

高一年级期中联考

数 学 试 题

命题人：邓迎春 审核人：梁建

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $M = \{1, 3, 5, 7\}$, $N = \{5, 7, 9\}$, 则 $M \cup N =$ ()
A. $\{1, 3\}$ B. $\{5, 7\}$ C. $\{9\}$ D. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
2. 已知幂函数 $y = f(x)$ 满足 $f(2) = 4$, 则 $f(3) =$ ()
A. 9 B. 8 C. 9 或 -9 D. 8 或 -8
3. 下列各组函数中, 表示同一函数的是 ()
A. $y = x$ 与 $y = (\sqrt{x})^2$ B. $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$
C. $y = x^0$ 与 $y = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}$ D. $y = 4x + 1, x \in Z$ 与 $y = 4x - 3, x \in Z$
4. 学校举办了排球赛, 高一(1)班 45 名学生中有 12 名同学参赛, 后来又举办了田径赛, 班上有 20 名同学参赛, 已知两项比赛中, 高一(1)班共有 19 名同学没有参加过比赛, 则两项都参赛的同学共有 ()
A. 4 名 B. 5 名 C. 6 名 D. 7 名
5. 已知 $f(x+1) = 2^x$, 则 $f(-x) =$ ()
A. 2^{-x+1} B. 2^{-x-1} C. 2^{x+1} D. 2^{x-1}
6. 已知 $a = 0.6^{0.5}$, $b = 0.5^{0.6}$, 下列选项正确的是 ()
A. $b < a < 1$ B. $a < b < 1$ C. $1 < b < a$ D. $1 < a < b$
7. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a^2 + b^2 + ab = 12$, 则 $3ab + \frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的最小值为 ()
A. 8 B. 11 C. 14 D. 17
8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 8|x+1| - a, & x \leq 0 \\ x^2 - ax + a, & x > 0 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x) = 0$ 共有四个根 x_1, x_2, x_3, x_4 , 则 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ 的取值集合是 ()
A. $(2, 6]$ B. $[2, 6]$ C. $(-2, 6]$ D. $[-2, 6]$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列选项正确的有 ()

- A. $a=b$ 是 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ 的充分条件
 B. $a>b$ 是 $ac^2>bc^2$ 的必要条件
 C. $a=b$ 是 $a+c=b+c$ 的充要条件
 D. $a>b$ 是 $a^2>b^2$ 的既不充分也不必要条件

10. 数学家狄利克雷曾给出一个例子： $f(x)=\begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数,} \\ 0, & x \text{ 为无理数,} \end{cases}$ 下列选项正确的有 ()

- A. $f(x)$ 定义域为 R
 B. $y=f[f(x)]$ 值域为 $\{0,1\}$
 C. $f(x)$ 是奇函数
 D. $f(x)$ 是偶函数

11. 下列命题中，真命题为 ()

- A. “ $\exists x_0 < 0$ ，使得 $x_0 > 0$ ”的否定是“ $\forall x < 0$ ，都有 $x \leq 0$ ”
 B. $\forall x < 0$ ，都有 $x \leq 0$
 C. $\forall x_1 \in (-\infty, 3)$ ，都 $\exists x_2 \in [0, 3]$ ，使得 $x_2 = x_1$
 D. $\forall x_1 \in (-\infty, 3)$ ，都 $\exists x_2 \in [0, 3]$ ，使得 $x_2 > x_1$

12. 若 $2^a = 10$ ， $5^b = 10000$ ，则下列选项正确的有 ()

- A. $\frac{1}{2^a} + \frac{4}{2^b} < 2^{\frac{3}{2}}$
 B. $a+b > 9$
 C. $2a-b > 0$
 D. $ab < 16$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，双空题第一空 2 分，第二空 3 分。

13. 函数 $f(x) = a^{x-1} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象经过定点 P ，则点 P 坐标为 _____ ▲ _____.

14. 已知命题 P : “若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ，则 $a > b$ ”. 写出能说明命题 P 为假命题的一组 a, b 的值 _____ ▲ _____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax+5, & x < 4 \\ (x-a)^2, & x \geq 4 \end{cases}$ 在 R 上单调，则 a 的取值范围是 _____ ▲ _____.

16. 我们知道，任何一个正实数 N 可以表示成 $N = a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10, n \in Z$)，此时，

$\lg N = n + \lg a$ ($0 \leq \lg a < 1$)，当 $n > 0$ 时， N 是 $n+1$ 位整数。基于上述方法，解决问题：

5^{100} 是 _____ ▲ _____ 位整数；这个整数的首位数字是 _____ ▲ _____.

参考数据：

真数	2	3	4	5	6	7	8	9	10
常用对数	0.301	0.477	0.602	0.699	0.778	0.845	0.903	0.954	1.000

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

计算： (1) $\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{2}{3}} - \pi^{\frac{1}{3}} + \pi^0 + \sqrt[6]{(-\pi)^2}$

(2) $(\lg 2)^2 + \lg 2 \lg 5 + \lg 2 \log_2 50 + e^{\ln 3}$.

18. (本小题满分 12 分)

已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2ax - 3 < 0\}$, $B = [m, m+1)$.

- (1) 当 $a=1$ 时, “ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要条件, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 若 $A=R$, 求实数 a 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知 $a > 0$, $b > 0$, $ab=1$.

- (1) 求 $(a-1)(b-4)$ 的最大值;
- (2) 若不等式 $a + \frac{9b}{b+1} \geq m^2 + 4m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

现有两个条件: ① 0 是函数 $y = f(x) + 1$ 的唯一零点; ② $\{x | f(x) < 0\} = \{x | -1 < x < 1\}$;

请你在上述两个条件中任选一个补充到下面的问题中, 并求解(答题时首先说明所选条件的序号)

已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图象过点 (a, b) , 且满足_____ (填所选条件的序号).

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 已知 $g(x) = mf(x) - (2m + 1)(x - 1)$, 解关于 x 的不等式 $g(x) < 0$.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)$ 为定义在 $[-2 + m, 2 + m]$ 上的奇函数, 且 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) = e^x + ne^{-x}$.

(1) 求 m, n 的值;

(2) 求 $x \in (0, 2]$ 时, 函数 $f(x)$ 的解析式;

(3) 解关于 a 的不等式: $f(2a - 1) - f(a - 1) \geq 2(e^{1-a} - e^{1-2a})$.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x|x - a|$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性 (只写答案);

(2) 若 $g(x) = \frac{f(x)}{x+1}$, 且对 $\forall x_1, x_2 \in [0, 4]$, 都有 $|g(x_1) - g(x_2)| \leq 4$, 求实数 a 的取值范围.