高一年级期中联考数学试卷参考答案

2022 年 11 月

1．D	2．A	3．C	4．C
5．B	6．A	7．B	8．A
9．BCD	10．AD	11．ABD	12．BC

13．$(1,2)$　　14．$a=-1,b=1$（答案不唯一）

15．$(0,1]$　　16．第一空：70　　第二空：7

17．解：（1）$(\frac{1}{27})^{-\frac{2}{3}}-\pi^{\frac{1}{3}}+\pi^0+\sqrt[6]{(-\pi)^2}=9-\pi^{\frac{1}{3}}+1+\pi^{\frac{1}{3}}=10$　……5 分

（2）$(\lg 2)^2+\lg 2\lg 5+\lg 2\log_2 50+e^{\ln 3}=\lg 2(\lg 2+\lg 5)+\lg 50+3=2+3=5$　……10 分

18．解：（1）$a=1$时，$A=\{x|x^2+2x-3<0\}=(-3,1)$　……2 分

因为“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，

所以$B\subseteq A$，即$[m,m+1)\subseteq(-3,1)$　……4分

所以$m>-3,m+1\le 1$，

所以$-3<m\le 0$　……6分

（2）$a=0$时，$A=R$，符合题意；　……8 分

$a\ne 0$时，$a<0$且$\Delta=4a^2+12a<0$，

解得：$-3<a<0$．　……11分

综上：实数a的取值范围是$-3<a\le 0$．　……12 分

（注：第2小问直接用判别式的为0分）

19．解：（1）因为$a>0$，$b>0$，$ab=1$

所以$(a-1)(b-4)=ab+4-4a-b=5-(4a+b)\le 5-2\sqrt{4ab}=5-4=1$　……4分

当且仅当$4a=b$即$a=\frac{1}{2},b=2$时取等号，

所以$(a-1)(b-4)$的最大值是1　……6分

（2）因为$a+\frac{9b}{b+1}\ge m^2+4m$恒成立，所以$(a+\frac{9b}{b+1})_{\min}\ge m^2+4m$　……7分

因为$a>0$，$b>0$，$ab=1$，所以

$a+\frac{9b}{b+1}=a+\frac{9b}{b+ab}=a+\frac{9}{a+1}=(a+1)+\frac{9}{a+1}-1\ge 2\sqrt{(a+1)\cdot\frac{9}{a+1}}-1=5$，

当且仅当$a+1=\frac{9}{a+1}$即$a=2,b=\frac{1}{2}$时取等号，

所以$(a+\frac{9b}{b+1})_{\min}=5$ ……11 分

所以$5\geq m^2+4m$，解得 $-5\leq m\leq 1$ ……12 分

20．解：（1）若选①，

因为 0 是函数$y=f\left(x\right)+1$的唯一零点，

所以$f(x)=ax^2-1$，$b=0$， ……2 分

将$\left(a,b\right)$代入，$a^3-1=0$，

解得：$a=1$， ……4分

所以$f(x)=x^2-1$． ……6分

若选②，

因为$\{x\,|\,f\left(x\right)<0\}=\{x\,|\,-1<x<1\}$，

所以$f(x)=a(x+1)(x-1)$，其中$a>0$，$b=0$ ……2 分

将$\left(a,b\right)$代入，$a(a+1)(a-1)=0$，解得：$a=1$， ……4分

所以$f(x)=(x+1)(x-1)=x^2-1$． ……6分

（2）$g(x)=mf(x)-(2m+1)(x-1)=(x-1)(mx-m-1)$

当$m=0$时，$-(x-1)<0$，解集为$(1,+\infty)$ ……8分

当$m<0$时，$1+\frac{1}{m}<1$，解集为$(-\infty,1+\frac{1}{m})\cup(1,+\infty)$ ……10分

当$m>0$时，$1+\frac{1}{m}>1$，解集为$(1,1+\frac{1}{m})$ ……12分

21．解：（1）因为函数$f(x)$为定义在$[-2+m,2+m]$上的奇函数，

所以$-2+m+2+m=0$，所以$m=0$， ……2分

$f(0)=-f(0)$，所以$f(0)=0$

又因为$x\in[-2,0]$时，$f(x)=e^x+ne^{-x}$，所以$f(0)=1+n=0$，所以$n=-1$ ……4 分

（2）由（1）知：$f(x)$为定义在$[-2+m,2+m]$上的奇函数，$x\in[-1,0]$时，$f(x)=e^x-e^{-x}$

$x\in(0,1]$时，$-x\in[-1,0)$，所以$f(x)=-f(-x)=-(e^{-x}-e^x)=e^x-e^{-x}$ ……6分

（3）$f(2a-1)-f(a-1)\geq 2(e^{1-a}-e^{1-2a})$，即$f(2a-1)+2e^{1-2a}\geq f(a-1)+2e^{1-a}$

