**2022-2023学年度第一学期高一数学周练（7） 2022.1.6**

**班级 学号 姓名 评价**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. “”是“函数在区间上为增函数”的(    )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

1. 已知，，，则latexImg(    )

A. B. C. D.

1. 设，则下列命题正确的是latexImg(    )

A. 若，，则 B. 若，则  
C. 若，则 D. 若，则

1. 若，则的最小值为(    )

A. B. C. D.

1. 函数的值域为latexImg(    )

A. B. C. D.

1. 物理学规定音量大小的单位是分贝，对于一个强度为的声波，其音量的大小可由如下公式计算：其中是人耳能听到声音的最低声波强度我们人类生活在一个充满声音的世界中，人们通过声音交换信息、交流情感，人正常谈话的音量介于与之间，则声音的声波强度是声音的声波强度的latexImg(    )

A. 倍 B. 倍 C. 倍 D. 倍

1. 已知函数为上的奇函数，当时，，则的解集为latexImg(    )

A. B. C. D.

1. 若，则的取值范围是latexImg(    )

A. B.   
C. D.

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

1. 函数在下列哪些区间内单调递减(    )

A. B. C. D.

1. 已知，且，则下列正确的是     latexImg(    )

A. 的最大值为 B. 的最大值为  
C. 的最小值为 D. 的最小值为

1. 已知是定义域为的函数，满足，，当时，，则下列说法正确的是(    )

A. 的最小正周期为  
B. 的图象关于直线对称  
C. 当时，函数的最大值为  
D. 当时，函数的最小值为

1. 已知函数为自然对数的底数，则latexImg(    )

A. 函数至多有个零点  
B. 当时，对，总有成立  
C. 函数至少有个零点  
D. 当时，方程有个不同实数根

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 已知，若，则          ．
2. 已知函数，则          ．
3. 关于函数的性质描述，正确的是          ．

的定义域为；        的值域为；

在定义域上是减函数；                          的图象关于原点对称．

1. 已知函数，若存在，使得不等式成立，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

1. 化简求值．  
   ；
2. 已知全集，集合，集合，集合，．

求；

若，求实数的取值范围．

1. 已知是定义域为的函数，是奇函数．  
   求，的值；  
   证明：为上的减函数；  
   若对任意的，不等式恒成立，求的取值范围．
2. 某乡镇响应“绿水青山就是金山银山”的号召，因地制宜的将该镇打造成“生态水果特色小镇”经调研发现：某珍稀水果树的单株产量单位：千克与施用肥料单位：千克满足如下关系：，肥料成本投入为元，其它成本投入如培育管理施肥等人工费元已知这种水果的市场售价大约为元千克，且销路畅通供不应求记该水果树的单株利润为单位：元．

求的函数关系式；

当施用肥料为多少千克时，该水果树的单株利润最大？最大利润是多少？

1. 已知函数的值满足当时，对任意实数，都有，且，，当时，．

求的值，判断的奇偶性并证明；

判断在上的单调性，并给出证明；

若且，求的取值范围．

1. 对于函数，若其定义域内存在实数满足，则称为“伪奇函数”．

已知函数，试问是否为“伪奇函数”？说明理由；

若幂函数使得为定义在上的“伪奇函数”，试求实数的取值范围；

是否存在实数，使得是定义在上的“伪奇函数”，若存在，试求实数的取值范围；若不存在，请说明理由．

**答案和解析**

1.【答案】

【解析】

【分析】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，利用函数单调性的性质是解决本题的关键．  
结合函数的单调性，利用充分条件和必要条件的定义进行判断．

【解答】

解：函数在区间上为增函数，  
要使函数在区间上为增函数，则，  
“”是“函数在区间上为增函数”的充分不必要条件．  
故选：．

2.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查了指数函数和幂函数的单调性，属于中档题．  
利用指数函数和幂函数的单调性即可判断．

【解答】

解：因为为减函数，  
所以，  
即，  
又因为在上为增函数，  
所以，  
即，  
所以．  
故选*D*．

3.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查了不等式的性质及不等关系，属于基础题．  
利用特殊值法进行排除，再利用不等式的性质进行推理即可得出答案．

【解答】

解：令，，，，则，故错误  
令，，则，故错误  
令，，，，则，故错误  
因为，所以即，故正确  
故选*D*．

4.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查利用基本不等式求最值的方法，考查基本不等式的适用条件，属于中档题．  
先表示出，再得，利用基本不等式可求最小值．

