x)$  存在最大值，则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

四、解答题（本大题共 3 小题，共 36.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

11.(本小题 12.0 分)

已知函数  $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x}$  为奇函数，且  $f(1) = 3$

(1)求  $f(x)$ ;

(2)求证:  $f(x)$  在区间  $[1, +\infty)$  上单调递增;

(3)若对任意的  $x \in [1, +\infty)$  都有  $m^2 - 2m \leq f(x)$ ，求实数  $m$  的取值范围.

12.(本小题 12.0 分)

截至 2022 年 10 月，杭州地铁运营线路共 12 条。杭州地铁经历了从无到有，从单线到多线，从点到面，从面到网，形成网格化运营，分担了公交客流，缓解了城市交通压力，激发出城市新活力。已知某条线路通车后，列车的发车时间间隔  $t$  (单位：分钟) 满足  $2 \leq t \leq 20$ ，经市场调研测算，列车的载客量与发车时间间隔  $t$  相关，当  $10 \leq t \leq 20$  时，列车为满载状态，载客量为 600 人，当  $2 \leq t < 10$  时，载客量会减少，减少的人数与  $10 - t$  的平方成正比，且发车时间间隔为 3 分钟时的载客量为 502 人，记列车载客量为  $p(t)$ 。

(1)求  $p(t)$  的表达式，并求当发车时间间隔为 5 分钟时的载客量;

(2)若该线路每分钟净收益为  $Q(t) = \frac{8p(t)-3524}{t} - 60$  (单位：元)，则当发车时间间隔为多少时，该线路每分钟的净收益最大，并求出最大值.

13(本小题 12.0 分)

已知函数  $f(x) = x + \frac{a}{x} - 4$ ,  $g(x) = x - b$ ,  $h(x) = x^2 + 2bx$

(1) 当  $a = 2$  时, 求函数  $y = f(x) + g(x)$  的单调递增与单调递减区间(直接写出结果);

(2) 当  $a \in [3, 4]$  时, 函数  $f(x)$  在区间  $[1, m]$  上的最大值为  $f(m)$ , 试求实数  $m$  的取值范围;

(3) 若不等式  $h(x_1) - h(x_2) < |g(x_1)| - |g(x_2)|$  对任意  $x_1, x_2 \in [0, 2] (x_1 < x_2)$  恒成立, 求实数  $b$  的取值范围.