由（2）知：$f(x)=e^x-e^{-x},x\in[-2,2]$，记$g(x)=f(x)+2e^{-x}=e^x+e^{-x},x\in[-2,2]$，则$g(2a-1)\geq g(a-1)$

又$g(x)=g(-x)=g(|x|)$，所以$g(|2a-1|)\geq g(|a-1|)$ ……8 分

设 x_1,x_2 为区间 $[0,2]$ 上的任意两个值，且 $x_1<x_2$，

则 $e^{x_1}e^{x_2}>0e^{x_1}e^{x_2}-1>0,x_1-x_2<0$

因为 $g(x_1)-g(x_2)=e^{x_1}+e^{-x_1}-e^{x_2}-e^{-x_2}=\dfrac{(e^{x_1}e^{x_2}-1)(x_1-x_2)}{e^{x_1}e^{x_2}}$，

所以 $g(x_1)-g(x_2)<0$，即 $g(x_1)<g(x_2)$，

所以 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上是增函数　　　　……10分

又因为 $g(|2a-1|)>g(|a-1|)$，所以 $0\le|a-1|\le|2a-1|\le 2$，解得 $-\dfrac{1}{2}\le a\le 0$ 或 $\dfrac{2}{3}\le a\le\dfrac{3}{2}$

所以不等式的解集为 $[-\dfrac{1}{2},0]\cup[\dfrac{2}{3},\dfrac{3}{2}]$　　　　……12分

22．解：（1） $f(x)=x|x-a|=\begin{cases}-x^2+ax,x\le a,\\ x^2-ax,x>a\end{cases}$

$a=0$ 时，$f(x)$ 在 R 上单调递增；

$a<0$ 时，$f(x)$ 减区间是 $(a,\dfrac{a}{2})$，增区间是 $(-\infty,a)$ 和 $(\dfrac{a}{2},+\infty)$

$a>0$ 时，$f(x)$ 减区间是 $(\dfrac{a}{2},a)$，增区间是 $(-\infty,\dfrac{a}{2})$ 和 $(a,+\infty)$　　　　……4分

（2）因为对 $\forall x_1,x_2\in[0,4]$，都有 $\left|g(x_1)-g(x_2)\right|\le 4$

所以 $\left|g(x_1)-g(x_2)\right|_{\max}\le 4$，所以 $g(x)_{\max}-g(x)_{\min}\le 4$　　　　……5分

又 $x\in[0,4]$ 时，$g(x)=\dfrac{f(x)}{x+1}=\dfrac{x|x-a|}{x+1}\ge 0=g(0)$ 所以 $g(x)_{\min}=g(0)=0$

所以 $x\in[0,4]$ 时，$g(x)_{\max}\le 4$，　　　　……6分

又 $x\in[0,4]$ 时，$g(x)=\dfrac{x|x-a|}{x+1}=\left|\dfrac{x(x-a)}{x+1}\right|$，

所以问题转化为：$-4\le\dfrac{x(x-a)}{x+1}\le 4$ 对 $x\in(0,4]$ 恒成立，　　　　……8分

整理得：$x-\dfrac{4}{x}-4\le a\le x+\dfrac{4}{x}+4$ 对 $x\in(0,4]$ 恒成立，

所以 $(x-\dfrac{4}{x}-4)_{\max}\le a\le(x+\dfrac{4}{x}+4)_{\min},x\in(0,4]$，　　　　……10 分

因为 $y=x-\dfrac{4}{x}-4$ 在 $(0,4]$ 上单调递增，所以 $x=4$ 时，$(x-\dfrac{4}{x}-4)_{\max}=-1$，

因为 $x\in(0,4]$ 时，$x+\dfrac{4}{x}+4\ge 2\sqrt{x\cdot\dfrac{4}{x}}+4=8$，

当且仅当 $x=\dfrac{4}{x}$ 即 $x=2$ 时取等号，

所以 $(x+\dfrac{4}{x}+4)_{\min}=8$，

所以 $-1\le a\le 8$　　　　……12分