【解答】

解：，是正实数，，  
，  
，  
，  
，  
，  
当且仅当即时取等号，  
所以的最小值为．  
故选*D*．

5.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查复合函数的值域．

先求出的取值范围，利用指数函数的单调性可求得函数的值域．

【解答】

解：，，

因此，函数的值域为．

故选：．

6.【答案】

【解析】

【分析】

 本题以物理知识为背景，考查指对数的互化，运算等，属于中档题．  
先根据得，再将和代入得计算即可得答案．

【解答】

解：因为音量大小与强度为的声波的关系为，

所以，

所以，，

所以，

故选：．

7.【答案】

【解析】

【分析】

本题主要考查了利用奇函数的定义求解函数解析式，解不等式，属于函数性质的综合应用，是中档题．  
先根据已知奇函数的性质可求和时函数的解析式，然后结合指数函数的单调性即可求解．

【解答】

解：因为函数为上的奇函数，当时，，

当时，，则，

所以时，，，

则由可得，或，或，

解可得或或综上可得，不等式的解集为

故选*C*．

8.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查指数函数的性质及一元二次不等式的解法，属于中档题．  
根据题意可得，构造函数，则为上的单调递增函数，进而，解一元二次不等式即可．

【解答】

解：，  
，  
构造函数，且在上单调递增，在上单调递减；  
则为上的单调递增函数，  
由，可得，  
根据在上单调递增，得，  
即，  
解得．  
故选*A*．

9.【答案】

【解析】

【分析】

本题主要考查复合函数的单调性，属于基础题．  
利用复合函数的单调性可知函数在上单调递减，由此可得到正确选项．

【解答】

解：函数在上单调递减，函数在上单调递增，在上单调递减，  
由复合函数的单调性可知，函数在上单调递减，  
选项*ACD*符合题意．  
故选：．

10.【答案】

【解析】

【分析】

本题主要考查利用基本不等式求最值，属于中档题．  
注意代数式的化简拼凑拆分，利用基本不等式，逐一求解即可．

【解答】

解：对于，，  
，即，  
当且仅当时，等号成立，  
则，故*A*不正确；  
对于，，，，  
由，可得，，  
，当且仅当时取等号，  
最大值为故*B*正确；  
对于，，  
，，  
，，，  
，  
当且仅当，即时，等号成立，故*C*正确；  
对于，，  
当且仅当时等号成立，故*D*正确．  
故选*BCD*．

11.【答案】

【解析】

【分析】

根据对任意实数满足，且，可以得出函数的奇偶性和周期性，再根据当时，可得函数的单调性．逐次判断各选项即可；  
本题考查函数的单调性，对称性和周期性，属中档题．

【解答】

解：对任意实数满足，  
可得函数关于对称轴，  
又，  
即函数是周期函数，最小正周期为．  
，  
那么  
函数是偶函数，  
又当时，  
函数在区间上单调递增．  
函数在区间上单调递减．  
当时，函数的最大值为．  
函数的周期为，关于对称轴．  
当时，函数，  
当时，取得最小值，则选项错误．  
故选：．

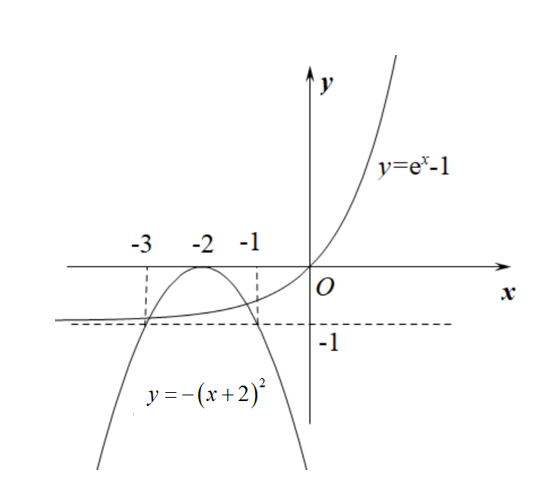
12.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查分段函数的零点与方程根的关系，考查函数的图象的应用，属于较难题．  
作出函数和的图象，对实数讨论，结合图象，即可判断各选项正误．

【解答】

解：画出的图象，如图，当时，，没有零点，有一个零点，所以函数有一个零点  
当时，有一个零点，有一个零点，所以函数有两个零点  
当时，有一个零点，没有零点，所以函数有一个零点，所以函数至多有个零点，至少有个零点，所以选项*AC*正确  
当时，是增函数，是增函数，且，，所以是增函数，选项*B* 正确  
当时，，由得，，所以由得或由得，由得，，所以当时，方程有个不同实数根，故选项*D*错误．  
故选：．

13.【答案】

【解析】

【分析】

令，求出的值，由是奇函数得出，从而求出的值．  
本题考查了函数的奇偶性问题，考查运算求解能力，属于基础题．

【解答】

解：令，  
，，  
的定义域为，，  
是奇函数，则，  
，  
故答案为：．

14.【答案】，．

【解析】

【分析】

本题考查换元法求函数的解析式，属于基础题．

设，则，，则原函数等价于．

【解答】

解：设，则，，

，，

，，

故答案为，．

15.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查了函数的定义域、值域及函数的单调性与奇偶性的判断，属于中档题．

先求出函数的定义域，值域判断，通过举例子可判断，根据奇偶性的定义与性质判断．

【解答】

解：函数满足  
解得或，  
故函数的定义域为．  
故正确

当时

当时，，所以函数值域为，  
故正确

因为，所以在定义域内不是减函数，  
故错误；

由于定义域为，  
，  
则，  
则是奇函数，  
其图象关于原点对称，  
故正确．

故答案为：．

16.【答案】

【解析】

【分析】  
本题主要考查函数对称性，函数单调性以及不等式求解问题，考查学生分析问题解决问题的能力，属于较难题．  
由题意，化简得到，注意到关于点对称，且在上单调递增，由题设条件得到，利用对勾函数得到当时，易知，于是可得实数的取值范围．  
  
【解答】  
解：由题意，化简得到  
，  
注意到函数关于点对称，且在上单调递增，  
由不等式得，  
因为存在，使得，  
当时，易知  
所以，  
故答案为．

17.【答案】解：原式，  
原式．

【解析】本题考查了指数幂的运算和对数的运算性质，考查了运算求解能力，属于基础题．  
根据指数幂的运算性质即可求出；  
根据对数的运算性质和换底公式即可求出．

18.【答案】解：，  
，

集合，

又

是方程的根，

得，

由得，

集合．

由得，或，

或．

，  
，

当，即时，，满足题意，

当，即时，  
 ，  
 ，解得，  
综上，所求实数的取值范围为

【解析】本题主要考查了一元二次不等式的解法，并集及其运算，补集及其运算，全集与空集的应用，属于中档题．  
根据已知及一元二次不等式的解法的计算，得，计算，求出集合；  
       根据已知及补集及其运算，得或，根据并集及其运算，求出；  
根据已知及全集与空集的计算，得，求出实数的取值范围．

19.【答案】解：为上的奇函数，所以，即，解得，  
由，得，解得，  
所以，；  
为上的减函数，证明如下：  
由知，  
设，  
，  
，．  
，即  
在上为减函数．  
因为为奇函数，  
所以可化为，  
又在上为减函数，  
所以，即恒成立，  
而，  
所以，  
所以

【解析】本题考查不等式恒成立问题，考查用定义法判断函数的单调性，考查等价转化思想与分析问题解决问题的能力，是中档题．  
由，可求得，再由求得；  
设，作差后化积，判断符号，即可证得为上的减函数；  
依题意可得，即恒成立，利用配方法可求得的最小值，从而可得的取值范围．

20.【答案】解：．  
由得  
，

当时，；

当时， ，

当且仅当时，即时等号成立．

因为，所以当时，．

故当施用肥料为千克时，该水果树的单株利润最大，最大利润为元．

【解析】本题考查了分段函数模型的应用和基本不等式在实际中的应用．  
用销售额减去成本投入得出利润的解析式；  
分别讨论函数在各段的最大值，比较最大值即可得到答案．

21.【答案】解：令，；

函数为偶函数．

证明如下：

令，则，  
，

，

故为偶函数．

在上是增函数．

证明如下：设，  
，，

则，

，，  
，

，

故在上是增函数．

，

又，

，  
，

，  
，

，则，

又函数在上是增函数，

，即，

综上知，的取值范围是．

【解析】本题主要考查抽象函数的奇偶性，单调性，利用单调性转化法解不等式，属于较难题．  
利用赋值法，令可得，令可得函数的奇偶性；  
利用函数单调性的定义，进行证明；  
利用函数的奇偶性与单调性，转化为关于的不等式，求解可得．

22.【答案】解：因为，  
则，  
则，  
因为恒成立，  
故不存在使得，  
即不存在使得，  
所以不是“伪奇函数”；  
因为是幂函数，  
则，所以，  
故，  
所以，  
则，  
所以，  
因为，  
所以在上有解，  
则，  
因为，  
则在上是严格减函数，在上是严格增函数，  
所以当时，函数取得最小值，  
又当和时，函数取得最大值，  
所以，  
故，  
所以实数的取值范围为；  
由定义可得，，  
则，  
所以有解，  
令，则，  
则方程在上有解，  
令，，  
对称轴为，  
当时，则，所以，  
故；  
当时，则  
即  
故．  
综上所述，实数的取值范围为．

【解析】本题考查了函数的新定义问题，函数与方程的综合应用，属于难题．  
求出，因为不存在使得，即可判断得到答案；  
利用幂函数的定义求出，从而得到的解析式，由定义可知，在上有解，然后利用参变量分离，将问题转化为求解函数的值域，即可得到答案；  
由定义，将问题转化为有解，令，则，构造，，利用二次函数的性质，列式求解即可．